ADOLFO DANI
WILSON CARLOS PEREIRA COSTA

FÍSICA BÁSICA

EDITORA FILIADA

Editora
VESTCON

2ª edição
2000

Título da obra: Física Básica

Autores: Adolfo Dani / Wilson Carlos Pereira Costa

Editora
VESTCON
Distribuição e Vendas
W3 509 Norte, Ed. CONTAG - 1º andar - CEP: 70750-500
Caixa Postal 6.200 - CEP: 70749-970 - Brasília, DF - BRASIL
Telefax: (061) 347-4399 - Tel: (061) 347-9576
Tele-Livros: 0800 614399 (ligação gratuita)
www.vestcon.com.br
vestcon@vestcon.com.br

editora VESTCON

DIREÇÃO DE PRODUÇÃO
Norma Suely A. P. Pimentel

GERÊNCIA ADMINISTRATIVO-FINANCEIRA
Rodnei José Teixeira

COORDENAÇÃO DE EDITORIA
Rosângela Sandy Tiago

COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO
Sandra Lessa

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA
Carlos Alessandro de Oliveira Faria
Juscelino Luzia Reis
Marcos Aurélio Pereira
Péricles Cruz da Silva
Valdemar Carneiro de Almeida

REVISÃO
Dinalva F. da Rocha de Oliveira
Isabel Pitaluga Peret
Norma Viana T. Amaral
Regina Mara M. Luna
Rosa Acácia Alves de Araújo
Roseli Antonia da Silva

CAPA
Daniel Gorjux

Dedico este livro à minha esposa Nilza Dani, às minhas filhas Liana e Talita e ao meu neto Gabriel, pelo apoio de sempre.

Adolfo Dani

Dedico este livro à minha amada esposa Nádia e às minhas filhas Êmilly e Caroline, por serem a razão de tantos esforços e parte de minha vida.

Wilson Carlos Pereira Costa

Agradecemos à equipe de produção, especialmente aos diagramadores e revisoras, que com seu trabalho árduo e dedicado tornaram possível esta obra.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 5 – ÓPTICA

CAPÍTULO 6 – ELETRICIDADE E ELETROMAGNETISMO

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho tem a qualidade de abordar toda a física básica de forma clara, objetiva e coloquial, por ser fruto das aulas que ao longo dos anos os professores Adolfo Dani e Wilson Carlos foram aperfeiçoando, lecionando física teórica e experimental em escolas públicas, particulares, cursinhos e universidades.

Temos certeza de que todos os que se guiarem por este trabalho terão facilidade em entender e analisar os fenômenos físicos e suas aplicações.

CAPÍTULO 1
CINEMÁTICA

Medidas e Grandezas Físicas

1. Fenômenos físicos são os que ocorrem com a matéria inanimada e que não alteram a natureza do corpo.
Ex.: o funcionamento de um computador, de um motor, da geladeira, do relógio, telefone, rádio – TV, máquinas em geral, etc.

2. O homem observa os fenômenos físicos para descobrir as leis que os regem. As descobertas científicas se traduzem em aplicações tecnológicas como o avião, o carro, o telefone celular, etc.

3. A medição é a operação pela qual associamos um número a uma grandeza física.
Ex: massa de uma porção de ouro, m = 3 kg, medida com a balança.

4. **Sistemas de unidades** – Sistema Internacional (SI) – grandezas fundamentais da física.
Uma unidade física é um padrão de comparação. O sistema internacional de medidas (SI) também é denominado MKS (metro-kilograma segundo) que constituem as grandezas fundamentais da mecânica.

$$\text{MKS}\begin{cases}\text{comprimento: metro (m)}\\ \text{massa: quilograma (kg)}\\ \text{tempo: segundo (s)}\end{cases}$$

Existem, ainda, dois outros sistemas em uso, veja a seguir.

$$\text{CGS}\begin{cases}\text{comprimento: centímetro (cm)}\\ \text{massa: grama (g)}\\ \text{tempo: segundo (s)}\end{cases}$$

$$\text{MKgf}\cdot\text{S}\begin{cases}\text{comprimento: metro (m)}\\ \text{massa: unidade técnica de massa (u.t.m)}\\ \text{tempo: segundo (s)}\end{cases}$$

Unidades e subunidades

Massa	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
Comprimento	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
área	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
Volume e capacidade	km^3	hm^3	dam^3	m^3 kl	dm^3 hℓ daℓ ℓ	cm^3 dℓ cℓ mℓ	mm^3

1 tonelada = 1t = 1.000 kg

tempo: $\boxed{1\text{h} = 60\text{ min} = 3.600\text{s}}$

Exemplos:
1 km = 1.000 m
1 kg = 1.000 g
8 h = 28.800 s
5,80 m = 580 cm
600 g = 0,6 kg
1 mm = 0,001 m
1 m^3 = 1.000 dm^3 = 1.000 ℓ
2 km^2 = 2.000.000 m^2
500 ℓ = 0,5 m^3

$$36\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{3.600\text{ m}}{3.600\text{ s}} = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5. É impossível medir uma grandeza física com precisão absoluta devido a fatores como incompetência e desatenção do medidor, imperfeições do aparelho, etc. Fenômenos como dilatações e outros interferem no valor da medida.

6. A precisão de um instrumento de medida corresponde à menor divisão do instrumento.
Ex.: uma régua graduada em milímetros tem precisão de milímetros e uma balança graduada em dg (decigrama) tem precisão de decigrama.

7. **Algarismo significativo** é todo o algarismo relacionado com a medição e o instrumento utilizado. Os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso, isto é, que vai além da menor divisão oferecida pelo instrumento, são chamados de algarismos significativos.

Exemplo: Em uma régua cuja menor divisão é o milímetro, deve-se obter medidas até décimos de **mm**. Assim, por exemplo, ao se medir o comprimento de um lápis com esta régua podemos obter valores como 15,32 cm

→ duvidoso em décimos de mm (vai além do instrumento)
→ precisão do instrumento em (mm)

8. **Arredondamentos:** os valores das grandezas são arredondados para manter o número de algarismos significativos da medição. Assim, se o algarismo imediatamente à direita do último algarismo a ser conservado for inferior a **5**, suprimimos o algarismo e todos os subseqüentes a ele, e o anterior fica como está; se for igual ou superior a **5**, o anterior é aumentado de uma unidade.

Ex.: se desejamos uma precisão de duas casas decimais, fazemos:
$20{,}34\cancel{5}\,\text{cm} = 20{,}35\,\text{cm}.$
$20{,}34\cancel{49}\,\text{cm} = 20{,}34\,\text{cm}.$

Operações com algarismos significativos

Adição e subtração: o resultado deverá ter o número de casas decimais da parcela que menos os tiver:

Exemplos:

a)
$$\begin{array}{rl} 125{,}12\ \text{cm} & \rightarrow 2\ \text{casas} \\ +\ \ 40{,}3\ \text{cm} & \rightarrow 1\ \text{casa} \\ \hline 165{,}4\cancel{2} & \\ 165{,}4\ \text{cm} & \rightarrow 1\ \text{casa} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rl} 8{,}389\ \text{m} & \rightarrow 3\ \text{casas} \\ +\ 0{,}40\ \text{m} & \rightarrow 2\ \text{casas} \\ \hline 8{,}78\cancel{9}\ \text{m} & \\ 8{,}79\ \text{m} & \rightarrow 2\ \text{casas} \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rl} 7{,}49\ \text{kg} & \rightarrow 2\ \text{casas} \\ -\ 3{,}2\ \text{kg} & \rightarrow 1\ \text{casa} \\ \hline 4{,}2\cancel{9}\ \text{kg} & \\ 4{,}3\ \text{kg} & \rightarrow 1\ \text{casa} \end{array}$$

Multiplicação e Divisão: o resultado deverá ter o número de algarismos significativos do fator que menos os tiver.

Exemplos:

a) $\underbrace{15{,}42}_{\text{4 signif.}}\,\text{cm} \cdot \underbrace{3{,}2}_{\text{2 sign.}}\,\text{cm} = 49{,}\cancel{344}\,\text{cm}^2 \Rightarrow \underbrace{49}_{\text{2 sign.}}\,\text{cm}^2$

b) $\underbrace{4{,}378}_{\text{4 sign.}}\text{m}^2 : \underbrace{2{,}41}_{\text{3 sign.}}\text{m} = 1{,}81\cancel{65975}\,\text{m} \Rightarrow \underbrace{1{,}82}_{\text{3 sign.}}\,\text{m}$

9. Notação científica de uma grandeza física é escrever este valor num produto de dois fatores, onde o 1° é um número situado entre **1** e **10** e o 2° é uma potência de **10**.

Ex.: $0{,}0003\text{s} = 3{,}0 \,.\, 10^{-4}\text{s}.$
$1231\text{m} = 1{,}231 \,.\, 10^{3}\text{m}.$
$0{,}0021\text{g} = 2{,}1 \,.\, 10^{-3}\text{g}.$

carga elétrica elementar	$1{,}6 \,.\, 10^{-19}$ coucomb
Ano-luz	$9{,}46 \,.\, 10^{15}$ metros.
N° de Avogadro	$6{,}02 \,.\, 10^{23}$
Massa da Terra	$5{,}983 \,.\, 10^{24}$ quilogramas.

Operações:

Adição: $2{\cdot}10^7 + 23{\cdot}10^6 = 2{\cdot}10^7 + 2{,}3{\cdot}10^7 = 4{,}3{\cdot}10^7$

Subtração: $4{\cdot}10^8 - 4{\cdot}10^7 = 4{\cdot}10^8 - 0{,}4{\cdot}10^8 = 3{,}6{\cdot}10^8$

Multiplicação: $(2.10^3).(4.10^6) = 8.10^9$

Divisão: $4\cdot10^7 \div 2\cdot10^3 = \dfrac{4\cdot10^7}{2\cdot10^3} = 2\cdot10^4$

10. Ordem de grandeza de uma grandeza física é a potência de dez mais próxima do valor da medida.

Exs.:

$822 \rightarrow 10^3$

$110 \rightarrow 10^2$

$2{,}5\cdot10^6 \rightarrow 10^6$

$5{,}8\cdot10^6 \rightarrow 10^7$

11. Dimensões das grandezas físicas e análise dimensional de equações físicas

Alguns símbolos dimensionais:
[comprimento] = ℓ
[massa] = m
[tempo] = t

A **fórmula dimensional** de uma fórmula física é uma relação entre os símbolos dimensionais.

Aplicações:

a) $\boxed{\underset{\text{velocidade}}{v} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}} \rightarrow [v] = [\Delta S]\cdot[\Delta t]^{-1} = \boxed{\ell t^{-1}}$

Assim, a velocidade tem dimensão 1 (um) com relação ao comprimento e dimensão (–1) com relação ao tempo.

b) $\boxed{\underset{\text{aceleração}}{a} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}} \rightarrow [a] = [\Delta v]\cdot[\Delta t]^{-1} = \ell\cdot t^{-1}\cdot t^{-1} = \boxed{\ell t^{-2}}$

Assim, a aceleração tem dimensão **1** com relação ao comprimento e **–2** com relação ao tempo.

c) $\boxed{\underset{\text{força}}{F} = ma} \rightarrow [F] = [m]\cdot[a] = \boxed{m\cdot\ell t^{-2}}$

Assim, a força tem dimensão **1** relativamente à massa e ao comprimento e dimensão **–2** relativamente ao tempo.

d) $\boxed{\underset{\text{trabalho}}{\tau} = F\cdot d} \rightarrow [\tau] = [F]\cdot[d] = m\ell t^{-2}\cdot\ell = m\ell^2 t^{-2}$

$\rightarrow$ dimensão **1** relativo à massa
$\rightarrow$ dimensão **2** relativo ao comprimento
$\rightarrow$ dimensão **–2** relativo ao tempo

e) $\boxed{\underset{\text{energia cinética}}{E_C} = \dfrac{mv^2}{2}} \rightarrow [E_C] = [m]\cdot[v^2] =$
$= m\cdot\ell t^{-1}\cdot\ell t^{-1} = \boxed{m\ell^2\cdot t^{-2}}$

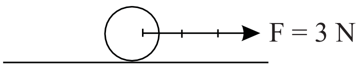
Note que a fórmula dimensional do trabalho (τ) e da Energia Cinética (E_C) é a mesma provando que trabalho e energia se equivalem.

12. Grandezas Físicas: é toda a grandeza que podemos medir.

Grandezas Escalares são as que ficam bem definidas quando expressas por:
– um número
– um significado físico (unidade)
Ex.: 3kg, 2 s
↳ significado físico
↳ número

Grandezas Vetoriais são as que ficam bem definidas quando expressas por:
– um número
– um significado físico (unidade)
– uma orientação (direção e sentido que é dado por uma flecha que denominamos de vetor.)

Ex.:

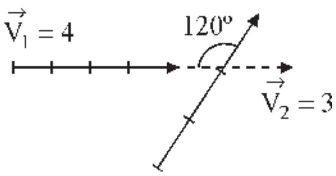


3 → número (intensidade)
N → Newton (unidade de força)
direção: horizontal
sentido: para direita

Operações com grandezas vetoriais

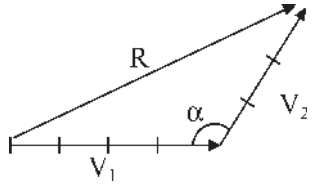
1. Adição $\vec{S} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$ ou $\vec{R} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$

Seja a soma dos vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$.



Vejamos **três métodos** para determinar o vetor resultante.

1º) **Regra da poligonal:** os vetores são postos um após o outro.

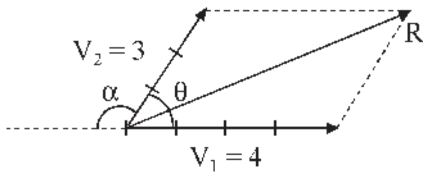


$$R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos\alpha}$$

$$R = \sqrt{4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cos 120º}$$

$$R = \sqrt{16 + 9 + 12} = \sqrt{37} \cong 6{,}08$$

2º) **Regra do paralelogramo:** os vetores têm a mesma origem.



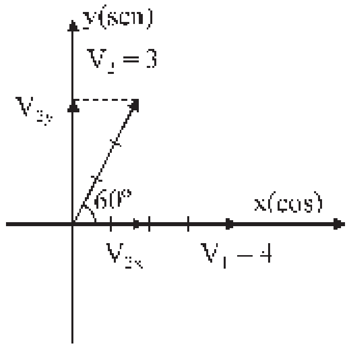
θ = 60º

$$R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos\theta}$$

$$R = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 60º}$$

R = 6,08

3º) **Regra da decomposição cartesiana**

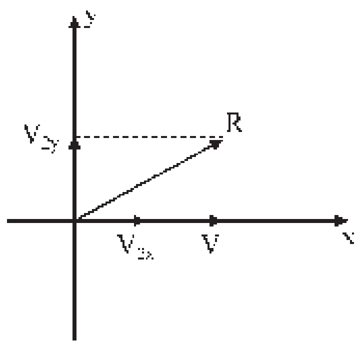


$V_{2x} = V_2 \cos 60º = 3 \,.\, 0{,}5 = 1{,}5$

$V_{2y} = V_2 \text{ sen } 60º = 3 \,.\, 0{,}866 = 2{,}598$

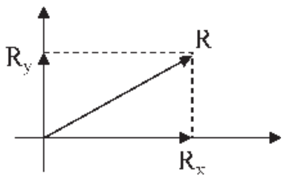
Note que:
$V_2 = 3$ foi projetado sobre o eixo **x** e sobre o eixo **y**, já o vetor $V_1 = 4$ já está sobre o eixo ou seja, já se encontra projetado onde:
$V_{1x} = V_1 = 4$ (sobre o eixo **x**)
$V_{1y} = 0$ (sobre o eixo **y**)

Logo:



$R_x = V_{2x} + V_1 = 1{,}5 + 4 = 5{,}5$
↳ resultante sobre o eixo **x**

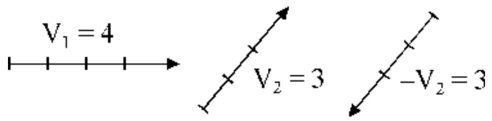
$R_y = V_{2y} = 2{,}598$
↳ resultante sobre o eixo **y**



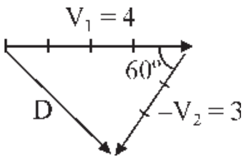
$$R = \sqrt{R_x^{\ 2} + R_y^{\ 2}}$$
$$R = \sqrt{(5{,}5)^2 + (2{,}598)^2}$$
$$R = \sqrt{30{,}25 + 6{,}7496}$$
$$R = \sqrt{36{,}9996} \cong 6{,}08$$

2. Subtração ou diferença $\vec{D} = \vec{V_1} - \vec{V_2}$

Procede-se como na adição, bastando inverter o vetor $\vec{V_2}$. Veja:

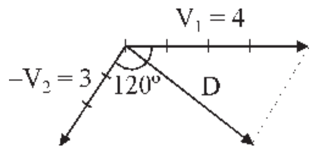


1º) **Regra da poligonal**



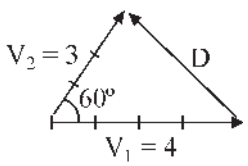
$$D = \sqrt{V_1^{\ 2} + V_2^{\ 2} - 2V_1V_2\ \cos\theta}$$
$$D = \sqrt{4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ}$$
$$D = \sqrt{25 - 12} = \sqrt{13} \cong 3{,}61$$

2º) **Regra do paralelogramo**



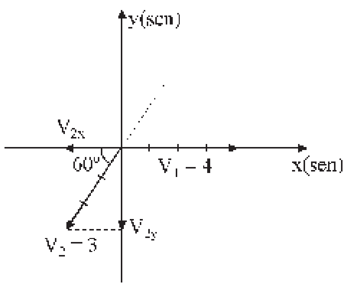
$$D = \sqrt{V_1^{\ 2} + V_2^{\ 2} + 2V_1V_2 \cos 120^\circ}$$
$$D = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-0{,}5)}$$
$$D \cong 3{,}61$$

ou



$$D = \sqrt{V_1^{\ 2} + V_2^{\ 2} - 2V_1V_2 \cos 60^\circ}$$
$$D = \sqrt{4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 0{,}5}$$
$$D \cong 3{,}61$$

3º) **Regra da decomposição cartesiana**

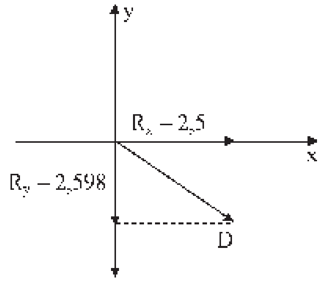


$V_{2x} = -V_2 \cos 60^\circ = -3.0{,}5 = -1{,}5$

$V_{2y} = -V_2 \text{ sen } 60^\circ = -3.0{,}866 = -2{,}598$

$R_x = V_1 + V_{2y} = 4 - 1{,}5 = 2{,}5$

$R_y = V_{2y} = -2{,}598$



$$D = \sqrt{R_x^{\ 2} + R_y^{\ 2}}$$
$$D = \sqrt{6{,}25 + 6{,}7496}$$
$$D = \sqrt{12{,}9996}$$

$D \cong 3{,}61$

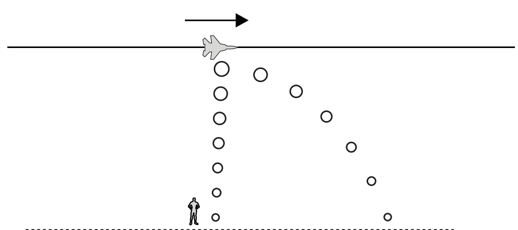
Cinemática Escalar e Vetorial

Conceitos básicos de Cinemática.

1. **A Cinemática** estuda o movimento sem se preocupar com as causas.

2. **Referencial** é um corpo ou ponto material em relação ao qual analisamos e descrevemos o comportamento de outros corpos ou pontos materiais. Um corpo é considerado ponto material quando suas dimensões são desprezíveis em comparação com as demais dimensões envolvidas.
   Ex.: um ônibus é um ponto material em relação ao percurso Brasília, São Paulo.

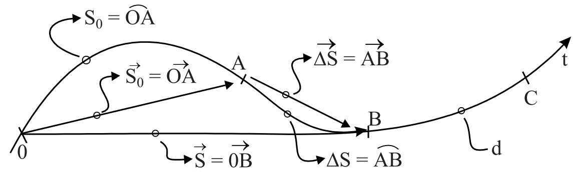
3. **A trajetória** de um móvel é constituída pelos sucessivos pontos ocupados em relação a um referencial no decorrer do tempo.
   Ex.:



Em relação ao referencial observador em solo, a trajetória descrita pelo projétil é parabólica. Já, em relação ao piloto do avião, a trajetória é reta. Logo, a trajetória descrita por um móvel depende do referencial adotado.

4. Posição ou espaço escalar (S) e vetor posição S de um móvel.

$\overset{\frown}{AB} \Rightarrow$ arco $\overset{\frown}{AB}$
$\vec{AB} \Rightarrow$ vetor $\vec{AB}$



O $\rightarrow$ referencial (origem das posições)

A $\rightarrow$ origem da contagem dos tempos
(ponto de partida) em $t_0 = 0$

B $\rightarrow$ posição num instante qualquer.

$\overset{\frown}{OA} = S_0 \Rightarrow$ posição escalar inicial

$\overset{\frown}{OB} = S \Rightarrow$ posição escalar final

$\vec{OA} = \vec{S_0} \Rightarrow$ vetor posição inicial

$\vec{OB} = \vec{S} \Rightarrow$ vetor posição final

$\Delta S = \overset{\frown}{AB} \Rightarrow$ deslocamento escalar

$\vec{\Delta S} = \vec{AB} \Rightarrow$ deslocamento vetorial ou vetor deslocamento

$\Delta S = S - S_0$
$\vec{\Delta S} = \vec{S} - \vec{S_0}$

– Um corpo está em movimento quando sua posição escalar ou vetor posição variam em relação a um referencial com o tempo.

– Um corpo pode estar em repouso e em movimento ao mesmo tempo, dependendo do referencial adotado.

5. Velocidades médias – definem-se três tipos de velocidades médias. Suponhamos um móvel que na ilustração anterior parte em A passa por B vai até C e retorna a B onde pára.
Definimos como:

1°) Velocidade Rapidez (v_R) ou simplesmente de velocidade média a razão:

$$\boxed{v_R = \frac{d}{\Delta t}} \begin{array}{l} \rightarrow \text{distância total percorrida} \\ \rightarrow \text{tempo gasto} \end{array}$$

No exemplo: $\boxed{v_R = \dfrac{|\overset{\frown}{AB}| + |\overset{\frown}{BC}| + |\overset{\frown}{CB}|}{\Delta t}}$

2°) Velocidade Escalar média (Vm) a razão:

$$\boxed{v_m = \frac{\overset{\frown}{\Delta S}}{\Delta t}} \begin{array}{l} \rightarrow \text{deslocamento escalar} \\ \rightarrow \text{tempo gasto} \end{array}$$

No exemplo: $v_m = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{\Delta t}$

3°) Velocidade vetorial média ($\vec{V}_m$) ou vetor velocidade média a razão:

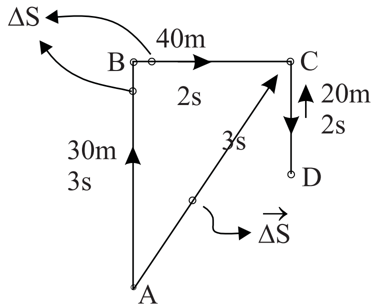
$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{\overset{\frown}{\Delta S}}{\Delta t}} \begin{array}{l} \rightarrow \text{deslocamento vetorial} \\ \rightarrow \text{tempo gasto} \end{array}$$

No exemplo: $\vec{v}_m = \dfrac{\vec{AB}}{\Delta t}$

Aplicação:

Na ilustração, um móvel parte do ponto A passa por B e C vai até D e retorna a C onde pára, num intervalo de tempo Δt.

Determine V_R, V_m, $\vec{V}_m$, se:



$d = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DC}$

$\Delta S = \overline{AB} + \overline{BC}$

$\vec{\Delta S} = \vec{AC}$

$\Delta t = 3s + 2s + 3s + 2s = 10s$
$d = 30 + 40 + 20 + 20 = 110m$
$\Delta S = 30 + 40 = 70m$

$\vec{\Delta S} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50m$

$v_R = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{110m}{10s} = 11\dfrac{m}{s}$

$v_m = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{70m}{10s} = 7\dfrac{m}{s}$

$\vec{v}_m = \dfrac{\vec{\Delta S}}{\Delta t} = \dfrac{50m}{10s} = 5\dfrac{m}{s}$

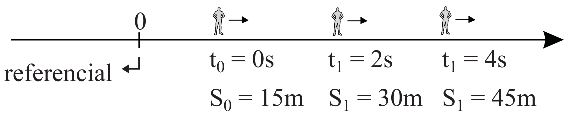
Note que:

$v_R \geq v_m \geq \vec{v}$
$11 \geq 7 \geq 5$

A situação de igual ocorre para o <u>MRU</u> $v_R = v_m = \vec{v}_m$, pois a velocidade é constante.

Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

Características:
– A trajetória é reta.
– A velocidade é constante em intensidade, direção e sentido.



Note que o móvel percorre espaços iguais em tempos iguais, o que corresponde a uma velocidade constante.

Veja:

$$v = \frac{S_1 - S_0}{t_1 - t_0} = \frac{30m - 15m}{2s - 0s} = \frac{15m}{2s} = 7{,}5\frac{m}{s}$$

$$v = \frac{S_2 - S_0}{t_2 - t_0} = \frac{45m - 15m}{4s - 0s} = \frac{30m}{4s} = 7{,}5\frac{m}{s}, \text{ etc.}$$

$$v = \frac{S - S_0}{t - \cancel{t_0}} \Rightarrow S - S_0 = vt \rightarrow \boxed{S = S_0 + vt}$$

Equação horária da posição do MRU.

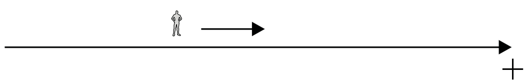
$\Delta S = S - S_0$ temos $\boxed{\Delta S = v \cdot t}$ $\boxed{t = \frac{\Delta S}{v}}$ $\boxed{v = \frac{\Delta S}{t}}$

Equação do deslocamento do MRU.

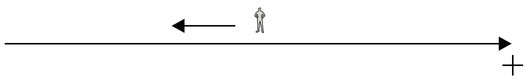
S → informa onde está o móvel em cada instante (posição).
ΔS → informa no MRU quanto andou o móvel (deslocamento).
S_0 → posição ou espaço inicial.
S → posição ou espaço final num instante qualquer.

Sinal da velocidade

→ $\boxed{v > 0(+)}$ movimento que se efetua no sentido **positivo** da trajetória, isto é, movimento **progressivo**.

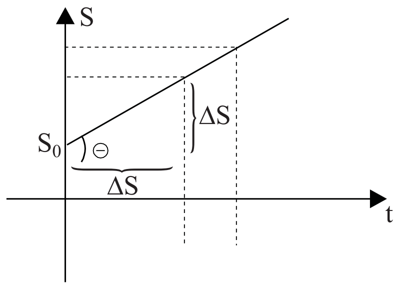


→ $\boxed{v < 0(-)}$ movimento que se efetua no sentido contrário ao positivo da trajetória, isto é, movimento **regressivo** ou **retrógrado**.



Representação gráfica do MRU

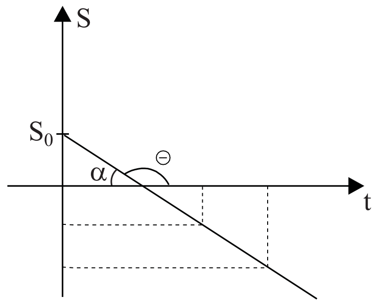
1°) Gráfico ($S \times t$) → Espaço vezes tempo



Progressivo $v > O$ ⊕

$$\boxed{v \overset{N}{\cong} tg\ \ominus = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$$

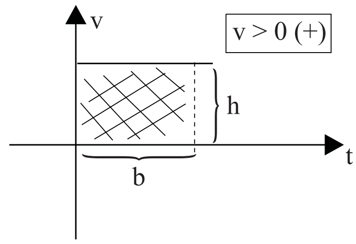
A velocidade é numericamente igual à tangente no gráfico ($S \times t$)

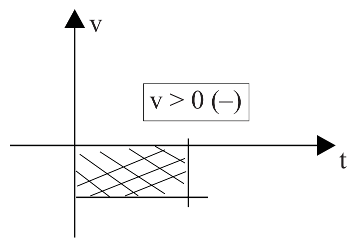


Regressivo $\boxed{v < 0}$

$$\boxed{v \overset{N}{\cong} tg\ \ominus = -tg\alpha = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$$

2°) Gráfico ($v \times t$) velocidade vezes tempo.





$\boxed{\Delta S \cong A} = b \cdot h$

O deslocamento é numericamente igual à área no gráfico ($v \times t$)

Aplicações: Velocidade média e MRU

1. Um carro percorre o trecho Brasília-Goiânia, distantes 200km, em 1h e 30min. Determine a velocidade escalar média em $\frac{km}{h}$ e em $\frac{m}{s}$

Solução: $\boxed{v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$ $\quad \Delta s = 200km$
$\Delta t = 1h30min = 1{,}5h$

$$v_m = \frac{200km}{1{,}5h} = \boxed{133{,}33\ \frac{km}{h}}$$

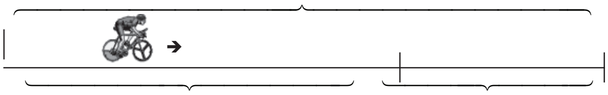
Para obter a resposta em $\frac{m}{s}$ passamos **km** para **m** e **h** para **s** o que equivale a dividir por 3,6, obtendo:

$$\frac{133{,}33}{3{,}6} \cong \boxed{37{,}04\ \frac{m}{s}}$$

2. Um móvel percorre $\frac{2}{3}$ de um percurso com velocidade de $60\frac{km}{h}$ e o restante com velocidade de $90\frac{km}{h}$. Determine a velocidade escalar média desenvolvida na viagem em km/h.

Solução: aplique $\boxed{v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$

ΔS



$\Delta S_1 = \frac{2}{3}\Delta S$ $\qquad$ $\Delta S_2 = \frac{1}{3}\Delta S$

$v_1 = 60\frac{km}{h}$ $\qquad$ $v_2 = 90\frac{km}{h}$

$\Delta t_1 = ...$ $\qquad$ $\Delta t_2 = ...$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1} = \frac{\frac{2}{3}\Delta S}{60} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{180}}\Delta S = \boxed{\frac{\Delta S}{90}}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_2} = \frac{\frac{1}{3}\Delta S}{90} = \boxed{\frac{\Delta S}{270}}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\Delta S}{90} + \frac{\Delta S}{270} = \frac{3\Delta S + \Delta S}{270} = \boxed{\frac{4\Delta S}{270}}$$

$$\Delta S = \frac{2}{3}\Delta S + \frac{1}{3}\Delta S = \frac{3}{3}\Delta S = \Delta S$$

Logo: $\boxed{V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}} = \frac{\Delta s}{\frac{4\Delta s}{270}} = \frac{270.\cancel{\Delta S}}{4\cancel{\Delta S}} = \boxed{67{,}5\frac{km}{h}}$

Caso tivéssemos aplicado a média aritmética

$\boxed{v_m = \frac{v_o + v}{2}}$, teríamos obtido:

$v_m = \frac{60+90}{2} = \frac{150}{2} = \boxed{75\frac{km}{h}}$ o que estaria errado. Esta equação, como veremos, só poderá ser aplicada quando se tratar de um MRUV.

3. Dois trens **A** e **B** de comprimentos 200m e 500m correm em trilhos paralelos com velocidades $v_A = 50\ \frac{m}{s}$ e $v_B = 30\ \frac{m}{s}$. Determine o tempo de ultrapassagem quando:

a) se movem no mesmo sentido;
b) se movem em sentidos opostos.

Solução:

Mesmo sentido:

$v_A = 50\ \frac{m}{s}$ $\qquad$ $v_B = 30\ \frac{m}{s}$

$\Delta S_A = 200m$ $\qquad$ $\Delta S_B = 500m$

Velocidade relativa para mesmo sentido

$\boxed{v_R = v_A - v_B}$

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta S}{v_R}} = \frac{\Delta S_A + \Delta S_B}{v_A - v_B} = \frac{200+500}{50-30} = \frac{70\cancel{0}}{2\cancel{0}} = \boxed{35s}$$

Sentidos opostos:

$v_A = 50\ \frac{m}{s}$ $\qquad$ $v_B = 30\ \frac{m}{s}$

$\Delta S_A = 200m$ $\qquad$ $\Delta S_B = 500m$

Velocidade relativa para sentido opostos

$\boxed{v_R = v_A + v_B}$

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta S}{v_R}} = \frac{\Delta S_A + \Delta S_B}{v_A + v_B} = \frac{200+500}{50+30} = \frac{70\cancel{0}}{8\cancel{0}} = \boxed{8{,}75s}$$

4. Um móvel em MRU tem sua posição dada pela equação $\boxed{S = 20 - 10t}$ no SI

Determine:

a) S_o = ... v = ...
b) a posição (S) no instante t = 3s;
c) o instante em que passa pelo referencial;
d) a ilustração do fenômeno nas condições iniciais.

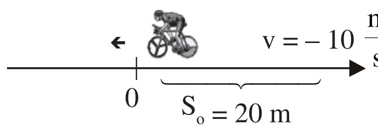
Solução:

a) $\left.\begin{array}{l} S = S_o + v \cdot t \\ S = 20 - 10 \cdot t \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} S_o = 20m \\ v = -10 \dfrac{m}{s} \end{array}$

b) $S = S_o + v \cdot t$
$S = 20 - 10 \cdot 3 = \boxed{-10m}$

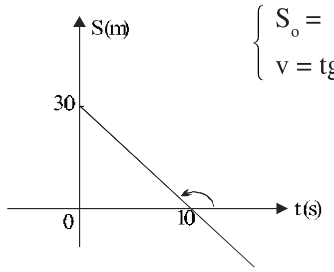
c) Neste instante $\boxed{t = - - - -}$ procurado $\boxed{S = 0}$

logo: $S = 20 - 10t$ → $10t = 20$
$0 = 20 - 10t$ $\boxed{t = 2s}$

d)


Movimento regressivo.

5. Dado o gráfico (S × t) determine a equação horária da posição.



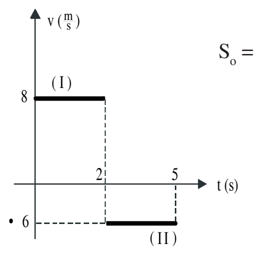
$\begin{cases} S_o = 30m \\ v = \text{tg} \propto = -\dfrac{30}{10} = -3 \dfrac{m}{s} \end{cases}$

→ declividade negativa da reta (2º quadrante).

$S = S_O + v \cdot t$

$\boxed{S = 30 - 3t}$ → resposta

6. Dado o gráfico (v x t), determine até o instante 5s:
a) o espaço percorrido ou deslocamento (ΔS);
b) a distância percorrida (d);
c) a posição do móvel ($\vec{S}$).



$S_o = 10m$

Solução:

Calculamos a área de cada trecho (I e II).

$A_I = bh = 2 \cdot 8 = 16m$
$A_{II} = bh = 3 \cdot (-6) = -18m$
a) $\Delta S = A_I + A_{II} = 16 - 18 = -2m$
b) $d = |A_I| + |A_{II}| = 16 + 18 = 34m$
c) $\vec{S} = S_o + A_I + A_{II} = 10 + 16 - 18 = 8m$

Movimento Retilíneo Uniforme Variado (MRUV)

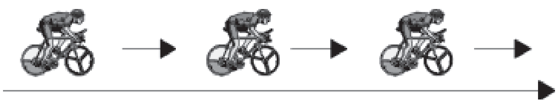
1. Características

– A trajetória é reta.
– A velocidade varia uniformemente em intensidade, não varia de direção e pode variar no sentido.
– A razão entre a variação de velocidade (Δv) e a variação de tempo correspondente (Δt) denominamos de aceleração (a).

$$\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \qquad \begin{array}{l} \Delta v = v - v_0 \\ \Delta t = t - t_0 \end{array}$$

No **MRU** a aceleração é nula e no **MRUV** a aceleração é constante.

Exemplo:



$t_0 = 0s$ $\quad t_1 = 2s$ $\quad t_2 = 4s$

$v_0 = 5\dfrac{m}{s}$ $\quad v_1 = 10\dfrac{m}{s}$ $\quad v_2 = 15\dfrac{m}{s}$

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{10\frac{m}{s} - 5\frac{m}{s}}{2s - 0s} = \frac{5\frac{m}{s}}{2s} = \frac{2{,}5\frac{m}{s}}{s} = 2{,}5\frac{m}{s^2}$$

$$a = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_0} = \frac{15\frac{m}{s} - 5\frac{m}{s}}{4s - 0s} = \frac{10\frac{m}{s}}{4s} = \frac{2{,}5\frac{m}{s}}{s} = 2{,}5\frac{m}{s^2}$$

Note que para qualquer variação de tempo e velocidade a razão $\Delta v/\Delta t$ resulta constante, 2,5 m/s², este valor é a aceleração (a) que informa que em cada segundo a velocidade varia de 2,5 m/s.

Genericamente podemos escrever:

$$\frac{v - v_0}{t - \cancel{t_0}} = a$$

O fenômeno começa a ser controlado sempre com o cronômetro zerado, isto é $t_0 = 0$.

$v - v_0 = at$

$\boxed{v = v_0 + at}$ → Equação da velocidade do MRUV.

Para a ilustração, observe que:

$$\left.\begin{array}{l} v_0 = 5\dfrac{m}{s} \\ a = 2{,}5\dfrac{m}{s^2} \end{array}\right\} v = 5 + 2{,}5 \cdot t$$

para: $t_0 = 0s \to v = 5\frac{m}{s}$

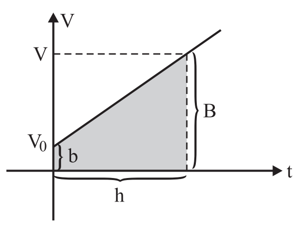
$t_1 = 2s \to v = 10\frac{m}{s}$

$t_2 = 4s \to v = 15\frac{m}{s}$

Logo, a equação $\boxed{v = v_0 + at}$ fornece a velocidade (v) em cada instante (t).

2. No **MRU**, vimos que no gráfico $\boxed{v \times t}$ a área (A) fornece o deslocamento (ΔS) $\boxed{A \cong \Delta S}$, isto vale para qualquer movimento, e é um recurso para se obter a equação horária de cada movimento. Vejamos a do MRUV.

A equação da velocidade do **MRUV** $\boxed{v = v_0 + at}$ gera o gráfico do tipo a seguir:



A área do trapézio fornece o deslocamento $\boxed{A \cong \Delta S}$

$$\boxed{\Delta S = \frac{(B+b)h}{2}} \begin{cases} B = v \\ b = v_0 \\ h = t \end{cases}$$

$$\Delta S = \left(\frac{v + v_0}{2}\right) \cdot t \text{, como } \boxed{v = v_0 + at}$$

$$\Delta S = \left(\frac{v_0 + at + v_0}{2}\right) t \Rightarrow \Delta S = \frac{\cancel{2}v_0 t}{\cancel{2}} + \frac{at^2}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta S = v_0 t + \frac{at^2}{2}}$$ $\to$ Equação do deslocamento do MRUV.

$\Delta S \to$ informa quanto o móvel se deslocou.

Como $\Delta S = S - S_0$ temos:

$$S - S_0 = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow \boxed{S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}}$$

Equação horária ou da posição do MRUV.

$S \to$ informa onde está o móvel em relação ao referencial adotado.

3. Se juntarmos, num sistema as equações:

$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ \Delta S = v_0 t + \dfrac{at^2}{2} \end{cases}$$

podemos obter uma terceira equação denominada equação de Torricelli.

Veja:
Isolando **t** da 1ª equação e substituindo na 2ª temos:

$$\boxed{t = \frac{v - v_0}{a}}$$

$$\Delta S = v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{a}{2}\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

$$\Delta S = \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{\cancel{a}}{2a^{\cancel{2}}}(v^2 - 2v_0 v + v_0^2)$$

$$\Delta S = \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{v^2 - 2v_0 v + v_0^2}{2a}$$

$$\Delta S = \frac{\cancel{2v_0 v} - 2v_0^2 + v^2 - \cancel{2v_0 v} + v_0^2}{2a}$$

$$\Delta S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a\,\Delta S$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta S}$$

Esta equação é prática na solução de problemas que não fornecem o tempo.

4. Na demonstração da equação horária do **MRUV**, usando a área do trapézio no gráfico (v×t) chegamos a expressão:

$$\boxed{\Delta S = \left(\frac{v + v_0}{2}\right) \cdot t}$$

onde podemos escrevê-la na forma

$$\boxed{\frac{\Delta S}{t} = \frac{v_0 + v}{2}},$$

como a razão à esquerda é velocidade escalar média

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta S}{t}}$$

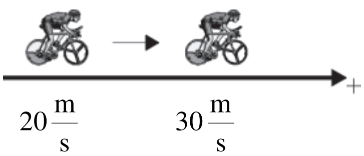
então, o membro da direita também se presta para tanto,

$$\boxed{v_m = \frac{v_0 + v}{2}}$$

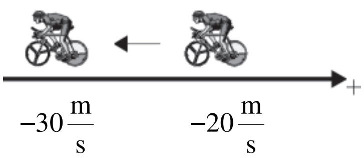
porém, só é válido se for um MRUV.

5. Classificação em progressivo, regressivo, acelerado e retardado

Acelerado: O móvel corre cada vez mais

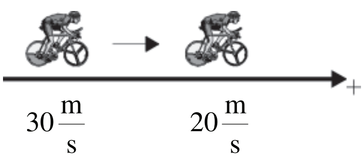


$\begin{cases} \text{progressivo} \\ \text{acelerado} \\ \boxed{\begin{array}{l} v > 0\ (+) \\ a > 0\ (+) \end{array}} \end{cases}$

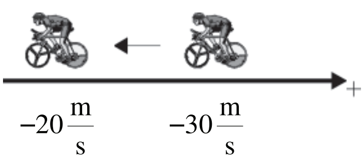


$\begin{cases} \text{regressivo} \\ \text{acelerado} \\ \boxed{\begin{array}{l} v < 0\ (-) \\ a < 0\ (-) \end{array}} \end{cases}$

Retardado: O móvel corre cada vez menos.



$\begin{cases} \text{progressivo} \\ \text{retardado} \\ \boxed{\begin{array}{l} v > 0\ (+) \\ a < 0\ (-) \end{array}} \end{cases}$



$\begin{cases} \text{regressivo} \\ \text{retardado} \\ \boxed{\begin{array}{l} v < 0\ (-) \\ a > 0\ (+) \end{array}} \end{cases}$

→ Lembre do **MRU**. **Progressivo** é quando o móvel se desloca no sentido positivo da trajetória e **regressivo** é quando o móvel se desloca no sentido contrário ao positivo.

→ Para equacionar corretamente e resolver problemas, lembre que nos movimentos **acelerados**, **v** e **a** devem ter o mesmo sinal, ambos positivos ou ambos negativos.

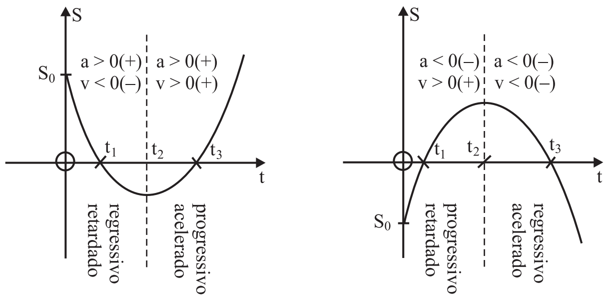
Nos movimentos **retardados**, **v** e **a** devem ter sinais contrários. Se **v** é positivo, então, **a** terá que ser negativo e vice-versa.

6. Gráficos do MRUV

1º) Gráfico (S × t) (Espaço × tempo)

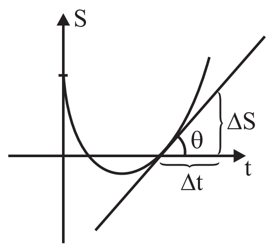
A equação $\boxed{S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}}$ é do 2º grau do tipo $y = c + bx + ax^2$ e gera parábolas. Se $\boxed{a > 0\ (+)}$ a parábola tem concavidade voltada para cima, se $\boxed{a < 0\ (-)}$ a parábola tem concavidade voltada para baixo.

Veja:



No gráfico, observamos que:
– no instante t = 0 temos a posição $\mathbf{S_0}$;
– o móvel se deslcoa sobre o eixo (S);
– nos instantes $\mathbf{t_1}$ e $\mathbf{t_3}$, o móvel passa pelo referencial;
– no instante $\mathbf{t_2}$ o móvel muda de sentido;
– a tangente no gráfico (S × t) fornece a velocidade.

Veja:

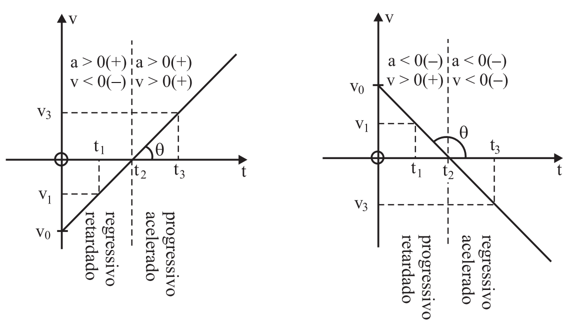


$\boxed{v = \text{tg}\ \theta} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

2º) Gráfico (v × t) velocidade vezes tempo

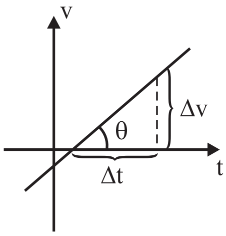
A equação $\boxed{v = v_0 + at}$ é do 1º grau do tipo $\boxed{y = b + ax}$ e gera retas. Se $\boxed{a > 0\ (+)}$ a reta tem declividade positiva se $\boxed{a < 0\ (-)}$ a reta tem declividade negativa.

Veja:



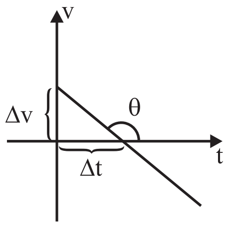
No gráfico, observamos que:
- no instante t = 0 temos a velocidade $\mathbf{v_0}$;
- a velocidade é registrada sobre o eixo (v) pelo velocímetro;
- no instante (t_2), o móvel muda de sentido;
- a tangente no gráfico (v × t) fornece a aceleração:

$$\boxed{a = tg\,\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$



$\boxed{a > 0}$

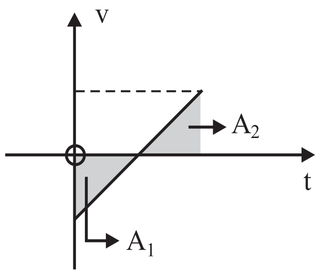
aceleração



$$a = tg\ \theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$\boxed{a < 0}$

- No gráfico, (v × t) a área (A) fornece o deslocamento (ΔS) e a posição (S).



$A_1 \rightarrow$ área do triângulo resulta negativa
$A_2 \rightarrow$ área do triângulo resulta positiva.

- Para o cálculo da posição (S), faça:

$$\boxed{S = S_0 + A_1 + A_2}$$

$S_0 \rightarrow$ dada pelo problema.

- Para o cálculo do deslocamento (ΔS), faça:

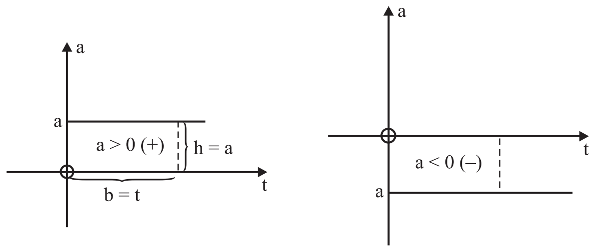
$$\Delta S = A_1 + A_2$$

- Para o cálculo da distância percorrida, faça:

$$d = |A_1| + |A_2|$$

3º) Gráfico (a × t) (aceleração vezes tempo)

A equação $\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}} = cte$



No gráfico (a × t), a área fornece a variação de velocidade:

$$\boxed{A \cong \Delta v} \Rightarrow \boxed{\Delta v = \overset{h}{a} \cdot \overset{b}{t}}$$

As equações do MRUV podem ser resumidas em:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad v = v_0 + at$$

$$\Delta S = v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta S$$

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

Aplicação:
A equação horária de um móvel é $S = 20 - 12t + t^2$ no SI.

Determine:
a) S_0 = ... v_0 = ... a = ...
b) Qual a posição no instante 4s.
c) Qual a velocidade no instante 4s.
d) Classifique o movimento em progressivo ou regressivo, acelerado ou retardado, no instante 4s.
e) Qual a velocidade média de 0 a 4s.
f) Determine o instante em que o móvel passa pelo referencial.
g) Determine o instante em que o móvel muda de sentido.
h) Trace o gráfico (S × t) e (v × t).

Solução:
a) Comparando as equações:

$$\begin{array}{l} S = S_0 + v_0\,t + \frac{a}{2}\,t^2 \\ S = 20 - 12\,t + 1\,t^2 \end{array} \quad \begin{cases} S_0 = 20m \\ v_0 = -12m/s \\ \frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = 2m/s^2 \end{cases}$$

b) $S = 20 - 12t + 1t^2$
$S = 20 - 12 . 4 + 1 . 4^2 = 20 - 48 + 16 = -12m$

c) $v = v_0 + at$

$$v = -12 + 2.4 = -12 + 8 = -4\frac{m}{s}$$

d) Regressivo, pois $v = -4\frac{m}{s}$, $\boxed{v < 0}$

Retardado, pois $v = -4\frac{m}{s}$ e $a = 2\frac{m}{s^2}$

$$\boxed{v < 0} \text{ e } \boxed{a > 0}$$

e) $v_m = \dfrac{v_0 + v}{2} = \dfrac{-12 + (-4)}{2} = -8\dfrac{m}{s}$

ou $v_m = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{S - S_0}{t - t_0} = \dfrac{-12 - 20}{4 - 0} = \dfrac{-32}{4} = -8\dfrac{m}{s}$

f) No instante em que o móvel passa pelo referencial a posição é nula, S = 0, logo:

zero
$S = 20 - 12t + t^2$

$$t^2 - 12t + 20 = 0 \begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \\ t = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} t = 2s \\ t = 10s \end{matrix}}$$

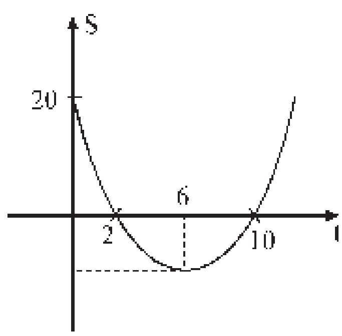
g) No instante em que o móvel muda de sentido temos que v = 0, logo:

zero
$v = v_0 + at$
$0 = -12 + 2t \rightarrow 2t - 12 = 0$
$t = 6s$

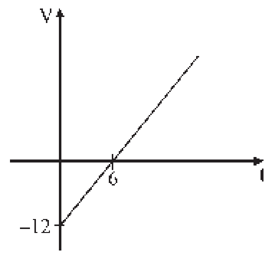
$$\boxed{t = 6s}$$

h) Gráficos:

$S \times t$ $\quad S = 20 - 12t + t^2$

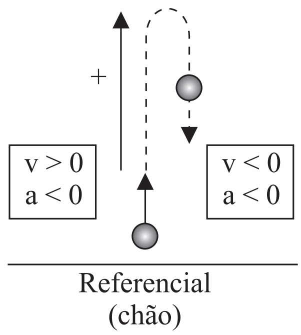


$v \times t$ $\quad v = -12 + 2t$



Lançamentos

1º) **Lançamentos na vertical**



– Orientando a trajetória para cima, temos:

- $\boxed{a = g \cong 10\dfrac{m}{s^2}}$ ⇒ aceleração da gravidade
- Enquanto o corpo sobe, o movimento é retardado e, ao inverter o sentido e descer, passa a ser acelerado.
- O tempo de subida é igual ao tempo de descida.

Valem as equações do MRUV onde costuma-se trocar **S** por **h** e **a** por **g**.

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = h_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}}$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow \boxed{v = v_0 + gt}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S \Rightarrow \boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\Delta h}$$

Lembre que $\boxed{v_0}$ e $\boxed{g}$ devem ter sinais contrários quando o movimento é retardado e mesmos sinais quando é acelerado.

Exemplo:

Um corpo é lançado para cima com velocidade de $40\dfrac{m}{s}$ num lugar onde a aceleração da gravidade é de $10\dfrac{m}{s^2}$.

Determine:

a) A equação horária da posição e da velocidade.

$$\Delta h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \qquad v = v_0 + gt$$

$$\boxed{h = 40 \cdot t - \frac{10t^2}{2}} \qquad \boxed{v = 40 - 10t}$$

b) O tempo de subida.

$v = 40 - 10t$
$0 = 40 - 10t$
$10t = 40$
$t = 4s$

* no ponto máximo a velocidade é nula. $v = 0$

c) a altura máxima alcançada. Isto ocorre para t = 4s

Logo: $h = 40 \cdot t - \frac{10t^2}{2}$

$h = 40 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2$

$h = 160 - 5 \cdot 16$

$h = 160 - 80 \rightarrow h = 80m$

Pode-se usar as equações para os lançamentos na vertical já adaptadas para dado objetivo.

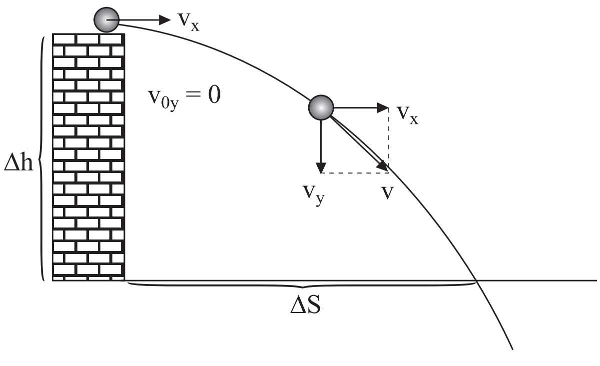
$\rightarrow$ altura máxima: $\boxed{h = \frac{v_0^2}{2g}}$

$\rightarrow$ tempo de subida ou de queda: $\boxed{t = \frac{v_0}{g}}$

$\rightarrow$ Velocidade após certo deslocamento:

$$\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + 2g\Delta h}}$$

2º) **Lançamentos na horizontal**



Neste movimento temos que:

v_x $\rightarrow$ componente horizontal da velocidade, permanece constante durante o percurso (MRU).

v_y $\rightarrow$ componente vertical da velocidade, começa nula e cresce durante o percurso devido à aceleração da gravidade (MRUV).

v $\rightarrow$ velocidade resultante dos componentes v_x e v_y.

Equações:

Componente horizontal

$\boxed{\Delta S = v_x \cdot t}$

$\boxed{v_x = cte}$

$\boxed{\underbrace{\Delta S}_{\text{alcance}} = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}}}$

Componente vertical

$\boxed{\Delta h = \frac{1}{2}gt^2}$ $\boxed{t = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}}$

$\boxed{v_y = \cancel{v_{0y}} + g_t}$

$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$

$v_y = \sqrt{2g\Delta h}$

Aplicação:

Um projétil é deixado cair de um avião em vôo rasante, que se encontra a uma altura de 500m, com velocidade de 720 km/h, isto é, $200\frac{m}{s}$.

Determine:

a) O alcance do projétil.

$$\Delta S = V_x \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 200 \cdot \sqrt{\frac{2.50\cancel{0}}{1\cancel{0}}} = 200 \cdot \sqrt{100} = 200 \cdot 10 =$$

$$\boxed{= 2.000\ m}$$

b) O tempo de viagem do projétil

$$t = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}} = \sqrt{\frac{2.50\cancel{0}}{1\cancel{0}}} = \sqrt{100} = \boxed{10s}$$

c) A componente vertical da velocidade ao chegar ao solo.

$v_y = \cancel{v_{0y}} + gt$ ou $v_y = \sqrt{2g\Delta h}$

$v_y = 10 \cdot 10$ $\qquad v_y = \sqrt{2.10.500}$

$v_y = 100\frac{m}{s}$ $\qquad v_y = \sqrt{10.000} = \boxed{100\frac{m}{s}}$

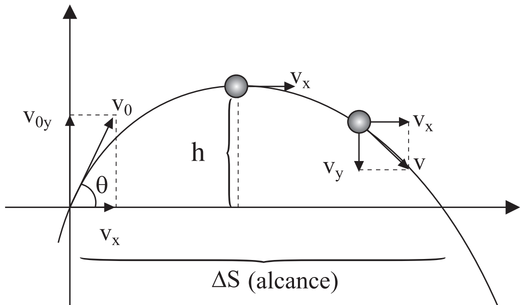
d) A velocidade resultante com que o projétil se choca no solo.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(200)^2 + (100)^2} =$$

$$\sqrt{4 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^4} = \sqrt{5 \cdot 10^4} = 10^2 \cdot \sqrt{5}$$

$$100\sqrt{5}\frac{m}{s} = \boxed{223{,}61\frac{m}{s}}$$

3º) **Lançamentos oblíquos**



$v_x = v_o \cos\theta$
$v_{oy} = v_o \,\text{sen}\,\theta$

Neste movimento temos que:
$v_x \rightarrow$ componente horizontal da velocidade. Permanece constante durante o percurso (MRU).
$v_y \rightarrow$ componente vertical da velocidade. Varia devido à aceleração da gravidade (MRUV).
$v \rightarrow$ velocidade resultante de v_x e v_y.
ts = td $\rightarrow$ tempo de subida é igual ao tempo de descida.

Equações:

Componente horizontal

$\Delta S = v_x t = \boxed{v_0 \cos\theta \cdot t}$

$\boxed{\Delta S = \dfrac{v_0{}^2 \text{sen}\, 2\theta}{g}}$

→ alcance horizontal

$t_{total} = t_{subida} + t_{descida}$

$t_{subida} = t_{descida}$

Componente vertical

$\Delta h = v_{0y} t - \dfrac{gt^2}{2} =$

$\boxed{\Delta h = v_0 \,\text{sen}\,\theta \cdot t - \dfrac{1}{2} gt^2}$

$\boxed{t_s = \dfrac{v_0 \,\text{sen}\,\theta}{g}}$

→ tempo de subida

$\boxed{h_{máx} = \dfrac{v_0{}^2 \,\text{sen}^2\,\theta}{2g}}$

→ altura máxima

$\boxed{v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2}}$

$\boxed{v_y = v_0 \,\text{sen}\,\theta - gt}$

Aplicação:
Um canhão lança do solo um projétil sob um ângulo de 60º com velocidade de lançamento de $300\,\dfrac{m}{s}$.

Determine:

a) As componentes da velocidade

$v = 300\,\dfrac{m}{s}$

$v_x = v_0 \cos\theta = 300 \cdot \cos 60º = 300 \cdot 0{,}5 = 150\,\dfrac{m}{s}$

$v_{0y} = v_0 \,\text{sen}\,\theta = 300 \cdot \text{sen}\, 60º = 300 \cdot 0{,}866 = 259{,}8\,\dfrac{m}{s}$

b) O alcance horizontal

$\boxed{\Delta S = \dfrac{v_0{}^2 \,\text{sen}\, 2\theta}{g}} = \dfrac{300^2 \cdot \text{sen}\, 2 \cdot (60º)}{10} =$

$\dfrac{9000\cancel{0} \cdot \text{sen}\,120º}{1\cancel{0}} = 7794{,}23\,\text{m}$

c) A altura máxima alcançada

$\boxed{h_{máx} = \dfrac{v_0{}^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2g}} = \dfrac{300^2 \cdot \text{sen}^2\, 60º}{2 \cdot 10} =$

$\dfrac{9000\cancel{0} \cdot 0{,}75}{2 \cdot 1\cancel{0}} = 3375\,\text{m}$

d) Qual a velocidade de impacto ao se chocar no solo.

$v_x = 150\,\dfrac{m}{s}$; $v_{0y} = 259{,}8\,\dfrac{m}{s}$

$v_y = v_{0y} + gt$

$t_{sd} = \dfrac{2\, v_0 \,\text{sen}\,\theta}{g} =$

$\dfrac{2 \cdot 30\cancel{0} \cdot 0{,}866}{1\cancel{0}} = 51{,}96$

$v_y = 259{,}8 - 10 \,.\, 51{,}96$

$v_y = 259{,}8 - 519{,}6$

$v_y = -259{,}8$

Logo:

$v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2}$

$v = \sqrt{150^2 + (259{,}8)^2}$

$v = \sqrt{22500 + 67496{,}04}$

$v = 299{,}99 \cong 300\,\dfrac{m}{s}$

Note que, pelo resultado, a velocidade de lançamento é igual à velocidade de impacto ao se chocar no solo. Isto só ocorre se o meio for vácuo.

Movimento Circular Uniforme (MCU)

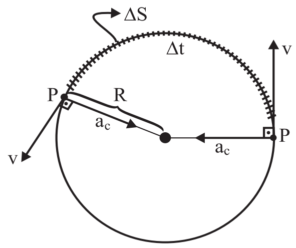
1. Características – Equações e gráficos

– A trajetória é circular.

– A velocidade é constante em intensidade, mas varia em direção e sentido.

– A aceleração é responsável pela variação da velocidade em direção e sentido.

Veja:



O ponto **P** se move em MCU sobre a circunferência.

R → raio da trajetória

a_c → aceleração centrípeta.

v → velocidade linear ou tangencial

$\widehat{\Delta S}$ → arco percorrido pelo ponto **P**

$$\boxed{v = \frac{\widehat{\Delta S}}{\Delta t}} \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R}} \ \frac{m}{s^2}$$

2. No **MCU** definimos os conceitos de:

⇒**período** (T) tempo gasto para realizar uma volta completa.

$$\boxed{T = \frac{t}{N}} \begin{array}{l} \to \text{tempo de movimento (s)} \\ \to \text{nº de voltas} \end{array}$$

⇒**freqüência** (f) é o número de voltas dadas na unidade de tempo.

$$\boxed{f = \frac{N}{t}} \begin{array}{l} \to \text{nº de voltas} \\ \to \text{tempo de movimento em (s)} \end{array}$$

A freqüência é dada em voltas por segundo que denominamos de Hertz (Hz).

Note que $\boxed{f = \frac{1}{T}}$ e $\boxed{T = \frac{1}{f}}$

Para uma volta completa, temos que $\boxed{\Delta S = 2\pi R}$ comprimento da circunferência onde, então, o tempo gasto é o período $\boxed{t = T}$.

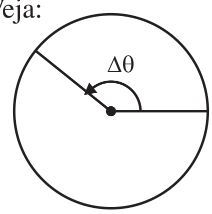
Logo, em

$$v = \frac{\widehat{\Delta S}}{\Delta t} = \boxed{\frac{2\pi R}{T}} \text{ como } \frac{1}{T} = f$$

obtemos $\boxed{v = 2\pi R \cdot f}$ e $\boxed{v = \frac{2\pi R}{T}}$

3. Nos movimentos curvos (circulares e outros) a trajetória curva permite obter o ângulo de curvatura e definir velocidade angular.

Veja:



Δθ → o ângulo descrito em radianos num certo intervalo de tempo Δt.

Definimos como velocidade angular (W) a razão entre o ângulo descrito (Δθ) e o intervalo de tempo (Δt).

$$\boxed{W = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} \begin{array}{l} \to \text{em radianos (rd)} \\ \to \text{em segundos (s)} \end{array}$$

→ velocidade angular em rd/s.

Para uma $\boxed{\text{volta}}$ completa, temos que:
$\Delta\theta = 360° = 2\pi\,rd$ e o tempo correspondente a uma volta é o período $\Delta t = T$.

Então: $W = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{W = \frac{2\pi}{T}}$

Como: $\boxed{\frac{1}{T} = f}$ logo: $\boxed{W = 2\pi f}$

Relação entre **v** e **W**.

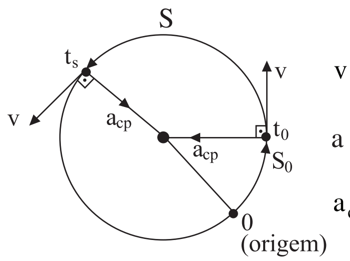
$v = 2\pi Rf$ e $W = 2\pi f$, dividindo membro a membro temos:

$$\frac{v}{W} = \frac{\cancel{2\pi} R \cancel{f}}{\cancel{2\pi f}} \Rightarrow \frac{v}{W} = R \Rightarrow \boxed{v = WR}$$

As equações do MCU podem ser resumidas em:

Grandezas lineares

$$S = S_0 + vt \quad \Big\| \quad v = 2\pi Rf \text{ ou } v = \frac{2\pi R}{T}$$



$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ (cte em módulo)

a = nula (aceleração)

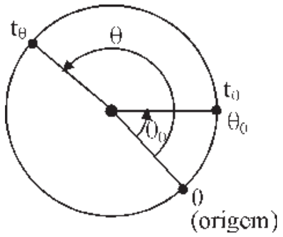
$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$

$\boxed{f = \frac{1}{T}}$ $\boxed{T = \frac{1}{f}}$ $\Delta S = S - S_0$

a_{cp} → aceleração centrípeta

Grandezas angulares

$$\theta = \theta_0 + wt \quad \Bigg\| \quad w = 2\pi f \text{ ou } w = \frac{2\pi}{T}$$



$$w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \text{ (cte)}$$

$\alpha = 0$ (aceleração)

$a_{cp} = w^2R$

$S = \theta \cdot R$

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0$$

Aplicação:
Uma roda gigante de raio 10m realiza 10 voltas em 40s. Determine:
a) o período (T)
b) a freqüência (f)
c) a velocidade linear (v)
d) a velocidade angular (w)
e) a posição linear (S) e angular (θ) após 20s de movimento, sabendo que a posição inicial linear é de 20m.
f) a aceleração centrípeta

Solução:

a) $\boxed{T = \frac{t}{N}} = \frac{40s}{10 \text{ voltas}} = 4s$

fica subentendido que é por volta.

b) $\boxed{f = \frac{N}{t}} = \frac{1\cancel{0} \text{ voltas}}{4\cancel{0} s} = \frac{1}{4}$ Hertz $= 0{,}25$ Hz

ou $\boxed{f = \frac{1}{T}} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ Hz

c) $\boxed{v = 2\pi Rf} = 2\pi 10 \cdot 0{,}25 = 5\pi = 15{,}70 = \frac{m}{s}$

d) $\boxed{w = 2\pi f} = 2\pi \cdot 0{,}25 = 0{,}5\pi = 1{,}57 \frac{rd}{s}$

e) $\boxed{S = S_0 + vt} = 20 + 15{,}70 \cdot 20 = 334$ m

$\boxed{\theta = \theta_0 + wt} = 2 + 1{,}57 \cdot 20 = 33{,}4$ rd

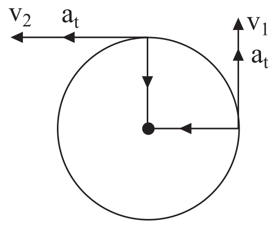
$\to S_0 = \theta_0 \cdot R \to \theta_0 = \frac{S_0}{R} = \frac{20}{10} = 2$ rd

f) $a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(15{,}70)^2}{10} = 24{,}65 \frac{m}{s^2}$

Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV)

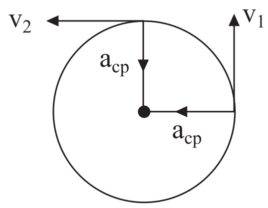
Características:
– A trajetória é circular
– A velocidade varia em intensidade, direção e sentido. Devido a isso, tem três tipos de acelerações.

1º) A aceleração responsável pela variação da velocidade linear ou tangencial em intensidade. (a_t)



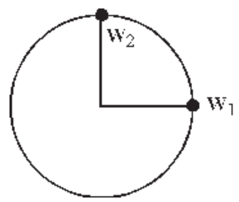
$|v_1| \neq |v_2|$ $\boxed{a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$ $\frac{m}{s^2}$

2º) A aceleração responsável pela variação da velocidade em direção e sentido, aceleração centrípeta (a_{cp}).



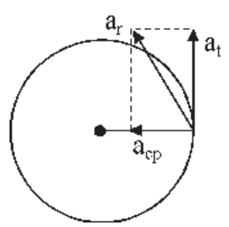
$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}}$ $\frac{m}{s^2}$

3º) A aceleração angular, responsável pela variação da velocidade angular.



$\boxed{\alpha = \frac{\Delta w}{\Delta t}}$ $\frac{rd}{s^2}$

Juntando a (a_t) com (a_{cp}) temos a aceleração resultante (a_r).



$$a_r = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2}$$

4º Resumindo as equações do MCUV

Grandezas lineares	**Grandezas angulares**
$S = S_0 + v_0 t + \frac{a_t \cdot t^2}{2}$	$\theta = \theta_0 + w_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$
$v = v_0 + a_t \cdot t$	$w = w_0 + \alpha \cdot t$
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ | $a_t = \alpha \cdot R$	$\alpha = \frac{\Delta w}{\Delta t}$
$v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta S$	$w^2 = w_0{}^2 + 2\alpha\Delta\theta$
$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$ || $S = \theta R$, $v = WR$	$a_{cp} = w^2 \cdot R$
$a_r = \sqrt{a_t{}^2 + a_{cp}{}^2}$	

Aplicação:

Uma roda em MCUV de raio 10m apresenta, em dado instante, uma velocidade linear de $20\frac{m}{s}$ e uma posição de 5m. Após 5s sua velocidade passa para $30\frac{m}{s}$. Para o instante 5s, determine:

a) a aceleração tangencial ou linear (a_t)

$v_0 = 20\frac{m}{s}$ $\qquad \Delta t = 5s$

$v = 30\frac{m}{s}$

$$\boxed{a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{30\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s}}{5s - 0s} = \frac{10\frac{m}{s}}{5s} = 2\frac{m}{s^2}$$

b) a aceleração centrípeta (a_{cp}) no instante 5s.

$$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}} = \frac{30^2}{10} = \frac{90\cancel{0}}{1\cancel{0}} = 90\frac{m}{s^2}$$

c) A aceleração resultante no instante 5s.

$$a_r = \sqrt{a_t{}^2 + a_{cp}{}^2} = \sqrt{2^2 + 90^2} = 90{,}02\frac{m}{s^2}$$

d) Aceleração angular (α)

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta w}{\Delta t}} \begin{cases} v_0 = w_0 R \rightarrow w_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{20}{10} = 2\frac{rd}{s} \\ v = wR \quad \rightarrow w = \frac{v}{R} = \frac{30}{10} = 3\frac{rd}{s} \\ \Delta t = 5s \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{w - w_0}{t - t_0}$$

$$\alpha = \frac{3rd - 2rd}{5s} = \frac{1rd}{5s} = \boxed{0{,}2\frac{rd}{s^2}}$$

$$\text{ou } \boxed{a_t = \alpha \cdot R} \rightarrow \alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{2}{10} = 0{,}2\frac{rd}{s^2}$$

e) Posição linear no instante 5s.

$$\boxed{S = S_0 + v_0 t + \frac{a_t \cdot t^2}{2}}$$

$$S = 5 + 20 \cdot 5 + \frac{\cancel{2} \cdot 5^2}{\cancel{2}} = 5 + 100 + 25 = 130m$$

f) Posição angular no instante 5s

$$\theta = \theta_0 + w_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$\theta = 0{,}5 + 2 \cdot 5 + \frac{0{,}2 \cdot 5^2}{2}$$

$$\theta = 0{,}5 + 10 + 2{,}5$$

$$\theta = 13rd$$

$$\begin{cases} \boxed{S_0 = \theta_0 \cdot R} \rightarrow \theta_0 = \frac{S_0}{R} = \frac{5}{10} = 0{,}5rd \\ \boxed{v_0 = w_0 R} \rightarrow w_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{20}{10} = 2\frac{rd}{s} \\ \boxed{a_t = \alpha \cdot R} \rightarrow \alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{2}{10} = 0{,}2\frac{rd}{s^2} \end{cases}$$

ou simplesmente

$$\boxed{S = \theta \cdot R}$$

$$130 = \theta \cdot 10$$

$$\theta = 13rd$$

EXERCÍCIOS

MRU

1. Um automóvel está se deslocando em uma estrada, com movimento uniforme. Observa-se que ele gasta um tempo t = 2h para percorrer uma distância d = 80km.
   a) Qual é o valor da velocidade do carro?
   b) Qual é a distância que o carro percorre em um tempo t = 5h?
   c) Quanto tempo este carro gastaria para percorrer uma distância d = 120km?

2. Suponha que um trem bala, em movimento uniforme, gasta 3 horas para percorrer a distância de 750km entre duas estações.
   a) Qual é a velocidade deste trem?
   b) Qual é a distância que ele percorre em 0,5h?
   c) Quanto tempo ele gastará, mantendo aquela velocidade, para ir de uma cidade a outra, distanciadas de 500km?

3. Um carro está se movendo com velocidade constante de 36km/h. Determine, em segundos, o tempo que ele gasta para percorrer uma distância de 100m.

4. Expresse, em m/s as seguintes velocidades:
   a) 18km/h; c) 300m/min.
   b) 54km/h;

5. Nas olimpíadas, um nadador, ao disputar uma prova de 100 metros nado livre, consegue o tempo de 50s. Supondo que o nadador tenha mantido sua velocidade constante:
   a) Qual é, em m/s, o valor desta velocidade?
   b) Que distância o nadador percorreria, mantendo esta velocidade, durante 1min40s?

6. Desenvolvendo sua velocidade normal para viagens internacionais (900km/h), um avião de passageiros, a jato, mantém durante um certo tempo, movimento uniforme.
   a) Este avião é supersônico, ou seja, é mais rápido que o som? (Consulte na página seguinte para obter a velocidade do som.)
   b) Quanto tempo este avião gasta para atravessar uma nuvem de 1500m de comprimento?

Valores das velocidades de alguns fenômenos e objetos

Luz 300.000km/s
Terra em sua órbita 30km/s
Avião supersônico (Concorde) 700m/s
Som no ar 340m/s
Automóvel na estrada 30m/s
Atleta em uma corrida 10m/s
Homem caminhando 1,5m/s
Tartaruga 0,02m/s

7. Um trem move-se em um trecho retilíneo de uma estrada. Um passageiro anotou os tempos nos quais o trem passou por diversos marcos quilométricos, obtendo a seguinte tabela.

Hora	10h 0 min	10h 2 min	10h 4 min	10h 6 min	10h 8 min	10h 10 min
Marco Quilométrico	50km	54km	58km	62km	66km	70km

   a) O movimento do trem, manteve-se uniforme durante o tempo observado?
   b) Qual foi, em km/h, a velocidade deste trem?

8. Um móvel apresenta movimento retrógrado, com velocidade de módulo constante igual a 10m/s. No instante t = 0, temos s_o = 60m. Escreva a função horária do espaço escalar para esse movimento e determine o espaço escalar do móvel no instante t = 15s.

9. A tabela representa as posições escalares ocupadas por um móvel em função do tempo.

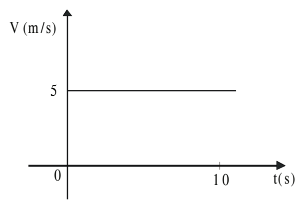
t (s)	0	2	4	6	8	10
sn (s)	–10	0	10	20	30	40

   a) O movimento é uniforme? Justifique.
   b) O movimento é progressivo ou retrógrado?
   c) Determine a função horária do espaço escalar para esse movimento.

10. Para pesquisar a profundidade dos oceanos usa-se um sonar instalado num barco em repouso. Sabendo que o intervalo de tempo decorrido entre a emissão de um sinal e a resposta do eco foi 1,0s e supondo que a velocidade de propagação do som na água é igual a 1.500m/s, determine a profundidade do oceano naquele local.

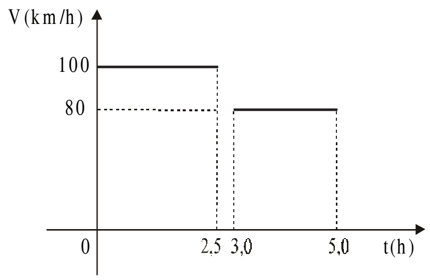
11. A distância da Terra à Lua é 384.000km. Sabemos que a luz viaja com velocidade constante de 300.000km/s. Quanto tempo, então, ela demora para percorrer a distância Terra-Lua?

12. O diagrama horário representa o comportamento da velocidade escalar de um móvel em função do tempo. No instante t = 0, o móvel encontra-se na posição S_o = 3m.



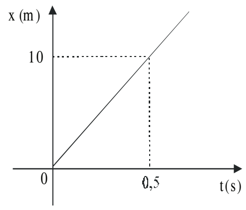
   a) Determine o deslocamento do corpo nos primeiros 10s.
   b) Escreva a função horária para o espaço escalar.
   c) Determine o espaço do corpo após 10s do início do movimento.

13. Um automóvel faz uma viagem em 5h, e sua velocidade escalar varia com o tempo conforme mostra o gráfico. Determine:

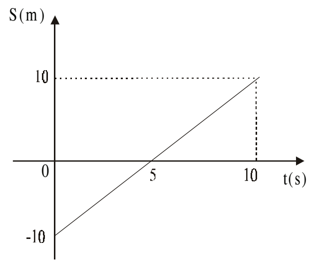


a) O deslocamento escalar efetuado nas 5h.
b) A velocidade escalar média do movimento.

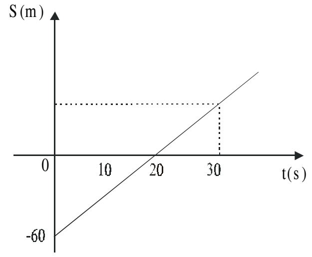
14. (Mackenzie-SP) Uma partícula está em movimento retilíneo e suas posições variam com o tempo de acordo com o gráfico ao lado. No instante t = 1,0 minuto, sua posição x será:
a) 5,0m
b) 12m
c) 20m
d) 300m
e) 1.200m



15. O gráfico relaciona a posição (S) de um móvel em função do tempo (t). A partir do gráfico, pode-se concluir corretamente que:
a) O móvel inverte o sentido do movimento no instante t = 5s.
b) A velocidade é nula no instante t = 5s.
c) O deslocamento é nulo no intervalo de 0 a 5s.
d) A velocidade é constante e vale 2m/s.
e) A velocidade vale – 2m/s no intervalo de 0 a 5m/s e 2m/s no intervalo de 5 a 10s.



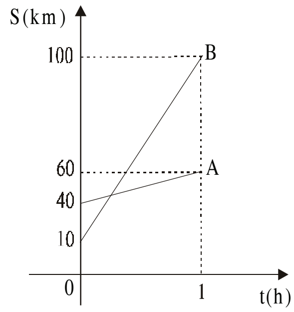
16. Um objeto desloca-se em movimento retilíneo uniforme durante 30s. A figura representa o gráfico do espaço em função do tempo. O espaço do objeto no instante t = 30s, em metros, será:
a) 30 b) 35 c) 40 d) 45 e) 50



17. (Mackenzie-SP) Dois móveis, A e B, partem simultaneamente do mesmo ponto, com velocidades constantes de 6m/s e 8m/s, respectivamente. Qual será a distância entre eles, em metros, depois de 5,0s, se eles se movem na mesma direção e sentido?

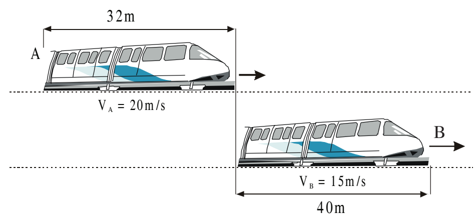
18. Dois barcos partem simultaneamente de um mesmo ponto seguindo rumos perpendiculares entre si. Sendo de 30km/h e 40km/h suas velocidades, a distância entre eles, após 6min, é de:
a) 7km
b) 1km
c) 300km
d) 5km
e) 420km

19. Duas partículas, A e B, movimentam-se sobre uma mesma trajetória retilínea, segundo se vê no gráfico. Podemos afirmar que suas equações horárias são:

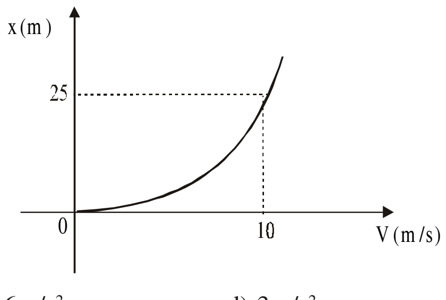


a) $S_A = 90 + 20t$ e $S_B = 40 + 10t$
b) $S_A = 20 + 90t$ e $S_B = 10 + 40t$
c) $S_A = 40 + 20t$ e $S_B = 90 + 10t$
d) $S_A = 40 + 20t$ e $S_B = 10 + 90t$
e) $S_A = 20 + 40t$ e $S_B = 90 + 10t$

20. Dois trens se deslocam sobre trilhos paralelos em movimento retilíneo e uniforme. Determine:
a) O intervalo de tempo para que um trem ultrapasse completamente o outro, a partir da posição indicada na figura.
b) O correspondente deslocamento de cada um dos trens.



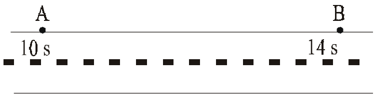
21. Um móvel em MRUV, tem sua velocidade expressa em função de sua posição na trajetória, dada pelo diagrama baixo. A aceleração desse móvel é:



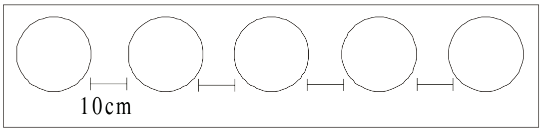
a) 6m/s² d) 3m/s²
b) 5m/s² e) 2ms/²
c) 4m/s²

22. Um caminhão de 20m de comprimento trafega com velocidade de 10m/s num trecho de estrada onde há uma ponte de 30m de comprimento. Calcule o tempo que o caminhão leva para atravessar a ponte.

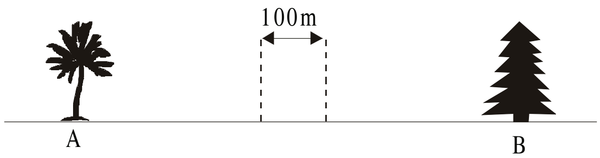
23. A figura mostra uma pista de corrida. Um automóvel com movimento uniforme passa pela ponto A no instante 10s e pelo ponto B no instante 14s. Calcule sua velocidade.



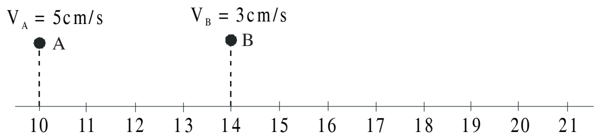
24. O desenho representa uma esfera em movimento que foi fotografada de 0,5 em 0,5s. O movimento é uniforme? Qual a velocidade da espera?



25. A figura mostra um trecho retilíneo de uma estrada. Um guarda rodoviário cronometra o tempo que um automóvel gasta para realizar o percurso AB, obtendo o valor 20s. Qual a velocidade do carro em km/h?

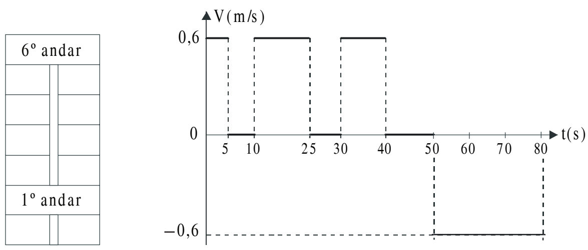


26. Duas esferas se movimentam em linha reta e com velocidades constantes ao longo de uma escala centimetrada. Na figura estão indicadas as velocidades das esferas e as posições que ocupavam no instante t = 0.

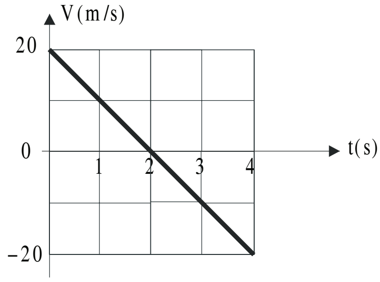


Em que posição as esferas irão se encontrar?

27. Este prédio é composto de um pavimento térreo e outros seis andares. Cada andar tem 3m de altura, inclusive o térreo. Um elevador sai do térreo no instante t = 0 e sobe. O gráfico mostra sua velocidade em função do tempo a partir desse instante.
   a) Descreva o movimento do elevador até t = 80s.
   b) Em que andares ele parou?
   c) Qual a posição do elevador em t = 80s?

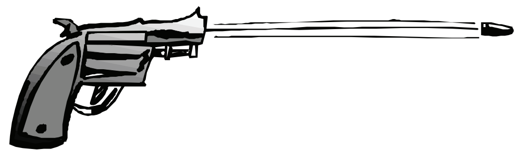


28. A velocidade de uma pedra lançada verticalmente varia com o tempo de acordo com o diagrama. Determine:
   a) a altura máxima atingida;
   b) a altura da pedra no instante t = 3s.



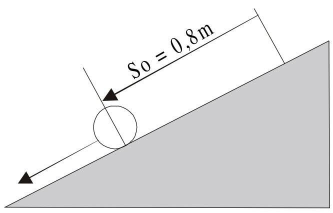
29. Um carrinho desce um plano inclinado com movimento uniformemente variado. No instante 1s a velocidade do carrinho é de 0,5m/s e no instante 3s é de 1,8m/s. O movimento é acelerado ou retardado? Calcule a aceleração do carrinho.

30. A bala de um revólver gasta 0,001s para percorrer o cano e deixa o revólver com velocidade de 200m/s. Qual a aceleração da bala dentro do cano? Suponha que o movimento seja uniformemente variado.



31. Um automóvel trafega numa estrada retilínea com velocidade de 108km/h. Num certo instante o motorista vê um obstáculo à frente e breca, derrapando 50m até colidir com o obstáculo. Sabe-se que o tempo decorrido para percorrer esses 50m foi de 2s.
   a) Determine a aceleração imposta pelo freio, suposta constante.
   b) Determine a velocidade do veículo no instante do choque.

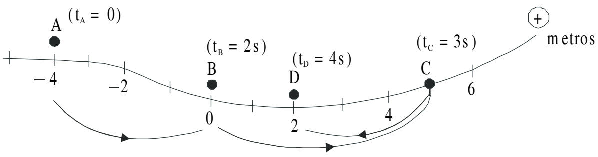
32. Uma esfera desce o plano inclinado com movimento uniformemente variado. A aceleração da esfera é de $0{,}2 m/s^2$. No instante zero, sua velocidade é de 0,5m/s e seu espaço é de 0,8m. Qual será o espaço no instante 2s?



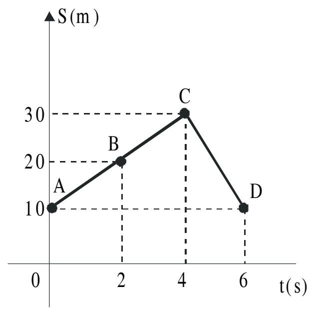
33. Um caminhão sobe uma ladeira com velocidade constante de 2,5m/s. Num certo instante, um ciclista parte do repouso, de um ponto situado 25m à frente do caminhão, e desce a ladeira com aceleração constante de $1{,}0 m/s^2$. Determine a posição do ponto em que eles se cruzam.

34. Para decolar um avião necessita atingir a velocidade de 360km/h. Qual a aceleração necessária para decolar numa pista de 2000m? Quanto tempo é gasto para atingir a velocidade de decolagem?

35. Uma partícula em movimento sobre a trajetória abaixo ocupa sucessivamente as posições A, B, C e D nos instantes de tempo indicados. Determine a velocidade média.



36. A posição de um móvel pode ser dada através de um gráfico (ou diagrama) da posição (eixo vertical) em função do tempo (eixo horizontal). Com base no gráfico abaixo, determine as velocidades média entre A e B, entre B e C, entre C e D e entre A e D.



Do gráfico
em A → t_A = 0; S_A = 10m
em B → t_B = 2s; S_V = 20m
em C → t_C = 4s; S_C = 30m
em D → t_D = 6s; S_D = 10m

37. Um móvel tem velocidade de 72km/h. Quanto vale essa velocidade em m/s?

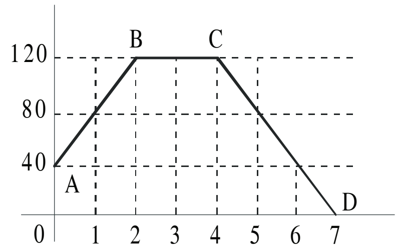
38. Um automóvel faz uma viagem de 240km. Metade do percurso é feita com velocidade média de 60km/h e a outra metade, com velocidade média de 40km/h. Qual foi sua velocidade média no percurso todo?

39. A posição de uma partícula em função do tempo é dada pela tabela:

	A	B	C	D	E
x (m)	–10	0	30	40	10
t (s)	0	2	4	6	8

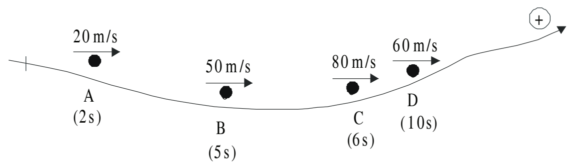
Determine a velocidade média da partícula:
a) entre A e B c) entre C e D
b) entre B e C d) entre A e E

40. O gráfico abaixo mostra como varia a posição de um móvel em função do tempo.
Determine a velocidade média entre:
a) A e B c) C e D
b) B e C d) A e D

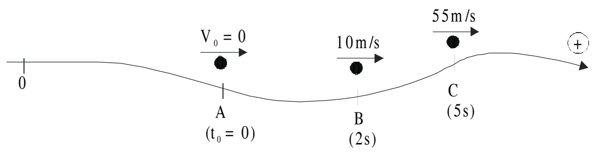


41. Um motorista deseja percorrer a distância de 20km com a velocidade média de 80km/h. Se viajar durante os primeiros 15 minutos com velocidade média de 40km/h, com que velocidade deverá fazer o percurso restante?

42. Considere um móvel sucessivamente nas posições A, B, C e D, nos instantes de tempo indicados e com suas respectivas velocidades. Determine a aceleração média entre A e B, B e C, C e D.

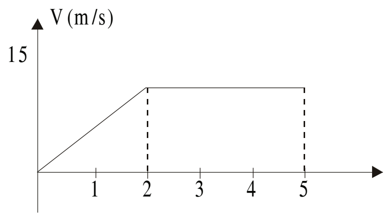


43. Determine a aceleração média da partícula que ocupa nos instantes indicados as posições A, B e C da trajetória desenhada abaixo.



a) entre A e B
b) entre B e C

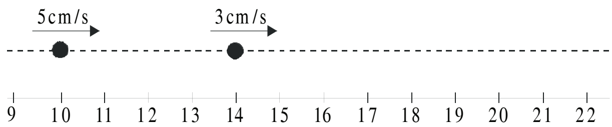
44. A velocidade de uma lancha em função do tempo obedece ao gráfico abaixo. Determine a aceleração média da lancha entre 0 e 5s.



45. Uma partícula move-se em trajetória retilínea com aceleração constante de 5m/s^2. Isto significa que em cada segundo:
a) sua posição varia de 5m;
b) sua velocidade varia de 5m/s;
c) sua aceleração varia de 5m/s^2;
d) seu movimento muda de sentido;
e) sua velocidade não varia.

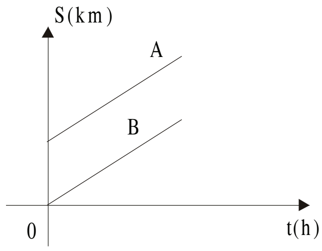
46. Num dado instante, o movimento de um móvel é acelerado. Pode-se afirmar que neste instante:
a) a velocidade é positiva;
b) a aceleração é positiva;
c) a velocidade e a aceleração têm sinais contrários;
d) a velocidade e a aceleração têm o mesmo sinal;
e) seu movimento é progressivo.

47. Duas esferas se movem em linha reta e com velocidades constantes ao longo de uma régua centimetrada. Na figura estão indicadas as velocidades das esferas e as posições que ocupavam num certo instante.

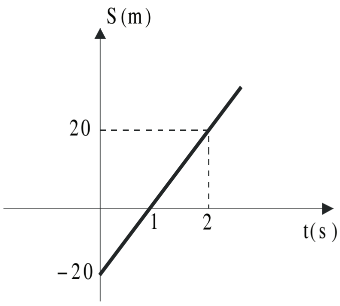


As esferas irão colidir na posição correspondente a:
a) 15cm
b) 17cm
c) 18cm
d) 20cm
e) 22cm

48. No gráfico abaixo têm-se os dados obtidos durante o movimento de dois carros A e B. A velocidade do carro A é:
a) maior que a do carro B;
b) menor que a do carro B;
c) igual a do carro B;
d) nada se pode concluir sobre a velocidade dos carros.



49. O gráfico abaixo mostra como varia a posição de um móvel com o tempo. Sua função horária das posições no instante é:



a) S = 20 – 10 . t
b) S = – 20 + 10 . t
c) S = – 20 + 20 .t
d) S = – 20 + 40 . t

MRUV

50. Um caminhão, em um trecho inicial não-pavimentado da estrada, desenvolve uma velocidade v_1 = 40km/h, gastando um tempo t_1 = 2h neste percurso. No trecho seguinte (asfaltado), sua velocidade passa a ser v_2 = 70km/h, sendo mantida durante um tempo t_2 = 1h.
a) Que distância total o caminhão percorreu?
b) Qual foi a velocidade média do caminhão nesta viagem?

51. Uma motocicleta, que estava parada em um sinal de trânsito, arrancou e após 10s seu velocímetro estava indicando 100km/h. Nesta arrancada, ela percorreu uma distância de 140m em linha reta.
a) Como você classificaria este movimento?
b) Qual o valor da velocidade média da motocicleta neste percurso?
c) Qual o valor da velocidade instantânea da motocicleta, após decorridos os 10s da arrancada?

52. Um carro, com movimento retilíneo uniformemente acelerado, de aceleração a = 1,5m/s^2, partir do repouso.
a) Qual a distância que o carro percorre em 4s?
b) Durante 8s (após a partida); o carro percorre uma distância duas vezes maior do que em 4s?

53. Um carro, deslocando-se em linha reta, passa pelas posições de A até I, em cada um dos instantes mostrados na tabela seguinte, que representa também as velocidades do carro em cada um desses instantes.

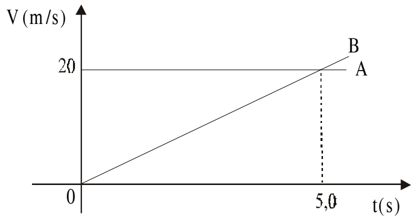
Posição	A	B	C	D	E	F	G	H	I
tempo(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
velocidade	10	12	14	16	16	16	15	18	20

a) Entre quais posições a aceleração do carro é nula?
b) Entre quais posições o movimento é uniformemente acelerado?

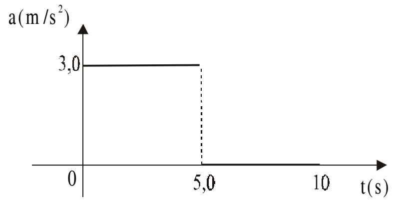
54. Um carro de corrida, que estava parado, arranca com movimento retilíneo uniformemente acelerado. O valor de sua aceleração é de 4m/s^2.
a) Quanto tempo o carro gasta para atingir a velocidade de 144km/h?
b) Qual a distância que ele percorre durante este tempo?

55. Ao pousar, um avião toca a pista de aterrissagem com uma velocidade de 70m/s. Suponha que seu movimento, a partir deste instante, seja retilíneo uniformemente retardado, com aceleração a = –5m/s^2.
a) Qual será a velocidade do avião 10s após ele tocar o solo?
b) Durante quanto tempo o avião se moverá na pista até parar?

56. Dois carros movimentam-se na mesma trajetória e no mesmo sentido. Suas velocidades variam com o tempo de acordo com o gráfico.
a) Classifique os movimentos.
b) Calcule a aceleração de cada carro.
c) Em que instante os carros possuem a mesma velocidade.

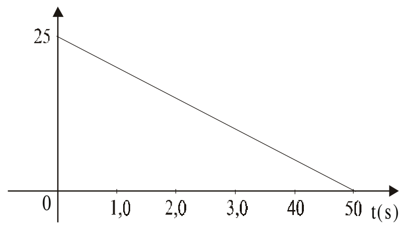


57. (UFES) Uma partícula tem aceleração conforme mostra o gráfico. Determine o módulo da velocidade da partícula no instante t = 10s, sabendo que em t = 0 sua velocidade era 5m/s, com o mesmo sentido da aceleração.

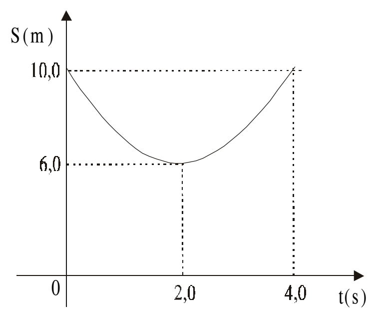


58. Um carro parte do repouso com aceleração escalar constante de $30m/s^2$. Quanto tempo ele demora para atingir a velocidade de 108km/h?

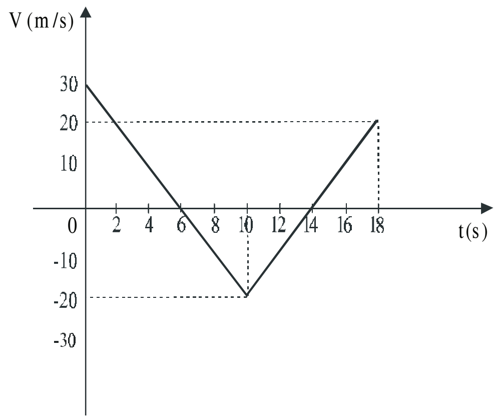
59. O diagrama horário da velocidade de um móvel é dado na figura abaixo. Determine:
a) a aceleração do movimento.
b) o deslocamento escalar entre 0 e 5s.
c) a distância percorrida entre os instantes t = 2,0s e t = 4,0s.



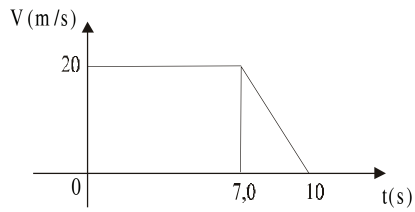
60. O gráfico representa o espaço de um móvel em função do tempo, em M.U.V.
a) Qual a velocidade escalar no instante t = 2,0s?
b) De 0 a 2,0s o movimento é acelerado ou retardado?
c) De 2,0 a 4,0s o movimento é progressivo ou retrógrado?



61. O gráfico representa a velocidade em função do tempo para uma partícula em movimento retilíneo. Com base no gráfico, assinale as afirmativas corretas.
a) No instante t = 6,0s, a velocidade é nula.
b) No intervalo entre 2s e 4s, a velocidade é negativa.
c) No intervalo entre 0 e 6s, a aceleração vale $-5\ m/s^2$.
d) Entre 12 e 14s, a aceleração é positiva.
e) O valor da velocidade no instante t = 4s não volta a se repetir em nenhum instante posterior.

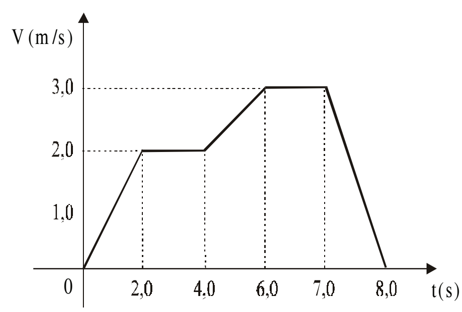


62. (UFR) O movimento retilíneo de um veículo está representado no gráfico:



Sua velocidade média é:
a) 170m/s
b) 17m/s
c) 1,7m/s
d) 34m/s
e) 3,4m/s

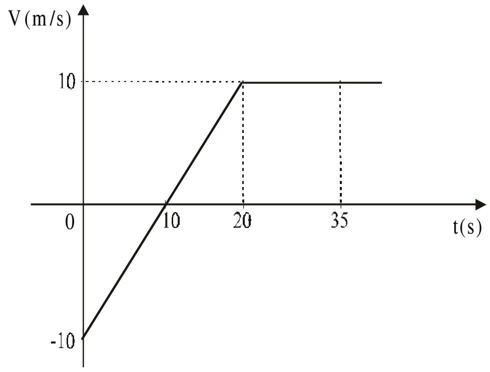
63. (ITA-SP) Um corpo em movimento retilíneo tem sua velocidade em função do tempo dada pelo gráfico abaixo:



Nesse caso pode-se afirmar que:
a) a velocidade média entre t = 4s e t = 8s é de 2,0m/s;
b) a distância percorrida entre t = 0s e t = 4s é de 10m;
c) a sua aceleração média entre t = 0s e t = 8s é de $2,0m/s^2$;
d) todas as alternativas acima estão erradas.

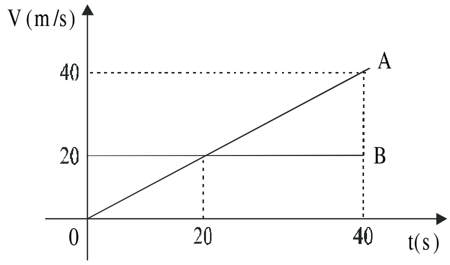
64. (UNESP) O gráfico representa a velocidade de uma partícula que se desloca ao longo de uma linha reta em função do tempo. Analise o gráfico e assinale a afirmativa correta.

a) A aceleração entre 0 e 10s é diferente da aceleração entre 10s e 20s.
b) Entre 10 e 35s, a velocidade média é de 8,0m/s.
c) Entre 0 e 10s, a aceleração é de $5{,}0m/s^2$.
d) Entre 20 e 35s, a partícula permanece parada.

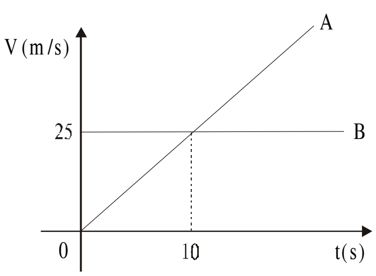


65. (UFRR) Dois carros, A e B, deslocam-se numa mesma estrada retilínea e suas velocidades variam com o tempo conforme o gráfico. No instante t = 0, eles estão juntos. Assinale certo (C) ou errado (E) em cada afirmativa.

a) os dois carros apresentam movimento uniforme;
b) a aceleração do carro A é de $1{,}0m/s^2$;
c) a velocidade de B é sempre maior que a de A;
d) no instante t = 20s, os dois carros estão juntos;
e) após 40s, os dois carros percorreram a mesma distância.

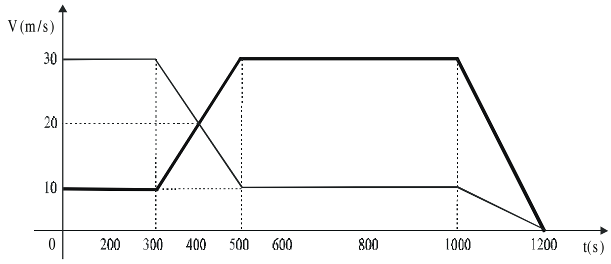


66. (E.E.Mauá-SP) Um automóvel A está parado em um semáforo. Quando o sinal verde acende e A inicia seu movimento, passa por ele um outro carro, B, com velocidade constante. O gráfico abaixo representa o comportamento das velocidades dos dois carros, em função do tempo. Determine após quanto tempo o carro A alcança o carro B.



67. (FUVEST-SP) Dois veículos A e B deslocam-se em trajetórias retilíneas e paralelas uma a outra. No instante t = 0s, eles se encontram lado a lado. O gráfico representa as velocidades dos dois veículos, em função do tempo, a partir desse instante e durante os 1.200s seguintes. Os dois veículos estarão novamente lado a lado, pela primeira vez, no instante:

a) 400s
b) 500s
c) 600s
d) 800s
e) 1.200s

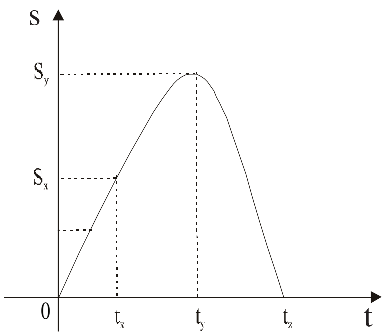


68. (UFRJ) A função horária de determinada partícula é dada por $s = 100 - 40t + 2t^2$ (mks). Determine a posição da partícula ao mudar o sentido do movimento.

69. (UFCE) Um automóvel B está parado no quilômetro 0 de uma estrada. No instante t = 0 é ultrapassado pelo automóvel A que se move com velocidade constante de 9,0m/s. Dois segundos mais tarde, o automóvel B parte do repouso no mesmo sentido de A, com uma aceleração constante de $4{,}0m/s^2$. Determine em metro a posição em que o automóvel A será alcançado pelo automóvel B.

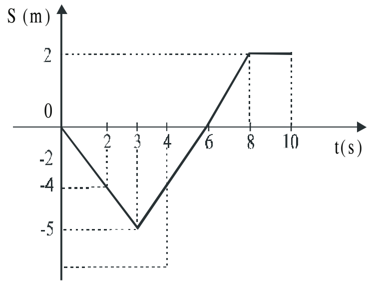
70. (UFPR) Um móvel desloca-se ao longo de uma trajetória retilínea, e sua posição escalar varia com o tempo conforme o gráfico. Assinale certo ou errado.

a) A velocidade inicial do móvel é positiva.
b) A velocidade no instante t_y é nula.
c) A distância máxima percorrida pelo móvel ocorre no instante t_z.
d) De t_x a t_y o movimento é uniformemente retardado.
e) De t_y a t_z o movimento é progressivo e acelerado.



71. (UFPI) A figura representa a posição de um móvel em função do tempo. Os trechos de 0 a 2s, de 4s a 6s e de 8s a 10s são segmentos de reta; e os trechos de

2s a 4s e de 6s a 8s são parábolas do 2º grau. Trace o gráfico da velocidade em função do tempo.



72. (E.E.Mauá-SP) Um móvel desloca-se com velocidade constante de 72 km/h e seu condutor dispõe de um espaço de 50m para pará-lo. Qual é o módulo mínimo da aceleração negativa a ser aplicado pelo condutor ao acionar o freio?
a) $36 m/s^2$ d) $4 m/s^2$
b) $18 m/s^2$ e) $2 m/s^2$
c) $8 m/s^2$

73. (FEI-SP) A posição de um móvel em movimento uniforme varia com o tempo conforme a tabela abaixo. A equação horária desse movimento é:
a) S = 4 – 25t d) S = – 4 + 25t
b) S = 25 + 4t e) S = –25 – 4t
c) S = 25 – 4t

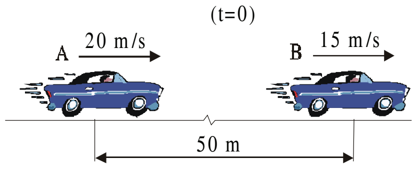
S(m)	25	21	17	13	9	5
t(s)	0	1	2	3	4	5

74. (E.E.Mauá-SP) Ao longo de uma pista de corrida de automóveis existem cinco postos de observação onde são registrados os instantes em que por eles passa um carro em treinamento. A distância entre dois postos consecutivos é de 500m. Durante um treino registraram-se os tempos indicados na tabela seguinte:

Posto	1	2	3	4	5
Instante de passagem (s)	0	24,2	50,7	71,9	116,1

a) Determine a velocidade média desenvolvida pelo carro no trecho compreendido entre os postos 2 e 4.
b) É possível afirmar que o movimento do carro é uniforme? Justifique a resposta.

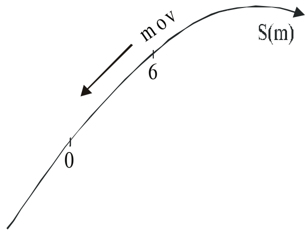
75. Dois carros A e B movem-se em movimento uniforme e no mesmo sentido. No instante t = 0, os carros encontram-se nas posições indicadas na figura. Suas velocidades são dadas em valor absoluto. Determine:



a) O instante em que A encontra B.
b) A que distância da posição inicial de A ocorre o encontro.

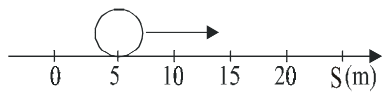
76. A distância entre dois automóveis num dado instante é 450km. Admita que eles se deslocam ao longo de uma mesma estrada, um de encontro ao outro, com movimentos uniformes de velocidades escalares de valores absolutos 60km/h e 90km/h. Determine ao fim de quanto tempo irá ocorrer o encontro e a distância que cada um percorre até esse instante.

77. A figura representa a posição, no instante t = 0, de um móvel que realiza movimento uniformemente variado. No instante t = 0 o movimento é retrógrado retardado. A velocidade inicial e a aceleração escalar são respectivamente 2m/s e $4 m/s^2$, em valor absoluto. Determine:



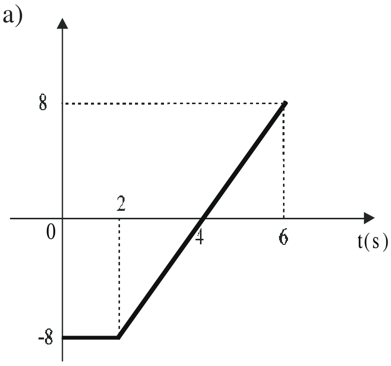
a) a função horária do movimento;
b) a função horária da velocidade;
c) o instante e o espaço do móvel quando sua velocidade se anula.

78. A figura ao lado representa, no instante t = 0, a posição de um móvel que realiza MUV progressivo e acelerado. A velocidade inicial e a aceleração escalar valem, respectivamente, 5,0m/s e $2,5/s^2$, em valor absoluto. Em que instante o móvel passa pela posição cujo espaço é S = 20m?

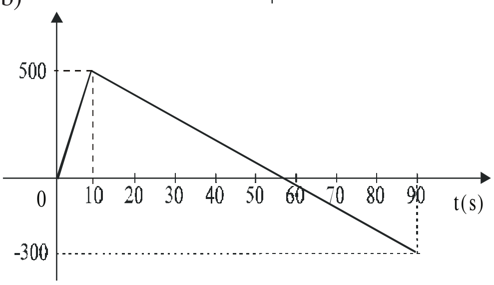


79. Dado o gráfico da velocidade, trace o gráfico da aceleração e calcule a variação de espaços nos intervalos de tempo considerados.

a)

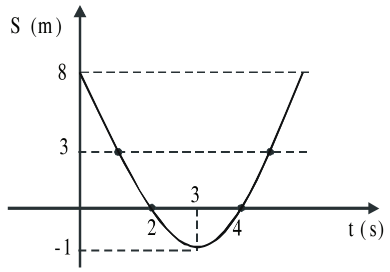


b)

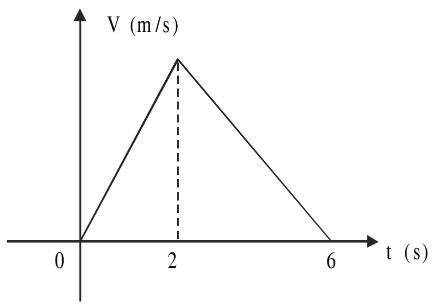


80. Uma moto está desenvolvendo uma velocidade de 72km/h. Repentinamente, aparece um obstáculo à frente da moto e o motoqueiro aciona os freios, provocando uma aceleração contrária ao movimento de 5 m/s^2, constante.
a) Qual foi o espaço percorrido?
b) Qual foi a velocidade média da moto nesse intervalo de tempo?

81. A posição de um móvel varia com o tempo conforme mostra o diagrama abaixo. Determine:
a) a posição inicial e o sinal da aceleração;
b) em que instante o móvel inverte o sentido do movimento;
c) em que instante o móvel passa pela origem das posições;
d) em que intervalo de tempo o movimento é retardado.



82. (U.Mackenzie-SP) Um móvel, numa trajetória retilínea, parte do repouso e percorre 36m em 6s com velocidade que varia conforme o gráfico dado. A máxima velocidade atingida pelo móvel foi de:



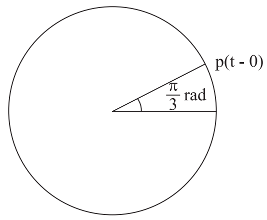
a) 15m/s
b) 12m/s
c) 9m/s
d) 6m/s
e) 3m/s

MCU e MCUV

83. O espaço de um móvel, que realiza MCU de raio R = 0,1m, e num certo instante, S = 0,5m. Qual o espaço angular nesse instante?

84. Um móvel realiza MCU completando 5 voltas em 10s. Determine seu período e sua freqüência.

85. A figura indica a posição de um móvel no instante t = 0. O móvel descreve um movimento circular e uniforme, cuja velocidade angular é $w = \frac{\pi}{2}$ rad/s.



a) Escreva a equação horária do movimento.
b) Qual o espaço angular no instante t = 2s?

86. (E.E.Mauá-SP) Um ponto material executa um movimento circular uniforme de raio 0,5m, completando uma volta em cada 5s. Calcule: a freqüência e a velocidade angular do movimento.

87. (Unifor-CE) Um carrocel gira efetuando uma rotação a cada 4,0s. Cada cavalo executa movimento circular uniforme com freqüência em rps (rotação por segundo) igual a:
a) 8,0
b) 4,0
c) 2,0
d) 0,50
e) 0,25

88. (FEI-SP) Os períodos de dois móveis dotados de velocidades angulares $w_1 = \frac{\pi}{8}$ rad/s e $w_2 = 4\pi$ rad/s são, respectivamente:

a) $t_1 = 8s$ e $t_2 = \frac{1}{4}s$
b) $t_1 = 16s$ e $t_2 = \frac{1}{2}s$
c) t e $t_2 = 4s$
d) $t_1 = 4s$ e $t_2 = 2s$
e) $t_1 = 2s$ e $t_2 = 8s$

89. (UF-RS) Um corpo em movimento circular uniforme completa 20 voltas em 10 segundos. O período em (s) e a freqüência em (s^{-1}) do movimento são, respectivamente:
a) 0,5 e 2
b) 2 e 0,5
c) 0,5 e 5
d) 10 e 20
e) 20 e 2

90. (E.F Mauá-SP) Um ponto material está em movimento circular uniforme em relação a um dado referencial. Sua velocidade escalar é v = 4m/s e a trajetória tem raio R = 2m. Determine a velocidade angular (w).

91. (PUC-SP) Dois patinadores A e B empregam o mesmo tempo para completar uma volta em torno de uma pista circular. A distância do patinador A ao centro da pista é o dobro da do patinador B ao mesmo centro. Chamado Va e Vb, respectivamente, as velocidades de A e B e Wa e Wb as respectivas velocidades angulares, pode-se afirmar que:
a) $Va = \frac{Vb}{2}$
b) Va = 2Vb
c) Va = Vb
d) Wa = 2Wb
e) $Wa = \frac{Wb}{2}$

92. Um ponto efetua 240 rpm (rotações por minuto). Logo, o período desse movimento é:
a) 1/4s b) 1/240s c) 0,5s

A freqüência em cps é:
d) 2 e) 40 f) 4

93. Calcule as velocidades angulares dos ponteiros de um relógio e assinale com os números 1, 2 e 3 as respostas certas, indo do ponteiro dos segundos ao ponteiro da hora. A unidade nas respostas é o rad/s.

a) ( ) $\frac{\pi}{21.600}$ d) ( ) $\frac{\pi}{1.800}$

b) ( ) $\frac{\pi}{60}$ e) ( ) $\frac{\pi}{10}$

c) ( ) $\frac{\pi}{120}$ f) ( ) $\frac{\pi}{30}$

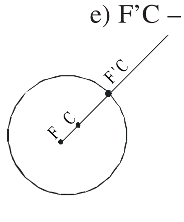
94. Um ponto efetua 1.200rpm numa circunferência de 0,5m de raio. Confira suas velocidades angular e tangencial.
a) 4πrad/s d) 20πm/s
b) 40πrad/s e) 40πm/s
c) 1.200rad/s f) 80πm/s

95. Qual a aceleração centrípeta de uma partícula que efetua 360rpm numa circunferência de 20cm de raio?
a) 300cm/s^2
b) 1.500π^2cm/s^2
c) 2.880π^2cm/s^2

96. Um inseto pousa a 10cm do centro de um disco que está efetuando45 rpm. Calcule:
1) sua velocidade angular (w = 2πF);
2) sua velocidade tangencial (v = wR);
3) sua aceleração centrípeta (ac = w^{2}R).

Assinale as respostas certas com o número 1,2 e 3, respectivamente.
a) 15πcm/s
b) 225πcm/s^2
c) $1,5\pi$rad/s
d) 15πrad/s
e) $15\pi^2$cm/s
f) $22,5\pi^2$cm/s^2

97. Um eixo vertical gira, efetuando 1200 rpm, e faz girar junto, com a mesma velocidade angular, uma esfera de 100g presa ao eixo por um fio de 40cm. A esfera desliza num plano horizontal sem atrito, de modo que a resultante das forças sobre ela é a tração no fio. Calcule a força centrífuga que a esfera exerce no fio em qualquer posição.
a) 8πN d) FC – Força Centrípeta
b) 16πN e) F'C – Força Centrífuga.
c) $64\pi^2$N



98. Assinale certo ou errado.
a) A força centrípeta não equilibra a centrífuga, pois, embora sejam forças de mesmo módulo e de sentidos opostos, estão aplicadas em corpos diferentes.
b) A freqüência é o inverso do período.
c) A força que mantém os satélites girando em torno da Terra é a força de atração da Terra e é igual à força centrípeta sobre o satélite.
d) As forças, que exercemos no chão, quando estamos parados de pé, são iguais, em módulo, quer estejamos no equador ou nos pólos.
e) No movimento retilíneo uniformemente variado não há aceleração normal.
f) Nas curvas, a força centrípeta atua nos carros e a força centrífuga atua no chão.
g) Para que um carro não derrape, ao fazer uma curva, é preciso que a força centrípeta não ultrapasse a maior força de atrito nos pneus.

99. Assinale a opção correta.
a) O período de rotação de qualquer ponto da superfície da terra, menos nos pólos é:
a) 3600s
b) 43.200s
c) 86.400s

b) Numa circunferência de 40m de raio, um arco de 80m subtende um ângulo de:
a) 0,5rad
b) 2rad
c) 4rad

c) A velocidade tangencial de um ponto da periferia de um *long-play* (raio = 13cm e velocidade angular w = 331/3rpm) é:
a) 45πcm/s
b) 130/9cm/s
c) 65πcm/s

d) Calcule a aceleração centrípeta de uma pedra que gira presa a um fio, descrevendo um cone cujo raio da base é 1m. O tempo de cada volta é π s.
a) 2m/s^2
b) 3m/s^2
c) 4m/s^2

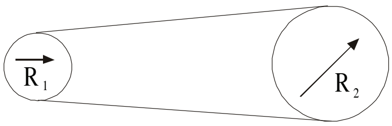
e) Qual a força de atrito que atua nos pneumáticos de um carro de 1500 kg, quando faz uma curva de 100m de raio, com velocidade de 72 km/h, sem derrapar? A estrada é horizontal.
a) 4.000N
b) 6.000N
c) 8.000N

f) Qual o valor aproximado da velocidade da Terra em torno do Sol, considerando a trajetória desse planeta como circular de raio igual a 150.840.000 km, e o período de translação como 365 dias?
a) 103km/h
b) 108.000km/h
c) 150.000km/h

100. Um LP gira a 33 rps e tem raio de 15cm. Um pequeno pedaço de papel é colocado no sua beira e portanto descreve M. C. Pede-se:
a) A freqüência de rotação do papel.
b) O período de rotação do papel.
c) Sua velocidade angular.
d) Sua velocidade linear.
e) O espaço que ele percorre em 10s.

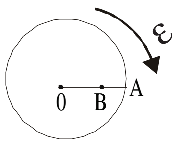
101. Uma outra unidade de freqüência muito usada é rpm (rotação por minuto). Se um motor a gasolina gira a 3.000 rpm, qual a sua velocidade angular?

102. Duas polias são ligadas por uma correia como mostra a figura a seguir. As polias têm raios R_1 = 10cm e R_2 = 200cm. Se a polia nº 1 efetua 40 rpm; qual será a freqüência da segunda?



103. Um relógio funciona durante um mês (30 dias). Neste período o ponteiro dos minutos terá dado um número de voltas igual a:
a) $3,6 \cdot 10^2$
b) $7,2 \cdot 10^2$
c) $7,2 \cdot 10^3$
d) $3,6 \cdot 10^5$
e) $7,2 \times 10^5$

104. (PUC-SP) O esquema representa uma polia que gira em forma de um eixo. A velocidade do ponto A é 50cm/s e a do ponto B é 10cm/s. A distância AB vale 20cm. A velocidade angular da polia vale:
a) 2rad/s
b) 5rad/s
c) 10rad/s
d) 20rad/s
e) 50rad/s



105. (Fatec-SP) Uma roda gira a 1200 rpm. A freqüência e o período são, respectivamente:
a) 1200Hz, 0,05s
b) 60Hz, 1min
c) 20Hz, 0,05s
d) 20Hz, 0,5s
e) 12Hz, 0,08s

106. (Mack) Um disco inicia um movimento uniformemente acelerado a partir do repouso e, depois de 10 revoluções, a sua velocidade angular é de 20rad/s. Podemos concluir que a aceleração angular da roda em rad/s² é mais aproximadamente igual a:
a) 3,5
b) 3,2
c) 3,0
d) 3,8
e) n.d.a

107. Duas polias são ligadas por uma correia. Uma tem 40cm de raio e realiza 120 voltas por segundo. A outra, tendo 60cm de raio, deverá realizar:
a) 180 voltas por segundo;
b) 120 voltas por segundo;
c) 60 voltas por segundo;
d) 80 voltas por segundo;
e) 20 voltas por segundo.

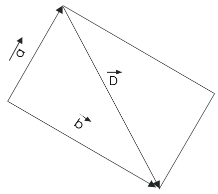
GRANDEZAS VETORIAIS

108. Um passarinho voa 40m no sentido oeste-leste, 50m no sentido norte-sul e 60m no sentido leste-oeste. Qual o deslocamento resultante?
a) 45,7m
b) 53,8m
c) 150m

109. Na regra do paralelogramo, a diagonal que passa pela origem dos vetores a serem somados é a resultante. A outra diagonal é a diferença entre eles. O sentido do vetor diferença segue a regra do polígono. Observe a figura. Pela regra do polígono e de acordo com os sentidos indicados pelas setas, pode-se escrever:

$\vec{a} + \vec{D} = \vec{b}$ onde $\vec{D} = \vec{b} - \vec{a}$

Se o sentido fosse outro, teríamos:



$\vec{a} + \vec{D} = \vec{a}$ e $\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$

Baseado no que foi exposto e na figura abaixo, marque os resultados certos.

a) $\vec{MP} + \vec{PN} = \vec{MN}$

b) $\vec{MN} + \vec{D} = \vec{MP}$

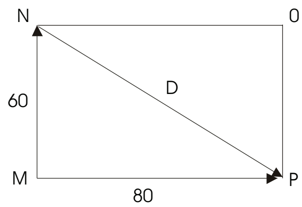
c) $\vec{MN} + \vec{D} = \vec{PN}$

d) $\vec{NP} = \vec{MP} + \vec{MN}$

e) $D = 100$

f) $D = 140$

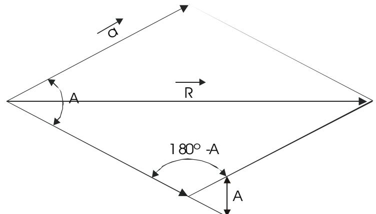
g) $D = 20$



110. Vamos chamar de A o ângulo formado pelos vetores concorrentes $\vec{a}$ e $\vec{b}$ Observe, na figura, que a diagonal resultante desses dois vetores é o lado oposto ao ângulo 180º – A.
Em vista disto, pode-se escrever:

$$\boxed{R^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos A}$$

O módulo da resultante de dois vetores de módulo 50 e 60 e cujas direções formam um ângulo de 60º (cos 60º = 0,50) é:
a) 10
b) 95,3
c) 110,5



111. Calcule o módulo da velocidade vetorial média de uma partícula, sabendo que percorre um arco que subtende um ângulo de 60º, numa circunferência de 20m de raio. O tempo gasto é de 10s. Lembre-se que, nesse caso, a corda tem o mesmo comprimento do raio.
a) $2ms^{-1}$
b) $6ms^{-1}$
c) $10\pi\ ms^{-1}$

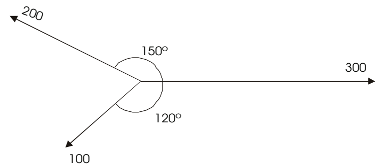
112. Assinale certo ou errado.
a) Massa é uma grandeza escalar.
b) A componente de um vetor, num eixo, é dada pelo produto do módulo do vetor pelo co-seno do ângulo que ele forma com o eixo.
c) A soma vetorial é idêntica a soma algébrica.
d) A soma de dois vetores tem módulo sempre maior que o módulo de qualquer um dos vetores.
e) Num movimento curvilíneo, o módulo da velocidade vetorial média é sempre menor que o valor da velocidade escalar média.
f) Sempre existem as duas componentes da aceleração vetorial.

113. A resultante de dois vetores perpendiculares, um de módulo 45 e outro de modulo 60, mede:
a) 15
b) 75
c) 150

114. A resultante de dois vetores de módulos 30 e 40 e cujas direções formam um ângulo de 120º mede, aproximadamente:
a) 10
b) 36
c) 70

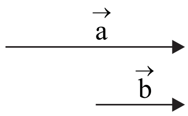
115. Um pássaro voa 10m no sentido sul-norte, 30m no sentido leste-oeste e 50m no sentido norte-sul. Qual o deslocamento resultante?
a) 30
b) 40
c) 50

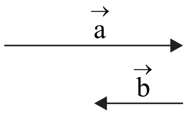
116. Qual o módulo da resultante dos vetores indicados na figura?
a) 69,2
b) 77,1
c) 84,5



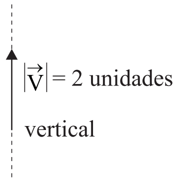
117. As componentes tangencial e normal da aceleração de uma partícula variam de acordo com as expressões abaixo, nas quais t representa o tempo, em segundos, para as acelerações em m/s^2.
$a_t = 2t \quad a_n = 1{,}5t$
Decorrido um tempo de 10s, a aceleração de partícula mede:
a) 15
b) 20
c) 25

118. Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados na figura têm módulos $|\vec{a}| = 10$ unidades e $|\vec{b}| = 6$ unidades. Determine o módulo do vetor soma S nos casos:

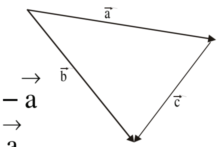
a) 

b) 

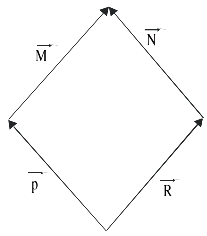
119. É dado o vetor V representado abaixo. Dê as características dos vetores 2V e – V.



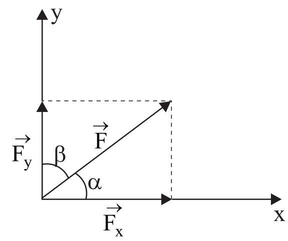
120. (UC-MG) Para o diagrama vetorial ao lado, a única igualdade é:
a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$
b) $\vec{b} - \vec{a} = \vec{c}$
c) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$
d) $\vec{b} + \vec{c} = -\vec{a}$
e) $\vec{c} - \vec{b} = \vec{a}$



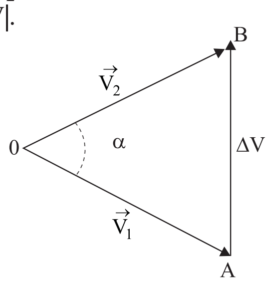
121. (F.C. Chagas-SP) Qual é a relação entre os vetores $\vec{M}$, $\vec{N}$, $\vec{P}$ e $\vec{R}$, representados abaixo:
a) $\vec{M} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
b) $\vec{P} + \vec{M} = \vec{R} + \vec{N}$
c) $\vec{P} + \vec{R} = \vec{M} + \vec{N}$
d) $\vec{P} - \vec{R} = \vec{M} - \vec{N}$
e) $\vec{P} + \vec{R} + \vec{N} = \vec{M}$



122. Seja o vetor F inclinado de α em relação ao eixo 0x e inclinado de β em relação ao eixo 0y. Dados: F = 10N, sen 37º = cos 53º = 0,60 e cos 37º = sen 53º = 0,80, encontre Fx e Fy.

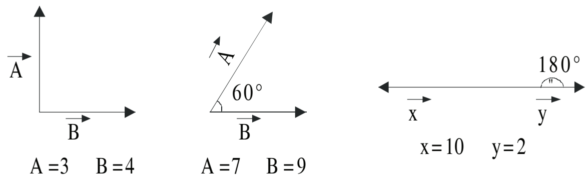


123. O módulo de ΔV é obtido pela aplicação da lei dos cossenos no triângulo OAB. Dados:
$|V_1| = 12$, $|V_2| = 5$ e ângulo = 60º, sendo cos 60º = 1/2, calcule: $|\Delta V|$.

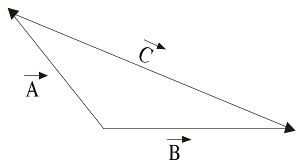


124. Para cada uma das grandezas físicas abaixo, diga se ela é escalar ou vetorial.
a) A área de um triângulo.
b) O comprimento do lado de um quadrado.
c) A força com que um jogador chuta uma bola.
d) O deslocamento de um carro.
e) A espessura de um livro.

125. Encontre o módulo, direção e sentido da resultante para os vetores abaixo.



126. (Cescem) A figura abaixo mostra três vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$.



De acordo com a figura, podemos afirmar que é verdadeira a seguinte relação:

a) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 0$

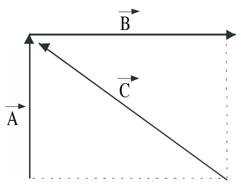
b) $\vec{A} = \vec{B} - \vec{C}$

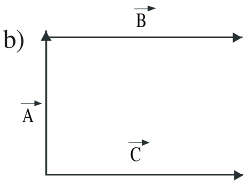
c) $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C}$

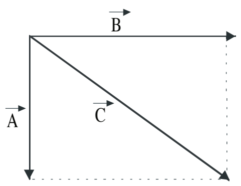
d) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$

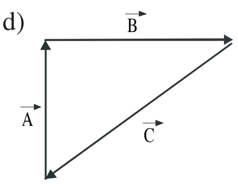
e) $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$

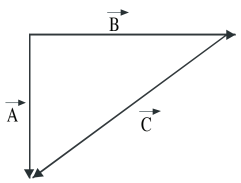
127. (Cescem) São dados os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Qual dos esquemas representa o vetor $\vec{C}$ soma de $\vec{A} + \vec{B}$?

a)


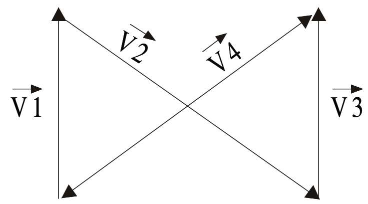
b)


c)


d)


e)


128. Sobre a composição dos vetores abaixo podemos dizer:



a) $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{V}_4$

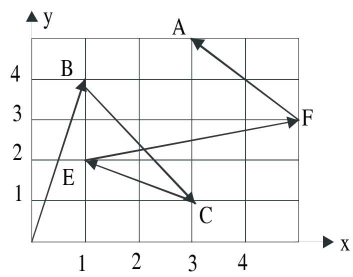
b) $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_4 = 0$

c) $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = -\vec{V}_4$

d) $\vec{V}_4 + \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}$

129. (UnB) Considerar os vetores $\vec{OB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CE}$, $\vec{EF}$ e $\vec{FA}$, como definidos de acordo com o gráfico abaixo. Sejam $\vec{x}$ e $\vec{y}$ os vetores unitários na direção dos eixos x e y. Então:

a) $\vec{EF} - \vec{FA} = 2\vec{x} - \vec{y}$
b) $\vec{BC} - \vec{CE} = \vec{x} - \vec{y}$
c) $\vec{OB} + \vec{FA} = 3\vec{x} + 2\vec{y}$
d) $\vec{OB} - \vec{CE} = 6$

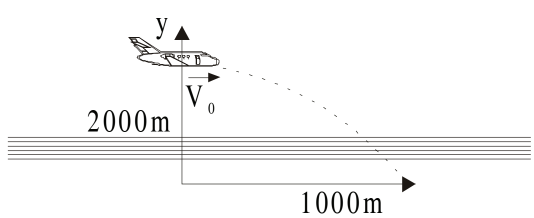


130. Para cada uma das grandezas físicas abaixo, diga se ela é escalar ou vetorial.

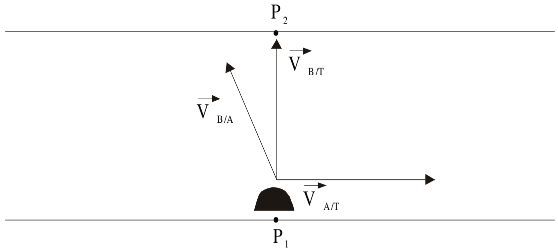
a) deslocamento	e) massa
b) tempo	f) temperatura
c) velocidade	g) força
d) volume	h) aceleração

131. Dois vetores $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, têm módulos respectivamente iguais a 6 e 8 e o vetor soma desses dois vetores tem módulo 10. Qual é o valor do ângulo a formado pelos dois vetores F_1 e F_2?

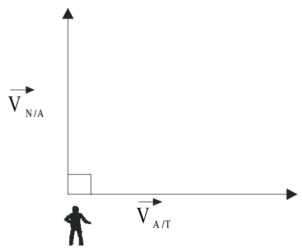
132. Um avião bombardeiro está voando a 2.000m de altura quando solta uma bomba. Se a bomba cai a 1.000m da vertical em que foi lançada, qual o módulo da velocidade do avião? (adote g = 10m/s²).



133. Um barco parte do ponto P_1 para atravessar um rio de 500m de largura e atingir o ponto P_2. Sabendo-se que a velocidade da correnteza é de 2km/h e que a travessia é feita em 1 hora, calcule a velocidade do barco, em relação às águas.



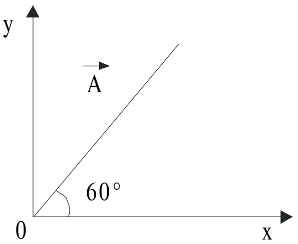
134. Um nadador nada com velocidade de 3,0km/h em relação à correnteza de um rio perpendicularmente a ele. Sabendo-se que é de 4,0km/h a velocidade das águas em relação às margens, qual é a velocidade do nadador em relação à terra? Se a largura do rio é 2,0km, em quantos metros ele será arrastado pelas águas?



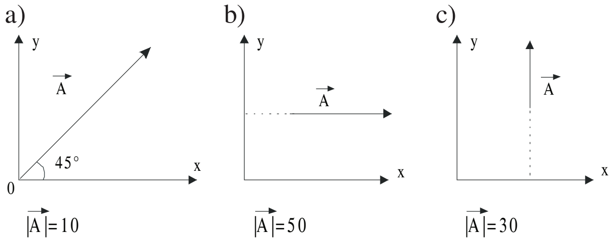
135. Um avião deslocou-se 200km para o norte e, em seguida, 80km para o leste. Calcule o módulo de seu deslocamento vetorial total.

136. Determine os componentes horizontal e vertical do vetor A de módulo igual a 60 e que forma 30º com a horizontal. Dados: Sen 30º = 1/2; Cos 30º = $\sqrt{3}/2$.

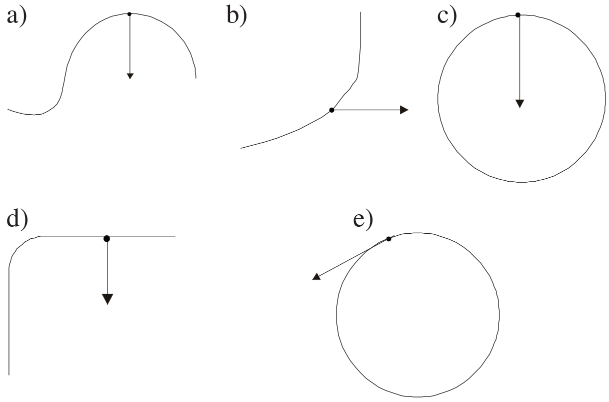
137. Calcule os componentes A_x e A_y do vetor A. O módulo do vetor é A = 10.



138. Determine os componentes A_x e A_y nos seguintes casos:

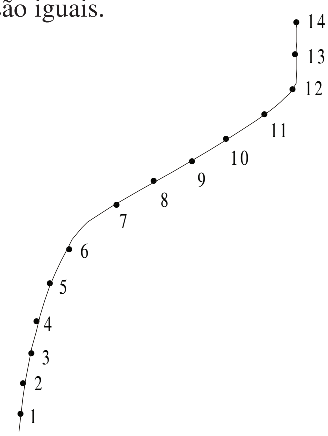


139. Qual das figuras abaixo pode representar a trajetória de um ponto material e sua velocidade vetorial?

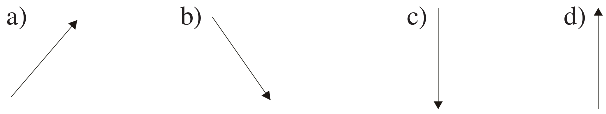


Esta explicação se refere aos testes 140 a 143.

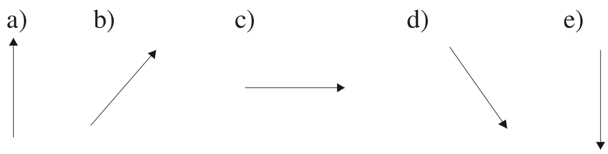
A figura representa uma fotografia de exposição múltipla de uma esfera que se move ao longo da trajetória 1, 2..., 13, 14. As regiões de 1 a 4, de 8 a 11 e de 12 a 14 são segmentos de reta. As regiões de 5 a 7 e de 11 a 12 são arcos de circunferência. Os intervalos de tempo entre duas posições consecutivas da esfera são iguais.



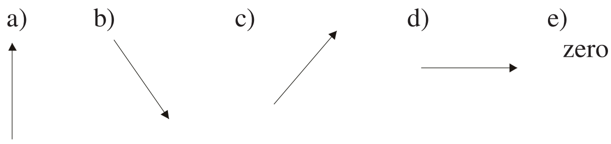
140. A aceleração instantânea da esfera no ponto 6 é melhor representada por:



141. Qual dos vetores melhor representa a velocidade instantânea da esfera no ponto 6:

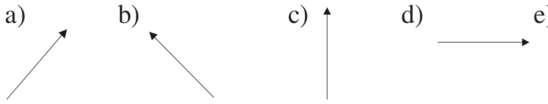


142. A aceleração instantânea da esfera no ponto 3 é melhor representada por:



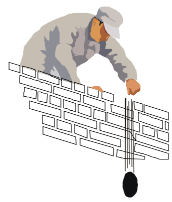
143. A aceleração instantânea da esfera num ponto médio entre às posições 11 e 12 é melhor representada por:

a) b) c) d) e) zero



LANÇAMENTOS

144. Você solta uma pedra do alto de um prédio e ela atinge o chão em 4s. Qual a altura do prédio? Considere $g = 10m/s^2$.



145. Um estudante subiu ao terraço de um edifício de 180m de altura e de lá soltou uma pedra. Pergunta-se:
a) Qual o tempo gasto pela pedra para chegar ao chão?
b) Qual a velocidade da pedra ao chegar ao chão?
Adote $g = 10m/s^2$.

146. Uma pedra é lançada no vácuo verticalmente para cima com velocidade de 20m/s. Sabendo-se que a aceleração imposta pela gravidade local é de $10m/s^2$, qual a altura máxima atingida pela pedra?

147. Um projétil é lançado para baixo do alto de uma torre com velocidade inicial de 10m/s. Sabendo-se que a torre mede 40m de altura, qual será a velocidade a 10m do chão? Adote $g = 9,8m/s^2$.

148. Uma bola de ferro é lançada verticalmente para cima com velocidade de 30 m/s em um local de $g = 10m/s^2$. Depois de quanto tempo ela retornará ao solo?

149. Um balão move-se verticalmente para cima com velocidade constante de 8m/s. Quando o balão se encontra a 100m do chão ele desprende um lastro. Pergunta-se qual será a máxima altura atingida pelo lastro em relação à terra. Adote $g = 10m/s^2$.

150. Uma pedra é lançada verticalmente para cima com velocidade de 40 m/s. Em que instante ela passará na metade da altura máxima? ($g = 10\ m/s^2$)

151. Um balão de gás está subindo verticalmente com velocidade constante de 10m/s. Um garotinho, que se encontra no chão na mesma linha vertical do balão, atira uma pedra com sua atiradeira com velocidade de 30m/s exatamente no instante em que o balão se encontra a 20m do chão. Depois de quanto tempo a pedra atingirá o balão? ($g = 10m/s^2$)

152. Armandinho soltou uma pedra dentro de um poço e escutou o barulho na água depois de 2s. Como Armandinho é um bom aluno, ele pode calcular a profundidade do poço. Qual foi o resultado encontrado por ele? Adote a velocidade do som 340m/s e $g = 10m/s^2$.

Analise as afirmações seguintes e assinale certo ou errado.

153. ( ) Quando corremos com um guarda-chuva aberto, de modo que seu suporte fique inclinado em relação ao nosso corpo ou na horizontal, notamos que o ar tende a impedir o movimento.

154. ( ) Se existir um planeta sem nenhuma atmosfera que o circunde, um avião não poderá voar em tal planeta.

155. ( ) A queda suave de uma pessoa com o pára-quedas aberto não constitui uma prova de que o ar oferece resistência aos corpos que nele se deslocam.

156. ( ) No vácuo todos os corpos caem com a mesma aceleração, desde que seja no mesmo lugar da terra.

157. ( ) Deixando-se cair, da mesma altura, duas esferas idênticas, uma no vácuo e outra no ar, as duas chegam ao solo com a mesma velocidade.

O valor da aceleração da gravidade varia, um pouco, com a altitude e com a latitude do lugar. Chamam de aceleração normal da gravidade aquela cujo valor é $9,80665\ m/s^2$. Com menor precisão considera-se para aceleração normal da gravidade o valor $g = 9,8m/s^2$. No mesmo lugar, todos os corpos caem com a mesma aceleração.

158. ( ) O ar oferece resistência aos corpos que nele se deslocam.

159. ( ) Os corpos em repouso não sofrem resistência por parte do meio onde se encontram, mas os que estão em movimento sim.

160. ( ) A aceleração da gravidade tem o mesmo valor em qualquer lugar na terra, dos pólos ao equador.

161. ( ) Desprezando a resistência do ar, a única força que atua num corpo, quando está caindo, solto, é o seu peso.

162. ( ) Uma pluma de algodão e uma bola de chumbo chegariam juntas no chão, se fossem soltas no mesmo instante e da mesma altura e se houvesse vácuo.

163. ( ) Um pára-quedista, quando está caindo, antes de abrir o pára-quedas, sente-se como se não tivesse peso.

164. Uma pequena esfera de ferro, maciça, é solta na superfície livre da água de uma piscina e, conseqüentemente, vai parar no fundo.
a) Seu movimento é considerado queda livre.
b) Existe aceleração nesse movimento, mas é menor que a aceleração da gravidade.

165. ( ) Quando duas esferas, uma mais pesada que a outra, são soltas, no vácuo na mesma altura e ao mesmo tempo, a mais pesada chega primeiro ao chão.

166. ( ) Os foguetes não se apóiam no ar, como os aviões, pois são impulsionados pela reação dos gases que expelem.

167. ( ) No ar, um líquido cai dividindo-se em gotas devido à resistência oferecida pelo ar ao movimento do líquido.

168. ( ) No vácuo, um líquido cai em bloco compacto.

169. Um copo foi jogado para cima, verticalmente, com velocidade de 147m/s. Considerando $g = 9{,}8m/s^2$, as equações desse movimento são: (Assinale C ou E)
a) ( ) $V = 147 + 9{,}8\ t$
b) ( ) $X = 147 + 9{,}8\ t^2$
c) ( ) $V = 147 - 9{,}8\ t$
d) ( ) $X = 147\ t - 4{,}9\ t^2$
e) ( ) $V = 147 - 4{,}9\ t$
f) ( ) $X = 147\ t + 4{,}9\ t^2$

170. Uma pedra foi lançada verticalmente para baixo com velocidade de 50 m/s. Calcule de que altura ela foi jogada, sabendo que demorou 12s para chegar ao chão. Tome $g = 10\ m/s^2$.
a) 720m b) 780m c) 1.320m

171. No problema do item anterior, a velocidade da pedra ao atingir o solo é de:
a) 120m/s b) 150m/s c) 170m/s

172. Um corpo é jogado para cima, verticalmente, com velocidade de 30m/s. Depois de subir 25m, sua velocidade passa a ser de:
a) 10m/s b) 20m/s c) 50m/s

173. Imagine que não existe ar na atmosfera. Um floco de algodão caiu durante 6s. Com que velocidade deveríamos jogar para cima um pedaço de ferro a fim de que atinja a mesma altura de onde foi solto o floco de algodão?
a) 60m/s b) 90m/s c) 180m/s

174. Com que velocidade devemos jogar um corpo verticalmente para cima a fim de que alcance só 45m?

175. Quanto tempo leva o corpo do problema anterior para voltar ao ponto de partida e com que velocidade ele chega?

176. De que altura se deve jogar uma pedra para baixo, com velocidade de 20m/s para que chegue ao solo com velocidade de 60m/s?

177. Do barquinho de um balão, a 100m de altura, um indivíduo solta uma pedra, quando o balão subia com velocidade de 60m/s. Calcule a altura atingida pela pedra desde o solo.

178. No mesmo instante em que uma pedra é solta de uma altura de 120m, uma bolinha de gude é jogada verticalmente para cima com velocidade de 40m/s na mesma reta. Em que altura e a que instante se encontram?

179. De uma altura de 300m deixa-se cair uma pedra ao mesmo tempo que se atira para cima uma segunda pedra.
a) Qual deve ser a velocidade de lançamento da segunda pedra a fim de que cruze com a primeira na metade da trajetória?
b) Que altura atinge a segunda?

180. Um corpo é lançado verticalmente para cima com velocidade de 60m/s. Um outro corpo é lançado do mesmo ponto e nas mesmas condições 4s após o primeiro. A que altura do ponto de lançamento os dois se encontram?

181. Uma pessoa, da janela de um apartamento a 100m de altura, vê um móvel passar, na subida e na descida, com um intervalo de tempo de 10s. Calcule:
a) A altura atingida pelo móvel desde o chão.
b) A velocidade do lançamento.

182. Uma pedra foi abandonada de um ponto situado a 1,50m de altura em relação ao solo. O tempo de queda foi cronometrado por um estudante, que obteve o valor 0,56s. Determine quanto vale a aceleração da gravidade nessa experiência.

183. Uma bola de aço é abandonada do alto de um prédio e chega ao chão 1,2s depois. Desprezando a resistência do ar e considerando $g = 10m/s^2$, determine:
a) A velocidade que a bola chega ao chão.
b) A altura do prédio.

184. Um corpo de massa m é solto de uma altura h, caindo verticalmente em queda livre. O corpo percorre a primeira quarta parte de h em 2s. Quanto tempo levará para percorrer os três quartos restantes? (Despreza os atritos com o ar).

185. Dois objetos, uma pedra e uma pena, são abandonados simultaneamente da mesma altura. Determine qual deles chega primeiro ao chão, admitindo que a experiência se realiza:
a) no ar; b) no vácuo.

186. A partir da janela de um apartamento abandona-se uma moeda que toca o solo ao fim de 1,2s. A que altura acima do solo está a janela? Com que velocidade a moeda chega ao solo? Adote $g = 10m/s^2$ e considere desprezível o atrito com o ar.

187. De uma ponte, deixa-se cair uma pedra que demora 2s para chegar à superfície da água. Considerando a aceleração local da gravidade igual a $10m/s^2$ e desprezando a resistência do ar, determine a altura da ponte.

188. (FUVEST-SP) O gato consegue sair ileso de muitas quedas. Suponha que a maior velocidade com a qual ele possa atingir o solo, sem se machucar, seja de 8m/s. Então, desprezando a resistência do ar, a altura máxima de queda, para que o gato nada sofra, deve ser de:
a) 3,2m b) 6,4m c) 10m d) 8m e) 4m

189. De um ponto situado a 9,6m de altura, lança-se um corpo verticalmente para baixo. O corpo demora 2s para chegar ao chão. Determine:
a) a velocidade inicial de lançamento;
b) a velocidade com que o corpo chega ao chão.
(Adote $g=10\ m/s^2$ e despreze a resistência do ar).

190. A partir da janela de um prédio, que se encontra a 15m de altura, um menino atira uma pedra verticalmente para cima, com velocidade linear de 20 m/s. Em que instante a pedra passa pela altura de 30m?

191. Um corpo é lançado para cima com velocidade de 20 m/s de um ponto situado a 10m acima do solo. Adotando $g = 10m/s^2$ e desprezando a resistência do ar, determine:
a) a altura máxima em relação ao solo;
b) o tempo para chegar ao solo;
c) a velocidade com que atinge o solo.

CAPÍTULO 2
DINÂMICA E ENERGIA

DINÂMICA

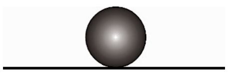
1. Estuda os movimentos associados a causas como as forças, forças de atrito, força peso, etc.

Força é um agente físico capaz de provocar a variação de velocidade de um corpo, deformar um corpo, produzir trabalho, energia etc.

No sistema internacional (SI) a unidade de força é o Newton (N).

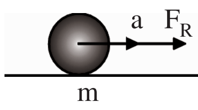
2. A dinâmica tem como princípios básicos as leis de Newton a seguir:

1ª) **Lei da Inércia:** "Sem a ação de forças ou se a força resultante que atua num corpo é nula, então o corpo está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme" (Princípio do Equilíbrio).
– A resistência que um corpo oferece, mesmo quando em movimento, a variação de velocidade em intensidade, direção e sentido é devido a inércia do corpo.
– Quanto maior a massa de um corpo, maior a sua inércia. Logo, **a medida da massa é a medida da inércia do corpo**.



m = 4 kg (inércia)

2ª) **Lei da Força:** 2ª Lei de Newton (Princípio Fundamental da Dinâmica)
– Se sobre um corpo de massa (m) atua uma força resultante (F_R) não nula, este corpo adquire uma aceleração (a) na mesma direção e sentido da força resultante.



$$\boxed{F_R = m \cdot a}$$

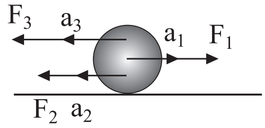
$$(kg)\left(\frac{m}{s^2}\right) \Rightarrow (N)$$

ou: "A força resultante que atua num corpo é igual ao produto de sua massa pela aceleração que adquire".

$$\boxed{m = \frac{F_R}{a}}$$

→ massa inercial

– um corpo sujeito a várias forças, cada uma delas atua independentemente, produzindo sua a aceleração, onde temos:



$$\sum \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$$

$$\sum \vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3}$$

$$\boxed{\sum \vec{F} = m \sum \vec{a}}$$

– Quando quem atua é a força peso devido à atração gravitacional, massa atrai massa, fazemos:

$$F = m \cdot a$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\boxed{P = m \cdot g}$$

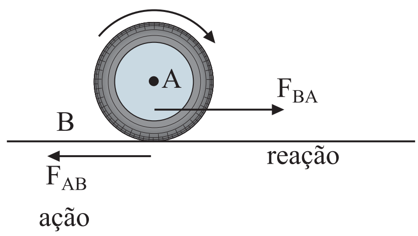
$a = g \cong 9{,}8\,\dfrac{m}{s^2} \rightarrow$ aceleração da gravidade.

$F = P \rightarrow$ força peso é a força com que a terra atrai os corpos. É dada em Newton e é medida com o dinamômetro. **Varia** com a altitude, latitude, mudando de planeta, etc.

$m \rightarrow$ massa é a quantidade de matéria de um corpo. É medida com a balança, é dada em kg (quilogramas) e não varia com a altitude, latitude, mudando de planeta, etc.

3º) **Princípio da Ação e Reação** ou 3ª Lei de Newton: "Se um corpo **A** aplica uma força em **B** (F_{AB}), então, B devolve para A (F_{BA}) uma força de mesma intensidade e direção e de sentidos contrários."
Veja alguns exemplos:

carro em movimento

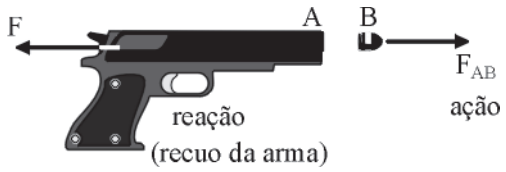


$$\boxed{F_{AB} = F_{BA}}$$

ação reação

A roda, ao girar, aplica uma força no chão para traz (ação) e o chão aplica uma força na roda para a frente (reação).

disparo de uma arma



$$F_{AB} = F_{BA}$$

$$m_B \cdot a_B = m_A \cdot a_A$$

para: $m_B = 0{,}02\text{kg} \rightarrow$ massa da bala

$m_A = 2\text{kg} \rightarrow$ massa da arma

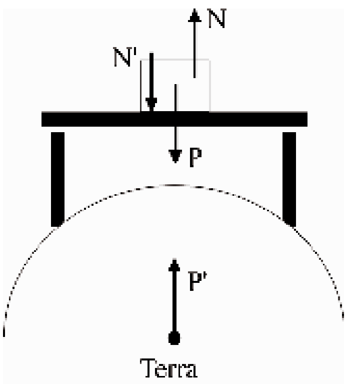
$a_B = 100\,\frac{m}{s^2} \rightarrow$ aceleração da bala

$a_A = 1\,\frac{m}{s^2} \rightarrow$ aceleração da arma

$$\begin{aligned} m_B \cdot a_B &= m_A \cdot a_A \\ \underbrace{0{,}02 \cdot 100}_{2N} &= \underbrace{2 \cdot 1}_{2N} \end{aligned}$$

Note que:
– o corpo com menor massa adquire maior aceleração;
– as forças de ação e reação atuam em corpos diferentes e por isso não se anulam.

corpo sobre uma mesa



$\boxed{N = N'}$:

N $\rightarrow$ força que a mesa aplica no corpo.
N' $\rightarrow$ força que o corpo aplica na mesa. Logo, **N** e **N'** constituem par de ação e reação.

$\boxed{P = P'}$:

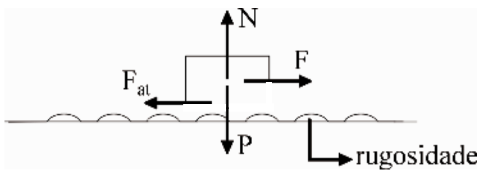
P $\rightarrow$ força peso que a terra aplica no corpo.
P' $\rightarrow$ força que o corpo aplica na Terra, logo: P e P' constituem um par de ação e reação.

$\boxed{N = P}$:

N $\rightarrow$ força normal que a **mesa aplica no corpo**.
P $\rightarrow$ força peso que a **terra aplica no corpo**, logo: **N** e **P** não constituem um par de ação e reação pois atuam no mesmo corpo.

3. Força de atrito de deslizamento

É uma força contrária ao movimento do corpo ou a tendência ao movimento.
Ocorre devido à rugosidade das superfícies em contato.
Veja:



F $\rightarrow$ força aplicada ao corpo.
$F_{at} \rightarrow$ força de atrito.

Enquanto o corpo permanecer em repouso, a **razão** entre a força aplicada (F) e a força normal (N) fornece o coeficiente de atrito estático:

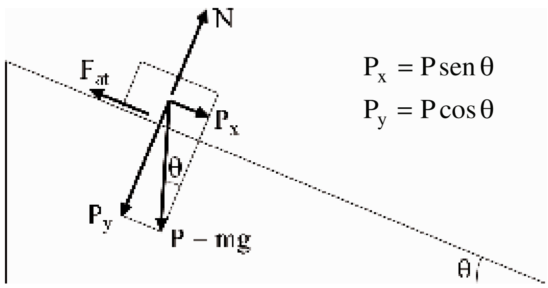
$$\boxed{\mu_E = \frac{F}{N}}$$

Estando o corpo em movimento, a razão entre a força de atrito (F_{at}) e a força normal (N) fornece o coeficiente de atrito dinâmico ou cinético:

$$\boxed{\mu_D = \frac{F_{at}}{N}} \text{ onde, então, } \boxed{F_{at} = \mu_D \cdot N}$$

Observa-se que $\mu_E > \mu_D$.

Para o plano inclinado, temos que:



Note que, neste caso, $\boxed{N \neq P}$ e $\boxed{N = P_y}$

Como $P_y = P \cos \theta$, então, $\boxed{N = P \cos \theta}$ e $F_{at} = \mu_D \cdot N$
$\Rightarrow \boxed{F_{at} = \mu_D \cdot P \cos \theta}$

A força responsável pelo deslocamento é:

$$\boxed{P_x - F_{at} = ma}$$

$P \text{ sen } \theta - \mu_D \cdot P \cos \theta = ma$

$\cancel{m}g \text{ sen } \theta - \mu_D \cdot \cancel{m} \cdot g \cos \theta = \cancel{m}a$

$g(\text{sen } \theta - \mu_D \cdot \cos \theta) = a$

$\boxed{a = g(\text{sen } \theta - \mu_D \cos \theta)}$

→ aceleração com que um corpo desce uma rampa com atrito.

Caso não haja atrito, teremos $\mu_D = 0$ e, então,

$$\boxed{a = g \text{ sen } \theta}$$

4. Conceito de Trabalho, Energia e Potência

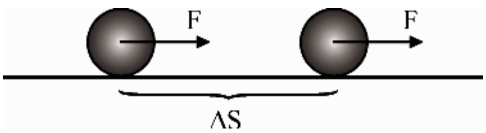
Trabalho é a capacidade de produzir energia e energia é a capacidade de produzir trabalho.

$$\begin{cases} \tau \rightarrow \text{trabalho dado em Joules (J)} \\ E \rightarrow \text{energia dada em Joules (J)} \end{cases}$$

→ $\tau = E$

– O produto da força que movimenta um corpo (F) pelo deslocamento (ΔS) é uma das primeiras expressões para determinar o trabalho.

Veja:

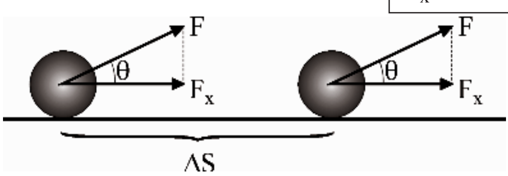


$\boxed{\tau = F \cdot \Delta S}$

$\downarrow \quad \downarrow$

(N) (m)$\Rightarrow$(J)$\rightarrow$ Joules

$\boxed{F_x = F \cos \theta}$



$F_x \rightarrow$ força que desloca o corpo

Logo: $\boxed{\tau = F_x \, \Delta S}$ ou $\tau = \boxed{F \, \Delta S \cdot \cos \theta}$

→ $F \cos \theta$

5. Potência (P)

É a rapidez om que um trabalho é feito ou uma energia é gasta ou produzida.

$\boxed{P = \dfrac{\tau}{t}}$ ou $\boxed{P = \dfrac{E}{t}}$ → em Joules (J) → em segundos (s)

→ potência em watts (W)

Como $\tau = Fd$, temos também que $P = \dfrac{F \cdot d}{t}$ com $\dfrac{d}{t} = V$ (velocidade);

→ força em Newton (N)

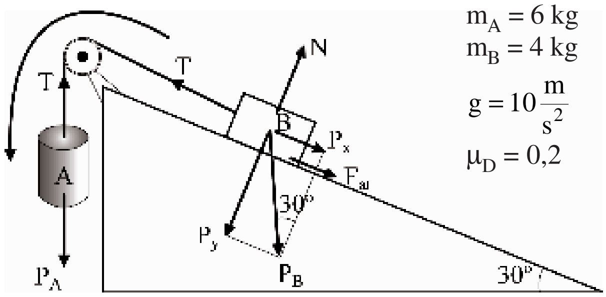
→ velocidade num dado instante em $\left(\dfrac{m}{s}\right)$

então $\boxed{P = F \cdot V}$

→ potência em watts (W)

Aplicação

1. Determine a tração T na corda que liga os corpos A e B e a aceleração do sistema se:



$m_A = 6$ kg
$m_B = 4$ kg
$g = 10 \dfrac{m}{s^2}$
$\mu_D = 0{,}2$

Preparando os dados:

$P_A = m_A \cdot g = 6 \cdot 10 = 60$ N

$P_B = m_B \, g = 4 \cdot 10 = 40$ N

$P_x = P_B \cdot \text{sen } 30° = 40 \cdot \dfrac{1}{2} = 20 \text{ N}$

$P_y = p_B \cdot \cos 30° = 40 \cdot 0{,}866 = 34{,}64$ N

$F_{at} = \mu_D \cdot N = 0{,}2 \cdot 34{,}64 = 6{,}928 \text{ N} = 6{,}93$ N

→ P_y

Aplicando a 2ª Lei de Newton para cada corpo, temos:

corpo A: $P_A - T = m_A \cdot a \quad \Rightarrow 60 - \cancel{T} = 6 \cdot a$

corpo B: $T - P_x - F_{at} = m_B \cdot a \Rightarrow \cancel{T} - 20 - 6{,}93 = 4 \cdot a$

$$33{,}07 = 10 \cdot \mathbf{a}$$

Somando membro a membro

e isolando **a**, temos:

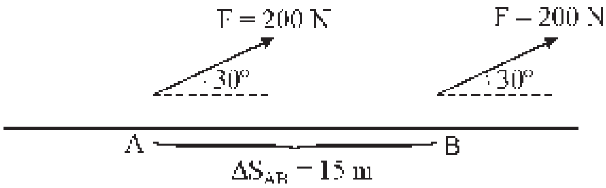
$$a = \frac{33{,}07}{10} = 3{,}31\frac{m}{s^2}$$

$$\boxed{a = 3{,}31\frac{m}{s^2}}$$

Substituindo em uma das equações o valor **a**, temos:

$60 - T = 6 \cdot 3{,}31$
$T = 60 - 19{,}86$
$T = 40{,}14\ N$

2. Um corpo é deslocado, segundo o esquema abaixo, de A para B, em 4s.



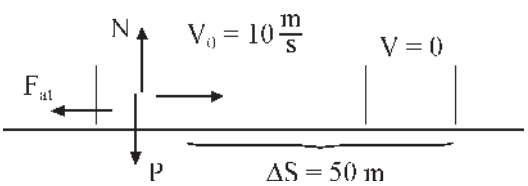
Determine:
a) O trabalho realizado (τ)
b) A potência (P)

Solução:

a) $\boxed{\tau = F \cdot \Delta S \cdot \cos\theta} = 200 \cdot 15 \cdot \cos 30° = \mathbf{2.598{,}08\ J}$

b) $\boxed{P = \frac{\tau}{\Delta t}} = \frac{2.598{,}08\,J}{4s} = \mathbf{649{,}52\ w}$

3. Um corpo é lançado horizontalmente sobre um plano horizontal com velocidade de $10\frac{m}{s}$ e para após percorrer 50 m. Determine o coeficiente de atrito relativo às superfícies em contato.



$-F_{at} = m \cdot a$

$-\mu\, \cancel{m}g = \cancel{m}a$

$-10\mu = -1$

$\boxed{\mu = \frac{1}{10} = 0{,}1}$

$V^2 = V_0^2 + 2a\,\Delta S$

$$a = \frac{V^2 - V_0^2}{2\Delta S} = \frac{0 - 10^2}{2 \cdot 50} = \frac{-100}{100} =$$

$$\boxed{a = -1\frac{m}{s^2}}$$

$F_{at} = \mu N = \boxed{\mu \cdot mg}$

$\rightarrow P = mg$

O sinal negativo se deve ao fato da força ser contrária ao movimento.

ENERGIA

Energia é a capacidade de produzir trabalho, força, movimento, etc.

Energia e trabalho são equivalentes $\boxed{E = \tau}$ ambos são dados em Joules (J).

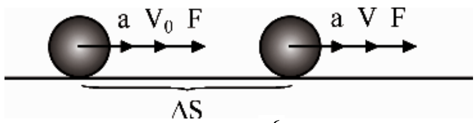
Vejamos algumas modalidades (formas) de energia.

1. Energia cinética (E_C)

É a energia que um corpo ou substância tem devido a sua velocidade.

Exemplos:
O vento, a correnteza de água, um corpo em movimento.

Relação trabalho (τ) e Energia Cinética (E_C)



$$\tau = F \cdot \Delta S = m.a.\Delta S$$

$$\tau = m \cdot \left(\frac{V^2 - V_0^2}{2}\right)$$

$$\boxed{\tau = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \boxed{F = m \cdot a} \\ V^2 = V_0^2 + 2a\,\Delta S \\ \boxed{\Delta S = \dfrac{V^2 - V_0^2}{2a}} \\ a\,\Delta S = \dfrac{V^2 - V_0^2}{2} \end{array}\right.$$

onde:

$E_{C_0} = \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow$ energia cinética inicial.

$E_C = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow$ energia cinética final.

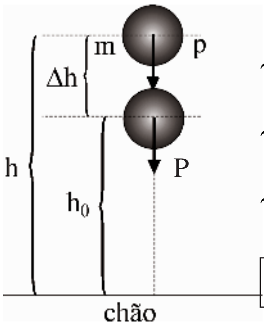
$\tau = E_C - E_{C_0} \Rightarrow \boxed{\tau = \Delta E_C}$ logo, o trabalho pode provocar a variação de energia cinética e vice-versa.

2. Energia potencial gravitacional (E_{Pg})

É a energia que um corpo ou substância tem devido a posição que se encontra dentro do campo gravitacional.

Exemplos:
Altura de uma represa cheia de água, altura de um corpo.

Relação entre trabalho (τ) e a energia potencial gravitacional (E_{Pg})



$$\tau = F \cdot \Delta S$$

$$\tau = P \cdot \Delta h \qquad \begin{cases} F = P \\ \Delta S = \Delta h \\ P = mg \end{cases}$$

$$\tau = mg(h - h_0)$$

$$\boxed{\tau = mgh - mgh_0}$$

onde:

$E_{Pg_0} = mgh_0 \rightarrow$ energia potencial inicial

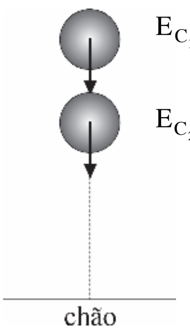
$E_{Pg} = mgh \rightarrow$ energia potencial final

$\tau = E_{Pg} - E_{Pg_0} \Rightarrow \boxed{\tau = \Delta E_{Pg}}$ logo, o trabalho pode provocar variação de energia potencial gravitacional e vice-versa.

3. Energia Mecânica (E_M)

É a soma da (E_C) com a (E_{Pg}) que um corpo ou substância tem num dado instante.

Exemplo:
A água que sai da represa pela tubulação rumo ao gerador da hidrelétrica, durante a descida vai perdendo energia potencial (E_{Pg}) e vai ganhando (E_C). A soma destas energias em cada instante é constante e denominamos de energia mecânica (E_M). Isto significa que a energia se conserva constante.



$$\begin{rcases} E_{C_1} + Ep_{g_1} = E_{M_1} \\ E_{C_2} + Ep_{g_2} = E_{M_2} \end{rcases} \boxed{E_{M_1} = E_{M_2}}$$

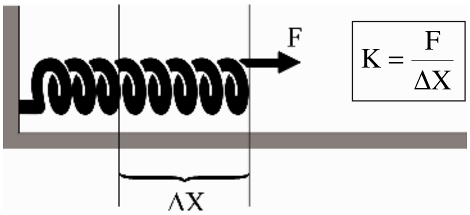
$$E_M = E_C + E_{Pg}$$

$$\boxed{E_M = \frac{mV^2}{2} + mgh}$$

4. Energia Potencial Elástica (E_{P_E})

É a energia que um corpo ou substância tem devido a deformação a que está submetida.

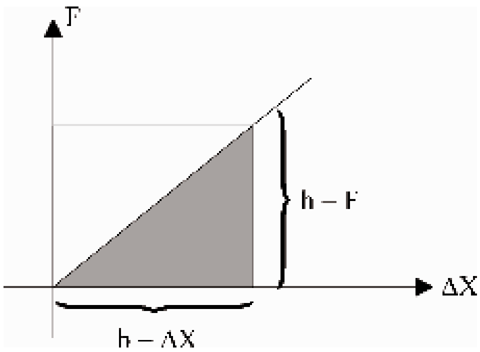
Exemplo:
Bola de pingue-pongue ao se chocar nos corpos sobre deformação, colchão em que dormimos, molejamento de carros, poltronas, molas de haste e espiral, etc.



$$\boxed{K = \frac{F}{\Delta X}} \rightarrow \left(\frac{N}{m}\right)$$

$\boxed{F = K\,\Delta X} \rightarrow$ Lei de Hook

$\Delta X \rightarrow$ deformação da mola
$K \rightarrow$ constante de elasticidade da mola
$F \rightarrow$ força que deforma a mola



$\tau = E_{P_E} \overset{n}{=}$ A (área) no gráfico (F) vezes (ΔX)

Como:

$$\begin{cases} A = \dfrac{b \cdot h}{2} \\ F = K \cdot \Delta X \end{cases}$$

logo:

$$E_{P_E} = \frac{\Delta X \cdot F}{2} = \frac{\Delta X \cdot K\Delta X}{2}$$

$$\boxed{E_{P_E} = \frac{K(\Delta X)^2}{2}}$$

5. Princípio da Conservação da Energia

A energia de um sistema não se perde mas pode se transformar de uma forma em outras de energia e a soma total sempre será constante.

Por exemplo:
Uma bolinha de pingue-pongue ao ser deixada cair de uma certa altura se choca com o chão e retorna a uma altura inferior. As energias envolvidas são: E_C, E_{Pg}, E_{P_E} e Energia térmica dissipada no chão, na bola e no ar. A soma destas energias em cada instante é constante.

Aplicações:

1. Um corpo de massa 2 kg é lançado para cima com velocidade de $60\frac{m}{s}$. Determine a E_C, E_{Pg} e a E_M no instante 3s e 4s, se $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Solução:

No instante t = 3s temos:

$$V = \boxed{V_0 + gt} = 60 - 10 \cdot 3 = 60 - 30 = \boxed{30\frac{m}{s}}$$

$$h = \boxed{V_0 t - \frac{gt^2}{2}} = 60 \cdot 3 - \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 180 - 45 = \boxed{135\,m}$$

$$\text{Logo: } E_C = \boxed{\frac{mV^2}{2}} = \frac{\cancel{2} \cdot (30)^2}{\cancel{2}} = \boxed{900\ J}$$

$$E_{Pg} = \boxed{mgh} = 2 \cdot 10 \cdot 135 = \boxed{2.700\ J}$$

$$E_M = E_C + E_{Pg} = 900\,J + 2.700\,J = \boxed{3.600\,J}$$

No instante t = 4s temos:

$$V = 60 - 10 \cdot 4 = 60 - 40 = \boxed{20\frac{m}{s}}$$

$$h = 60 \cdot 4 - \frac{10 \cdot 4^2}{2} = 240 - 5 \cdot 16 = 240 - 80 = \boxed{160\,m}$$

$$E_C = \frac{\cancel{2} \cdot 20^2}{\cancel{2}} = 400\,J$$

$$E_{Pg} = 2 \cdot 10 \cdot 160 = 3.200\,J$$

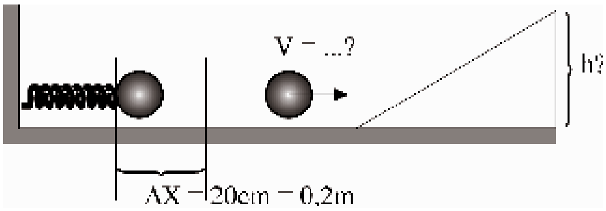
$$E_M = 400 + 3.200 = \boxed{3.600\,J}$$

Note que a E_M nos instantes 3s e 4s é a mesma provando o princípio da conservação da energia mecânica.

2. O corpo de massa 4 kg e constante elástica de $100\frac{N}{m}$ comprime a mola causando uma deformação de 20 cm. Ao liberar a mola ela comunica sua energia ao corpo.
a) Qual a velocidade que o corpo adquire?
b) Qual a altura que atinge na rampa?

$m = 4\,kg$

$K = 100\frac{N}{m}$



Solução:

a) A energia potencial elástica se converte em energia cinética.

$$E_{P_E} = E_C \Rightarrow \frac{K\Delta X^2}{2} = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow 100 \cdot (0,2)^2 = 4 \cdot V^2$$

$$100 \cdot 0,04 = 4V^2 \Rightarrow 4 = 4V^2 \Rightarrow V^2 = \frac{4}{4} \Rightarrow V^2 = 1 \Rightarrow \boxed{V = 1\frac{m}{s}}$$

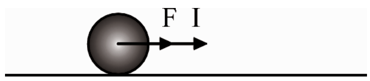
b) A energia cinética se converte em energia potencial gravitacional.

$$E_C = E_{Pg} \Rightarrow \frac{mV^2}{2} = mgh \Rightarrow \frac{\cancel{4}^{2} \cdot 1^2}{\cancel{2}_{1}} = 4 \cdot 10 \cdot h$$

$$2 = 4 \cdot 10h \Rightarrow h = \frac{\cancel{2}}{\cancel{40}} = \frac{1}{20} \Rightarrow \boxed{h = 0,04m}$$

6. Impulso ($\vec{I}$), quantidade de movimento ($\vec{p}$) ou momento linear

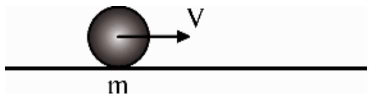
Denominamos de impulso (I) ao produto da força (F) que atua num corpo pelo intervalo de tempo (Δt) de ação da força.



$$\boxed{\vec{I} = \vec{F}\Delta t}$$

dado em N.s

Denominamos de quantidade de movimento ($\vec{p}$) ao produto da massa (m) que um corpo tem pela velocidade (V) que possui num dado instante.



$$\boxed{\vec{p} = m\vec{V}}$$

dado em $kg\frac{m}{s}$

7. Relação entre impulso ($\vec{I}$) e quantidade de movimento ($\vec{p}$)

$$\begin{aligned} I &= F\,\Delta t \\ I &= ma\,\Delta t \\ I &= m(V - V_0) \end{aligned} \qquad \begin{cases} \Delta t = t - \cancel{t_0} \text{ pois } t_0 = 0 \\ F = ma \\ V = V_0 + at \rightarrow V - V_0 = at \end{cases}$$

$$\boxed{I = \underbrace{mV}_{p} - \underbrace{mV_0}_{p_0}}$$

$I = p - p_0$

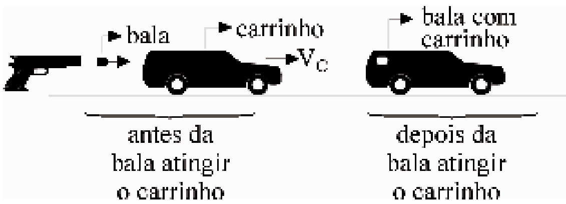
$I = \Delta p \Rightarrow$ o impulso é igual a variação da quantidade de movimento.

8. Princípio da conservação da quantidade de movimento

"Se num sistema de corpos as forças de interação são unicamente entre eles, forças internas, então observa-se que em qualquer momento teremos que a soma vetorial da quantidade de movimento dos corpos é constante".

$$\begin{cases} I = \Delta p \\ Ft = mV - mV_0 \\ F = 0 \text{ (força externa)} \\ mV_0 = mV \end{cases}$$

Exemplo:



$$\boxed{m_b \cdot V_b + m_c \cdot V_c = m_{bc} \cdot V_{bc}}$$

$m_b \rightarrow$ massa da bala
$V_b \rightarrow$ velocidade da bala
$m_c \rightarrow$ massa do carrinho
$V_c \rightarrow$ velocidade do carrinho
$m_{bc} \rightarrow$ massa da bala e carrinho juntos
$V_{bc} \rightarrow$ velocidade da bala e carrinho juntos

9. Choques mecânicos

O choque entre dois ou mais corpos ou partículas é dito de elástico quando:

– ocorre conservação da quantidade de movimento, isto é:

$$\underbrace{\sum \vec{p}_0}_{\text{antes do choque}} = \underbrace{\sum \vec{p}}_{\text{depois do choque}}$$

– ocorre a conservação da energia cinética, isto é:

$$\underbrace{\sum E_{C_0}}_{\text{antes do choque}} = \underbrace{\sum E_C}_{\text{depois do choque}}$$

O choque é dito de inelástico quando:

– ocorre conservação da quantidade de movimento, isto é:

$$\underbrace{\sum \vec{p}_0}_{\text{antes do choque}} = \underbrace{\sum \vec{p}}_{\text{depois do choque}}$$

– não ocorre a conservação da energia cinética, isto é:

$$\underbrace{\sum E_{C_0}}_{\text{antes do choque}} > \underbrace{\sum E_C}_{\text{depois do choque}}$$

Neste caso, parte da energia cinética se converte em calor na deformação dos materiais envolvidos no choque.

Aplicações:

1. Uma força de 20 N atua num corpo de massa 5 kg que já estava em movimento com velocidade de $10\,\frac{m}{s}$, durante 2s. Determine:

a) O impulso aplicado ao corpo pela força.

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F} \cdot t} = 20N \cdot 2s = 40\,N \cdot s$$

b) A nova velocidade adquirida pelo corpo.

$$\boxed{\vec{I} = m\vec{V} - m\vec{V}_0}$$

$40 = 5 \cdot V - 5 \cdot 10$

$40 = 5V - 50 \rightarrow 5V = 90$

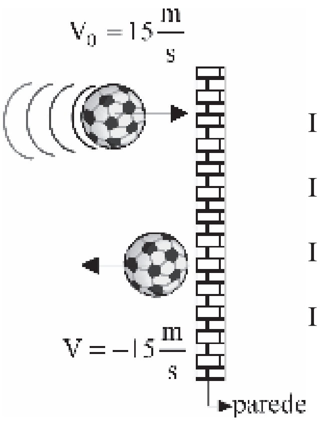
$$V = \frac{90}{5} = 18\,\frac{m}{s}$$

c) A quantidade de movimento inicial e final.

$$\boxed{\vec{p}_0 = m\vec{V}_0} = 5 \cdot 10 = \boxed{50\,kg\,\frac{m}{s}}$$

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{V}} = 5 \cdot 18 = \boxed{90\,kg\,\frac{m}{s}}$$

2. Uma bola de massa 4 kg é chutada contra uma parede com velocidade de $15\frac{m}{s}$. Sabendo que ela retorna com esta velocidade, qual o impulso aplicado pela parede à bola.



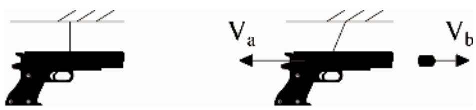
$I = mV - mV_0$

$I = 4 \cdot (-15) - 4 \cdot (+15)$

$I = -60 - 60$

$I = \boxed{-120\ N \cdot s}$

3. Uma arma de massa 6 kg dispara uma bala de massa 200 g com velocidade de $300\frac{m}{s}$. Determine a velocidade de recuo da arma.



antes (repouso da bala e arma) — depois (movimento da bala e da arma)

$\sum \vec{p}_0 = \sum \vec{p}$
antes — depois

$m_a = 6$ kg (arma)
$m_b = 200$ g $= 0,2$ kg (bala)
$V_b \rightarrow$ velocidade da bala
$V_a \rightarrow$ velocidade da arma

$m_{ab} \cdot V_{ab} = m_a V_a + m_b \cdot V_b$

$6,2 \cdot \text{zero} = 6 \cdot V_a + 0,2 \cdot 300$

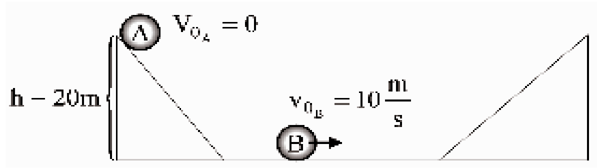
$0 = 6V_a + 60$

$6V_a = -60 \rightarrow \boxed{V_a = -10\frac{m}{s}}$ o valor é negativo devido a velocidade de recuo da arma ter sentido contrário ao da bala.

4. O corpo A parte do repouso, desce a rampa, se choca com B que já estava em movimento e juntos sobem a rampa à direita. Qual a altura que atingem se:

$m_A = 6$ kg ; $V_{0A} = 0$

$m_B = 4$ kg ; $V_{0B} = 10\frac{m}{s}$



– Ao descer a rampa o corpo A, a E_{p_A}, se converte em E_{C_A}, assim:

$$\boxed{E_{p_A} = E_{C_A}} \Rightarrow \cancel{m_A} \cdot g \cdot h_A = \frac{\cancel{m_A} \cdot V_A^2}{2} \Rightarrow$$

$$10 \cdot 20 = \frac{V_A^2}{2} \Rightarrow V_A^2 = 400 \Rightarrow V_A = 20\frac{m}{s}$$

– Ao se chocarem A e B ocorre a conservação da quantidade de movimento, assim:

$$\boxed{m_A \cdot V_A + m_B V_B} = \boxed{m_{AB} \cdot V_{AB}}$$

antes do choque — depois do choque

$6 \cdot 20 + 4 \cdot 10 = 10 \cdot V_{AB}$

$120 + 40 = 10\,V_{AB} \rightarrow V_{AB} = \frac{160}{10} \Rightarrow V_{AB} = 16\frac{m}{s}$

– Ao subir a rampa a energia cinética de A e B $\rightarrow E_{C_{AB}}$ se converte em energia potencial de A e B $\rightarrow E_{p_{AB}}$, assim:

$E_{C_{AB}} = E_{p_{AB}}$

$$\frac{\cancel{m_{AB}} \cdot V_{AB}^2}{2} = \cancel{m_{AB}} \cdot gh_{AB} \Rightarrow \frac{16^2}{2} = 10h_{AB} \Rightarrow$$

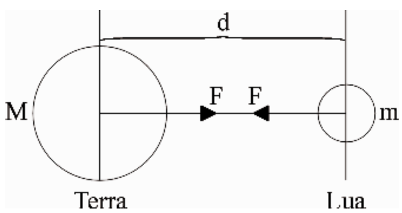
$h_{AB} = 12,8$m

GRAVITAÇÃO

Estuda as forças de atração entre massas e seus movimentos relacionados aos campos gravitacionais.

1. Lei de Newton da atração das massas

Massa atrai massa na proporção direta de seus produtos e na proporção inversa do quadrado da distância que as separa. Veja:



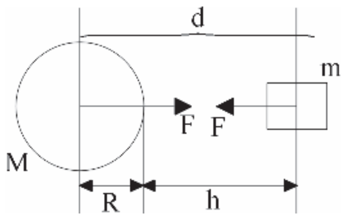
$$\boxed{F = G\frac{Mm}{d^2}}$$

M e m $\rightarrow$ massa da terra e da lua

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{Nm^2}{kg^2} \Rightarrow$ constante de gravitação universal.

2. Aceleração da gravidade ou campo gravitacional

No caso da atração entre a terra e um corpo próximo a sua superfície temos:



m $\rightarrow$ massa do corpo.

Neste caso, a força (F) é a força peso do corpo (p) onde:

$$\text{igualando:} \begin{cases} F = p = mg \\ F = G \cdot \dfrac{Mm}{d^2} \end{cases}$$

temos:

$$\boxed{\cancel{m}g = G\frac{M\cancel{m}}{d^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{d^2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{g = \frac{GM}{(R+h)^2}}$$

analisando esta fórmula, concluímos que:

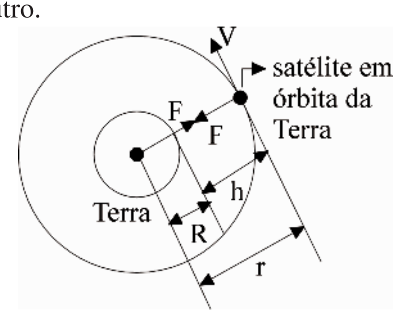
– A aceleração da gravidade (g), também denominada de campo gravitacional, é diretamente proporcional à massa que cria o campo e inversamente proporcional ao quadrado da distância. Isto é:

1º) Quanto maior o astro, maior é o campo gravitacional que cria.

2º) Quanto mais afastado do astro, quanto maior a altura, menor é a gravidade.

3. Velocidade de órbita

É a velocidade que um astro tem ao girar em torno de outro.



$$\begin{cases} F = G\dfrac{Mm}{r^2} \text{ ou } F = G\dfrac{Mm}{(R+h)^2} \\ F_C = \dfrac{mV^2}{r} \text{ ou } F_C = \dfrac{mV^2}{R+h} \end{cases}$$

r $\rightarrow$ raio de órbita

R $\rightarrow$ raio da Terra

Neste caso, a força de atração gravitacional (F) atua como força centrípeta (F_C), onde igualando temos:

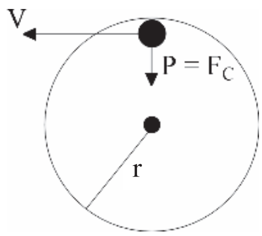
$$F_C = F$$

$$\frac{\cancel{m}V^2}{\cancel{r}} = \frac{GM\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} \Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{GM}{r}}} \text{ ou } V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

V $\rightarrow$ velocidade espontânea do satélite em órbita. Para cada órbita o satélite tem uma velocidade determinada pela equação.

Para órbitas muito próximas à terra ou para sistemas rotativos como a roda gigante, o globo da morte, etc. também existe uma velocidade crítica de segurança.

Veja o globo da morte:



A menor velocidade (velocidade crítica), onde ainda a esfera passa pelo ponto máximo do globo, é dada por:

$$F_C = p$$

$$\frac{\cancel{m}V^2}{r} = \cancel{m}g \rightarrow \boxed{V = \sqrt{r \cdot g}}$$

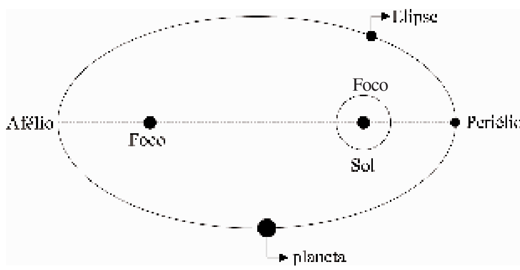
Nas velocidades próprias de cada órbita $V = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}$ e $V = \sqrt{rg}$

r $\rightarrow$ raio de órbita

a pessoa tem a sensação de ausência de gravidade, isto é, de não ter peso que denominamos de imponderabilidade, porém a gravidade está presente, o que ocorre é que nosso corpo não é pressionado contra nada, como em queda livre, o que causa esta sensação.

Leis de Kepler: Estas leis descrevem o comportamento dos planetas em torno do Sol.

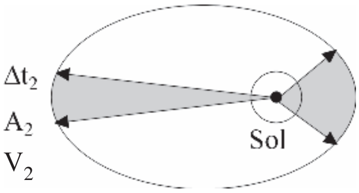
1º) Lei das órbitas: Em relação ao Sol, cada planeta descreve uma órbita elíptica, e o Sol ocupa um dos focos da elipse.



Periélio: planeta próximo do Sol

Afélio: planeta afastado do Sol

2º) Lei das áreas: o raio vetor que liga o Sol ao planeta varre áreas iguais em tempos iguais. Veja:

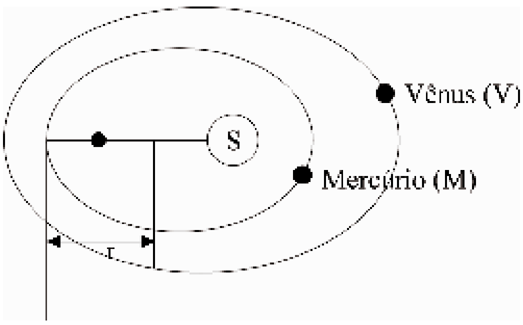


$\Delta t_1 \rightarrow$ intervalo de tempo
$A_1 \rightarrow$ área
$V_1 \rightarrow$ velocidade

Se $\boxed{\Delta t_1 = \Delta t_2}$ então $\boxed{A_1 = A_2}$ e $\boxed{V_1 > V_2}$

A razão entre $\dfrac{A}{\Delta t}$ é constante para cada planeta e é denominada de velocidade areolar.

3º) Lei dos Períodos: A razão entre o cubo do semi-eixo maior da elipse (r^3) e o quadrado do período (T^2) é constante para todos os planetas do sistema solar.



$$\frac{r_M^3}{T_M^2} = \frac{r_V^3}{T_V^2} = \ldots = \text{constante}$$

Estas leis valem também para outros sistemas sem ser o solar.

Aplicações sobre gravitação:

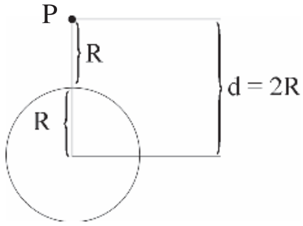
1. Sabendo que o raio médio da Terra é de $R = 6{,}4 \cdot 10^6$m e $g = 10\dfrac{N}{kg}$ na sua superfície, usando $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\dfrac{Nm^2}{kg^2}$, calcule:

a) A massa da Terra

$$\boxed{g = \frac{GM}{R^2}} \rightarrow M = \frac{g \cdot R^2}{G} = \frac{10 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2}{6{,}7 \cdot 10^{-11}} =$$

$$g = 6 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$$

b) A intensidade do campo gravitacional criado pela Terra num ponto p situado a uma altitude igual ao seu raio.



$$g = \frac{GM}{R^2} = 10$$

$$g' = \frac{GM}{(2R)^2} = \frac{GM}{4R^2} =$$

$$g' = \frac{1}{4} \cdot \frac{GM}{R^2}$$

vale 10, logo:

$$g' = \frac{1}{4} \cdot 10 = 2{,}5\frac{N}{kg} \overset{\text{ou}}{\cong} 2{,}5\frac{m}{s^2}$$

2. Determine a velocidade com que um satélite pode se manter girando em torno da Terra a uma altura de 600 km, se:
$M_{Terra} = 6 \cdot 10^{24}$ kg

$R_{Terra} = 6{,}4 \cdot 10^6$ m

$G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\dfrac{Nm^2}{kg^2}$

$h = 600$ km $= 600.000$ m $= 0{,}6 \cdot 10^6$ m

Solução:

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}} = \sqrt{\frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6{,}4 \cdot 10^6 + 0{,}6 \cdot 10^6)}} =$$

$$\sqrt{\frac{40{,}2 \cdot 10^{13}}{7 \cdot 10^6}} \cong \sqrt{5{,}74 \cdot 10^7} =$$

$$\sqrt{57{,}4 \cdot 10^6} \cong 7{,}576 \cdot 10^3\frac{m}{s} \cong$$

$$7.576\frac{m}{s} \cong 27.274\frac{km}{h}$$

3. O raio de um globo da morte é de 6m. Qual a velocidade crítica no ponto máximo, isto é, na altura máxima para que não ocorra acidente.

Solução:

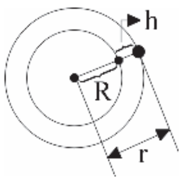
$$V = \sqrt{Rg} = \sqrt{6 \cdot 10} = \sqrt{60} \cong 7{,}75\frac{m}{s} \text{ ou ainda } 27{,}9\frac{km}{h}$$

4. Determinar a altura de um satélite artificial colocado em órbita geoestacionário, isto é, que se situa permanentemente sobre um mesmo local da Terra, sabendo que:
Raio da Terra = 6.400 km
Raio de órbita da Lua em torno da Terra é 380.000 km.

Período de translação da Lua em torno da Terra é de 27 dias.

Solução:

$$\boxed{\frac{r_{sat}^3}{T_{sat}^2} = \frac{r_{Lua}^3}{T_{Lua}^2}} \Rightarrow \frac{r_{sat}^3}{1^2} = \frac{380.000^3}{27^2}$$



$r_{sat} \cong 42.000\text{ km}$

$r = R + h$

$42.000 = 6.400 + h$

$\boxed{h = 35.600\text{ km}}$

ESTÁTICA DOS SÓLIDOS

Estuda as condições de equilíbrio do Ponto Material e do Corpo Extenso.

1. Estática do Ponto Material (partícula)

Este estudo é feito considerando-se o corpo um ponto, visto que suas dimensões não interferem nos equacionamentos.

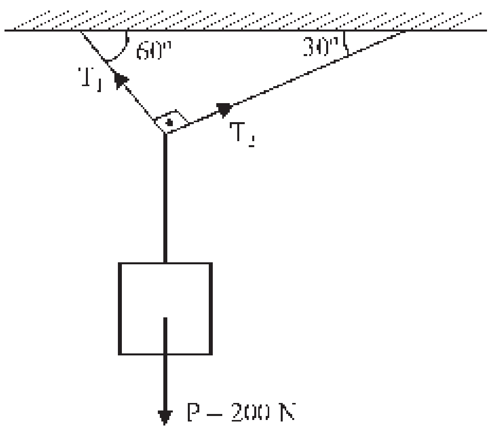
Uma partícula está em equilíbrio quando está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. Para que isso ocorra, é necessário uma condição:

$$\boxed{\sum \vec{F} = 0} \text{ ou } \vec{R} = 0$$

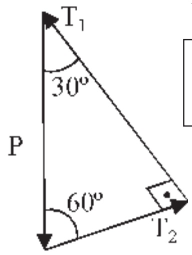
Onde o somatório das forças que atuam no corpo seja nulo.

Na solução deste tipo de problema, é necessário desenhar todas as forças que atuam no corpo que está sendo analisado. O somatório destas forças é nulo. Valem os métodos já vistos.

Exemplo:
Determine as trações nas cordas que sustentam o corpo, se:



1º método: Regra da poligonal
Os vetores são postos um após o outro e como a resultante é nula, a poligonal resulta fechada. Veja:



* Como trata-se de um triângulo retângulo, podemos fazer:

$$\boxed{\text{sen } 30° = \frac{T_2}{P}} \Rightarrow T_2 = P \text{ sen } 30°$$

$$T_2 = 200 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{T_2 = 100\text{ N}}$$

$$\boxed{\cos 30° = \frac{T_1}{P}} \Rightarrow T_1 = P \cos 30°$$

$$T_1 = 200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{T_1 = 100\sqrt{3}\text{ N}}$$

* Para um triângulo qualquer, podemos usar a Lei dos Senos. Veja:

$$\frac{T_1}{\text{sen } 60°} = \frac{T_2}{\text{sen } 30°} = \frac{P}{\text{sen } 90°}$$

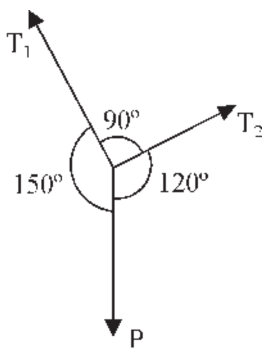
$$\frac{T_1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{T_2}{\frac{1}{2}} = \frac{200}{1}$$

Logo:

$$\frac{T_1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 200 \to T_1 = 200\frac{\sqrt{3}}{2} \to T_1 = 100\sqrt{3}\text{ N}$$

$$\frac{T_2}{\frac{1}{2}} = 200 \to T_2 = 200 \cdot \frac{1}{2} \to T_2 = 100\text{N}$$

2º Método: Teorema de Lamy
Podemos usar uma conseqüência da Lei dos Senos, onde os três vetores convergem para um ponto (mesma origem), sendo válidas as igualdades das razões de cada vetor pelo seno do ângulo formado pelos outros dois vetores. Veja: (Teorema de Lamy)



$$\frac{T_1}{\text{sen}120°} = \frac{T_2}{\text{sen}150°} = \frac{P}{\text{sen}90°}$$

$$\frac{T_1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{T_2}{\frac{1}{2}} = \frac{200}{1}$$

onde:

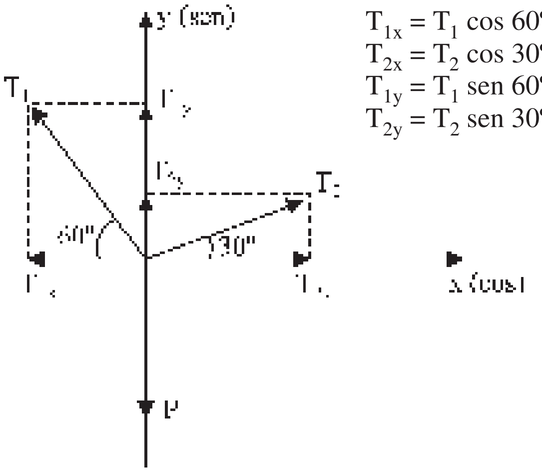
$T_1 = 100\sqrt{3}$

$T_2 = 100\text{ N}$

3º Método: Decomposição cartesiana

É associado um plano cartesiano onde os vetores são projetados sobre os eixos **x** e **y** e a resultante sobre cada eixo é nula, visto o corpo estar em equilíbrio.

Isto é: $R_x = 0$ e $R_y = 0$. Veja:



$T_{1x} = T_1 \cos 60º$
$T_{2x} = T_2 \cos 30º$
$T_{1y} = T_1 \operatorname{sen} 60º$
$T_{2y} = T_2 \operatorname{sen} 30º$

$$\boxed{\vec{R}_x = 0} \Rightarrow \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{2x} = 0 \text{ ou } T_{1x} = T_{2x} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{R}_y = 0} \Rightarrow \vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y} + \vec{P} = 0 \text{ ou } T_{1y} + T_{2y} = P \Rightarrow$$

$$\begin{cases} T_1 \cos 60º = T_2 \cos 30º \rightarrow T_1 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = T_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow T_1 = \sqrt{3} \cdot T_2 \\ T_1 \operatorname{sen} 60º + T_2 \operatorname{sen} 30º = 200 \end{cases}$$

$$T_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + T_2 \cdot \frac{1}{2} = 200$$

$$T_1 \cdot \sqrt{3} + T_2 = 400$$

$$\sqrt{3} \cdot T_2 \cdot \sqrt{3} + T_2 = 400$$
$$3T_2 + T_2 = 400$$
$$4T_2 = 400$$
$$T_2 = 100 \text{ N}$$

$$T_1 = \sqrt{3} \cdot T_2$$
$$T_1 = \sqrt{3} \cdot 100$$
$$T_1 = 100\sqrt{3}$$

2. Estática do Corpo Extenso Rígido

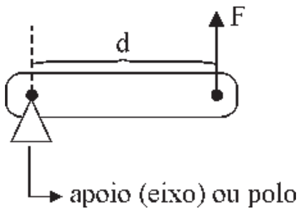
Um corpo extenso está em equilíbrio quando está em repouso, isto é, não **anda** e não **gira** ou anda em **MRU** e gira em **MCU**.

Para que isso ocorra, teremos que ter duas condições:

1º $\sum \vec{F} = 0$ ou $\vec{R} = 0 \begin{cases} \text{soma das forças} \\ \text{seja nula} \end{cases}$

2º $\sum \vec{M} = 0$ ou $\vec{M}_R = 0 \begin{cases} \text{soma dos momentos} \\ \text{ou torques seja nula} \end{cases}$

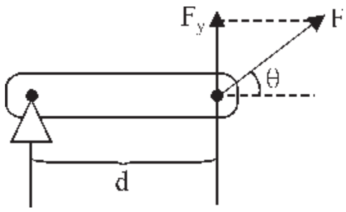
Momento ou torque é o produto da força que faz girar pela distância que vai da reta suporte da força até o **eixo**, **apoio** ou **polo**. Veja:



$\boxed{M = F \cdot d}$

onde,

$\vec{F} \perp d$

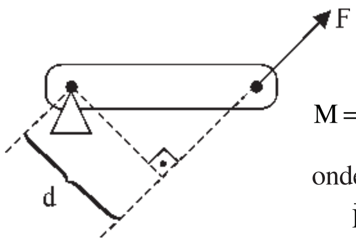


$\boxed{M = F_y \cdot d}$

onde,

$F_y = F \operatorname{sen} \theta$

$\vec{F}_y \perp d$



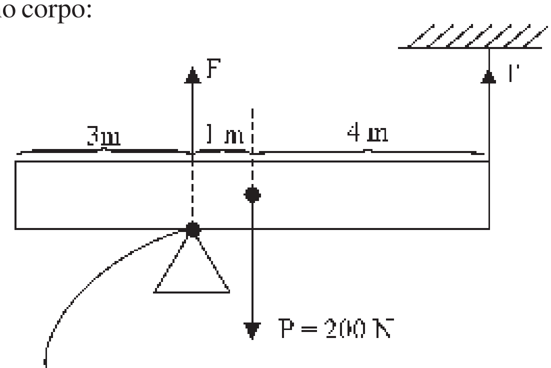
$M = \vec{F} \cdot d$

onde,

$\vec{F} \perp d$

Exemplo 1:

A barra de 8 m abaixo está em equilíbrio. Sabendo que é homogênea e que seu peso é de 200 N, determine a força que a corda (T) e o apoio (F) realizam no corpo:



Eixo (apoio) ou polo (pode ser este ponto ou outro qualquer).

Para barras e corpos homogêneos e regulares, o peso é representado no centro geométrico da barra.

Pela 1ª condição onde $\boxed{\sum F = 0}$, tiramos uma 1ª equação $\vec{F} + \vec{T} + \vec{P} = 0$ ou: $F + T = P$ ou $\boxed{F + T = 200}$.

Pela 2ª condição, onde $\boxed{\sum M = 0}$, tiramos uma 2ª equação $\vec{M}_F + \vec{M}_P + \vec{M}_T = 0$ como $M_F = F \cdot d = 0$, pois esta força atua no polo e a distância é zero, temos:

$M_P = P \cdot d_P = 200 \cdot 1 = 200$ (SH) $\rightarrow$ Sentido Horário

$M_T = T \cdot d_T = T \cdot 5$ (SAH) $\rightarrow$ Sentido Anti-Horário

$M_{SH} = M_{SAH}$

$M_P = M_T$

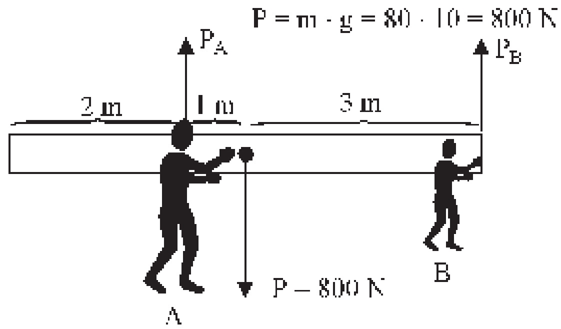
$200 = T \cdot 5 \rightarrow T = \boxed{40\ N}$

Substituindo na 1ª equação, temos:

$F + T = 200$

$F + 40 = 200 \rightarrow \boxed{F = 160\ N}$

Exemplo 2:
Determine o peso que pai (A) e filho (B) realizam ao carregar a barra homogênea de massa 80 kg e 6 m de comprimento, segundo a ilustração:



Pela 1ª condição: $P_A + P_B = P \Rightarrow \boxed{P_A + P_B = 800}$

Pela 2ª condição: escolhendo o **pai** (ponto **A**) como eixo (polo), teremos que:

$$\left.\begin{cases} M_{P_A} = P_A \cdot d_A = P_A \cdot 0 = 0 \\ M_P = P \cdot d_P = 800 \cdot 1 = 800 \\ M_{P_B} = P_B \cdot d_{P_B} = P_B \cdot 4 = 4P_B \end{cases}\right\} M_{SH} = M_{SAH}$$

$M_P = M_{P_B}$

$800 = P_B \cdot 4 \rightarrow P_B = 200\,N$

Substituindo na 1ª equação:

$P_A + P_B = 800$

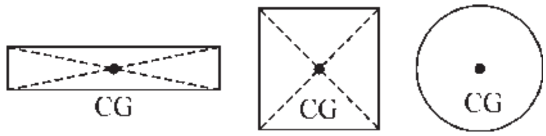
$P_A + 200 = 800 \rightarrow \boxed{P_A = 600\ N}$

3. Centro de Gravidade

Centro de gravidade (CG) ou centro de massa (CM) de um corpo dentro de um campo gravitacional uniforme é o ponto de aplicação da força-peso resultante do corpo ou do sistema de corpos, como se toda a massa estivesse ali concentrada.

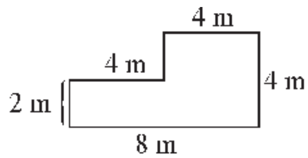
1º) Para corpos homogêneos e regulares, a CG ou CM localiza-se no centro geométrico do corpo.

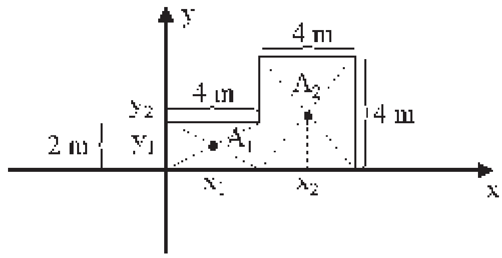
Exemplo:



2º) Para um conjunto de corpos regulares, o CG do conjunto é determinado com ajuda do plano cartesiano, associado aos corpos (placas homogênea regulares). Veja:

Exemplo:
Determine o CG da placa.





A_1 e $A_2 \rightarrow$ área dos retângulos

$A_1 = 4 \cdot 2 = 8m^2$

$A_2 = 4 \cdot 4 = 16m^2$

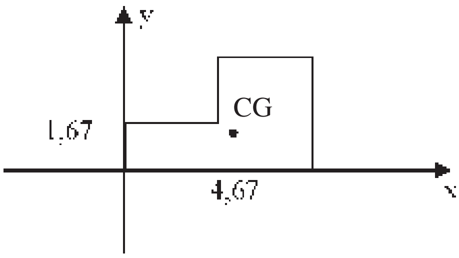
$$\boxed{X_{CG} = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 X_2}{A_1 + A_2}} = \frac{8 \cdot 2 + 16 \cdot 6}{8 + 16} =$$

$$\frac{16+96}{24} = \frac{112}{24} = 4{,}67\,m$$

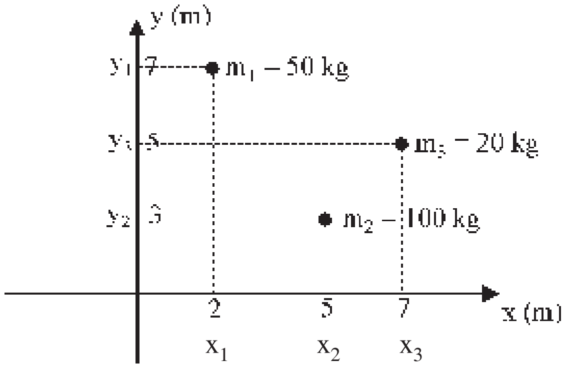
$$\boxed{Y_{CG} = \frac{A_1 Y_1 + A_2 Y_2}{A_1 + A_2}} = \frac{8 \cdot 1 + 16 \cdot 2}{8 + 16} =$$

$$\frac{8+32}{24} = \frac{40}{24} = 1{,}67\ m$$

Logo, o CG da placa toda é:



3º) Para um conjunto de massas, também associamos o plano cartesiano. Veja:



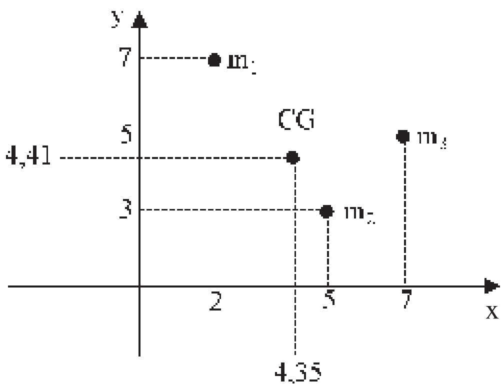
$$x_{CG} = \boxed{\frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}} = \frac{50 \cdot 2 + 100 \cdot 5 + 20 \cdot 7}{50 + 100 + 20} =$$

$$\frac{100 + 500 + 140}{170} = 4{,}35 \text{ m}$$

$$y_{CG} = \boxed{\frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}} = \frac{50 \cdot 7 + 100 \cdot 3 + 20 \cdot 5}{50 + 100 + 20}$$

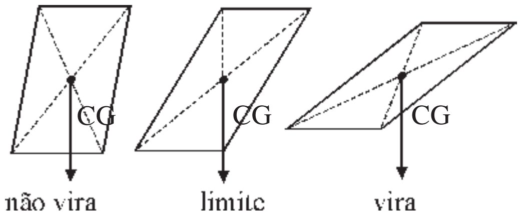
$$\frac{350 + 300 + 100}{170} = 4{,}41 \text{ m}$$

Logo, o CG do conjunto de corpos é:

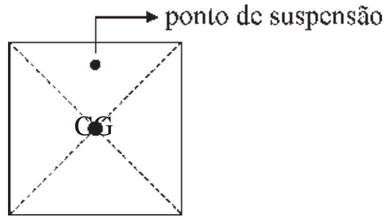


4. Equilíbrio de Corpos Apoiados e Suspensos

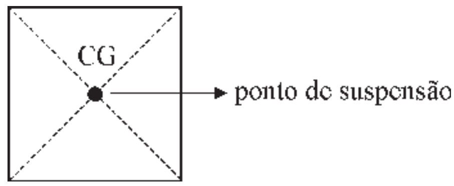
Corpos apoiados: Enquanto a perpendicular baixada do centro de gravidade passar pela base do corpo, o corpo não tomba (não vira).



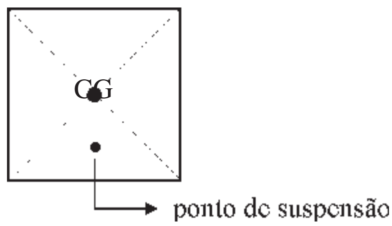
Corpos suspensos: Se o CG está abaixo do ponto de suspensão, o equilíbrio é **estável**. Veja:



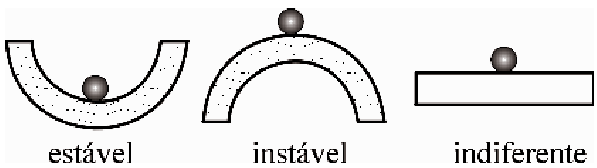
Se o CG está no ponto de suspensão, o equilíbrio é **indiferente**. Veja:



Se o CG está acima do ponto de suspensão, o equilíbrio é **instável**. Veja:



Regras:
Quando ao ser retirado da posição que ocupa, o corpo volta à posição inicial, o equilíbrio é estável.
Se ao ser retirado, não retorna mais, o equilíbrio é instável.
Se o corpo fica em qualquer posição, o equilíbrio é indiferente. Veja:



HIDROSTÁTICA

Estuda as propriedades dos fluidos (líquidos e gases) em repouso.

1. Conceitos básicos

a) **Densidade absoluta** ou massa específica de um corpo (μ) é a razão entre a massa (m) e o volume do corpo ou substância.

$$\boxed{\mu = \frac{m}{V}} \text{ dada em } \left(\frac{kg}{m^3}\right) \text{ ou } \frac{g}{cm^3} \text{ ou } \frac{g}{m\ell}, \text{ etc.}$$

b) **Densidade relativa** entre duas substâncias (d) é a razão entre suas densidades.

$$\boxed{d = \frac{\mu_A}{\mu_B}} \text{ não tem unidade}$$

c) **Peso específico** de uma substância (ρ) é a razão entre o peso (p) e o volume (V) do corpo ou substância.

$$\boxed{\rho = \frac{p}{V}} \text{ dada em } \frac{N}{m^3}$$

Exemplo 1:
$2m^3$ de água possuem uma massa de 2.000 kg.
Determine:
1º) A densidade absoluta ou massa específica.
2º) O peso específico para $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

Solução:

$$1º)\ \boxed{\mu = \frac{m}{V}} = \frac{2.000\,kg}{2\,m^3} = \boxed{1.000\,\frac{kg}{m^3}} \overset{ou}{=} \frac{1.000 \cdot 10^3\,g}{10^6\,cm^3} =$$

$$\boxed{\frac{1g}{cm^3}} \overset{ou}{=} \boxed{\frac{1g}{m\ell}} \overset{ou}{=} \boxed{\frac{1kg}{\ell}}$$

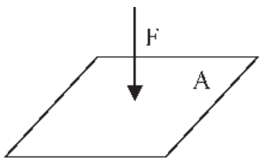
$$2º)\ \rho = \frac{p}{V} = \frac{mg}{V} = \frac{2.000 \cdot 10}{2} = \boxed{10.000\,\frac{N}{m^3}}$$

Exemplo 2:
Determine a densidade relativa do mercúrio em relação à água, sabendo que:

$$\mu_{HG} = 13{,}6\,\frac{g}{cm^3}\ ;\ \mu_{H_2O} = \frac{1g}{cm^3}$$

$$d = \frac{\mu_{Hg}}{\mu_{H_2O}} = \frac{13{,}6\,\cancel{\frac{g}{cm^3}}}{1\,\cancel{\frac{g}{cm^3}}} = 13{,}6$$

d) **Pressão** (p) é a razão entre a força (F) e a área (A), aonde a força atua.

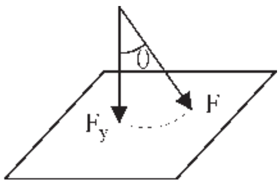


$$\boxed{p = \frac{F}{A}} \left(\frac{N}{m^2}\right) \text{ ou pascal (pa)}$$

$$\text{se, } \boxed{F = P} \text{ então, } \boxed{p = \frac{P}{A}}$$

$P \rightarrow$ peso

Se a força não for perpendicular à superfície, devemos usar a componente perpendicular à superfície.



$$Fy = F \cdot \cos\theta$$

$$\boxed{p = \frac{Fy}{A}} = \frac{F\cos\theta}{A}$$

Exemplo:
Uma estátua de massa 2 toneladas está sob uma base de 2 m². Qual a pressão que ela exerce sob sua base?

m = 2 toneladas = 2.000 kg

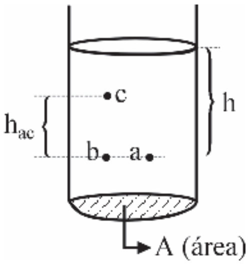
$$\begin{cases} F = p = mg = 2.000\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} = 20.000\,N \\ A = 2\,m^2 \end{cases}$$

$$\boxed{p = \frac{F}{A}} = \frac{20.000N}{2\,m^2} = 10.000\,\frac{N}{m^2} \text{ ou } 10.000 \text{ pa}$$

e) **Pressão nos líquidos** e Teorema de Stevim

A pressão exercida por uma coluna líquida e homogênea é diretamente proporcional à densidade (μ) do líquido, à gravidade do local (g) e à profundidade em relação à superfície do líquido (h).

Logo, $\boxed{p = \mu \cdot g \cdot h}$



Esta expressão pode ser demonstrada partindo de:

$$\begin{cases} F = p = mg \\ \mu = \dfrac{m}{V} \rightarrow m = \mu V \\ V = A \cdot h \end{cases}$$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\mu Vg}{A} = \frac{\mu \cdot \cancel{A}hg}{\cancel{A}} = \mu hg$$

Importante:

– A pressão independe de forma e tamanho do recipiente.
– Pontos no mesmo nível, profundidade, possuem mesma pressão $p_a = p_b$.
– A diferença de pressão entre dois pontos de um líquido, em níveis diferentes, é dada por:

$$\boxed{p_a - p_c = \mu \cdot g \cdot h_{ac}} \rightarrow \text{Teorema de Stevim}$$

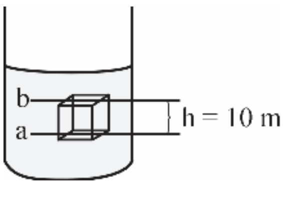
– A pressão exercida por um fluido se manifesta em todas as direções e sentidos e por isso é considerada grandeza escalar.

Exemplo 1:
Qual a pressão que atua sobre a parte superior de um submarino que se encontra a 50m de profundidade?

$$p = \mu hg \cdot \begin{cases} \mu = 1.000 \dfrac{kg}{m^3} \\ h = 50\,m \\ g \cong 10 \dfrac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$p = 1.000 \cdot 50 \cdot 10 = 500.000 \frac{N}{m^2} \overset{ou}{=} 5 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

Exemplo 2:
A diferença de pressão que atua nas faces superior e inferior de um cubo de 10 m de aresta imerso na água.

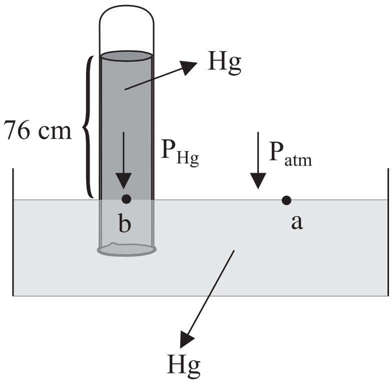


$$p_{ab} = \mu gh$$

$$p_{ab} = 1.000 \cdot 10 \cdot 10$$

$$p_{ab} = 100.000 \frac{N}{m} = 1 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

f) **Pressão atmosférica**:
É a pressão exercida pela camada de ar que envolve a terra devido à atração gravitacional exercida pela terra sobre cada molécula de ar.
Esta pressão foi medida pela 1ª vez por Torricelli que, enchendo um tubo de mercúrio e o emborcando dentro de um recipiente contendo mercúrio, observou que a pressão atmosférica equilibrava uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura. Veja.



→ em **a** atua a pressão atmosférica (p_{atm})
→ em **b** atua a pressão da coluna de mercúrio (p_{Hg})

Por estarem no mesmo nível, temos que:

$$\begin{cases} \mu_{Hg} = 13.600 \dfrac{kg}{m^3} \\ h = 76\,cm = 0{,}76\,m \\ g = 9{,}8 \dfrac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$p_a = p_b \text{ ou } \begin{cases} P_a = P_{atm} \\ P_b = P_{Hg} \end{cases}$$

logo,

$$p_{atm} = p_{Hg} = \mu_{Hg} \cdot hg = 13.600 \cdot 0{,}76 \cdot 9{,}8 =$$

$$101292{,}8 \frac{N}{m^2} \cong 1{,}01 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

Nota:
O dispositivo de Torricelli denomina-se Barômetro de Mercúrio.

Logo, a pressão atmosférica, que a camada de ar exerce sobre a terra, nos corpos, de fora para dentro e de dentro para fora, em todas as direções e sentidos, inclusive dentro das células dos organismos vivos que se criaram neste meio com esta pressão, vale aproximadamente:

$$\boxed{p_{at} = 1{,}01 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}}$$

Este valor é denominado de pressão de uma atmosfera.

São usadas as seguintes unidades de pressão, devido a experiência de Torricelli como análogas.

$$1\,atm = 76\,cm_{Hg} = 760\,mm_{Hg} = 1{,}01 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cong 10^5 \frac{N}{m^2}$$

Exemplo 1:
Caso, na experiência de Torricelli, usássemos água, que altura a coluna de água atingiria para equilibrar a pressão atmosférica?

$$p_{at} = \mu_{H_2 0} \cdot g \cdot h \qquad \begin{cases} p_{at} = 10^5 \dfrac{N}{m^2} \\ \mu_{H_2O} = 1.000 \dfrac{kg}{m^3} \\ g = 9{,}8 \dfrac{m}{s^2} \cong 10 \dfrac{m}{s^3} \\ h = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

$$10^5 = 1.000 \cdot 10 \cdot h$$

$$h = \frac{10^5}{10^4} \cong 10\,m$$

A coluna de água teria aproximadamente uma altura de 10 m. (Certamente Torricelli tentou primeiro com a água)

Exemplo 2:
A pressão total ou pressão absoluta num ponto, no interior de um líquido, é dada por:

$$\boxed{p_{total} = p_{liq} + p_{atm}}$$

Determine este valor para 100 m de profundidade num lago.

Solução:

$$p_{atm} \cong 10^5 \frac{N}{m^2} = 100.000 \frac{N}{m^2}$$

$$p_{liq} = \mu_{H_2O} \cdot hg = 1.000 \cdot 100 \cdot 10 =$$

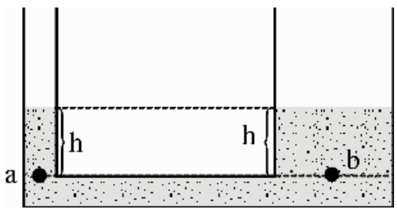
$$10^6 \frac{N}{m^2} = 1.000.000 \frac{N}{m^2}$$

$$p_{total} = 100.000 + 1.000.000 = 1.100.000 \frac{N}{m^2} =$$

$$1{,}1 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \overset{ou}{\cong} 11 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

g) **Vasos comunicantes**

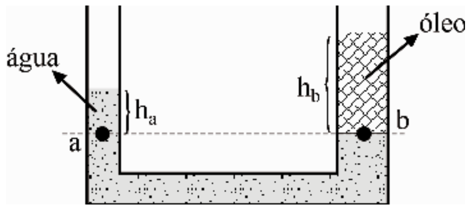
1º) Com mesmo líquido, pontos de mesmo nível têm mesma pressão.
Veja:



$$p_a = p_b = \mu g \cdot h$$

2º) Contendo líquidos imiscíveis em equilíbrio temos que também pontos de mesmo nível têm mesma pressão.

Veja:



$$p_a = p_b$$

$$\mu_a \cdot \cancel{g} h_a = \mu_b \cdot \cancel{g} h_b$$

$$\boxed{\mu_a \cdot h_a = \mu_b \cdot h_b}$$

Exemplo:
Qual a altura de uma coluna de óleo de densidade $0{,}7 \dfrac{g}{cm^3}$ para equilibrar uma coluna de água de densidade $1 \dfrac{g}{cm^3}$ de altura 30 cm?

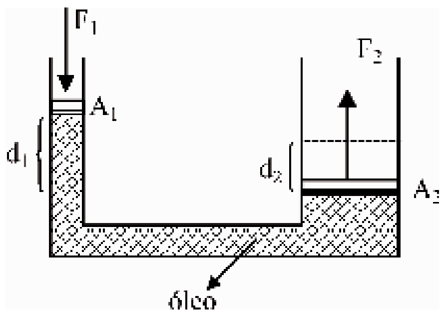
$$\mu_{H_2O} \cdot h_{H_2O} = \mu_{óleo} \cdot h_{óleo}$$

$$1 \cdot 30 = 0{,}7 \cdot h$$

$$h \cong 42{,}86\,cm$$

h) **Teorema de Pascal**

"Um acréscimo de pressão aplicada a um fluido em equilíbrio se transmite em todas as direções e sentidos com a mesma intensidade. Este fenômeno é aplicado na prensa, elevador, freio hidráulico, etc.
Veja:



A_1 e $A_2 \rightarrow$ área dos êmbolos, pistões móveis.
Uma força pequena (F_1) resulta em uma força maior (F_2).

Neste fenômeno, ocorre a conservação de energia (trabalho) e a transmissão da pressão. Veja:

1º) $\tau_1 = \tau_2$

$$\boxed{F_1 d_1 = F_2 d_2}$$

2º) $p_1 = p_2$

$$\boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

Exemplo 1:
Uma força de 50 N é aplicada no êmbolo 1 de área 1 cm^2. Qual a força que resulta no êmbolo 2 de área 10 cm^2.

Solução:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{50}{1} = \frac{F_2}{10} \Rightarrow \boxed{F_2 = 500\,N}$$

Exemplo 2:
Se, no exemplo anterior, o êmbolo 1 se deslocou 15 cm, qual será o deslocamento do êmbolo 2?

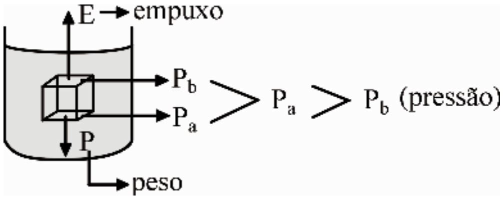
Solução:
$F_1 d_1 = F_2 d_2$

$50 \cdot 15 = 500 \cdot d_2$

$$d_2 = \frac{750}{500} = \boxed{1{,}5\,cm}$$

i) **Teorema de Arquimedes (Empuxo):**

"Um corpo total ou parcialmente imerso num fluido recebe uma força de baixo para cima dita de empuxo (E) igual ao peso do fluido deslocado.
Esta força é devida à diferença de pressão exercida pelo fluido nas faces inferior e superior do corpo.
Veja:



Formas de calcular a força de Empuxo (E)

1º) $\boxed{E = P_{real} - P_{aparente}}$

$P_{aparente}$ → peso do corpo dentro da água (imerso): $P_{(ap)}$

P_{real} → peso do corpo fora da água

2º) $\boxed{E = P\ell}$

$P\ell$ → peso do líquido deslocado

3º) $\boxed{E = \mu_{liq} \cdot V_{liq} g}$

V_{liq} → volume do líquido deslocado que corresponde à parte do corpo imerso.

μ_{liq} → densidade do líquido onde é imerso o corpo.

Quando imergimos um corpo num líquido, podem ocorrer os seguintes comportamentos:

se $\boxed{\mu_{corpo} > \mu_{liq}}$, o corpo desce com movimento acelerado $\boxed{F_R = P - E}$;

E → empuxo
P → peso
F_R → força resultante

se $\boxed{\mu_{corpo} < \mu_{liq}}$, o corpo sobe em movimento acelerado, $\boxed{F_R = E - P}$ até flutuar com parte imersa e parte emersa, onde, então $\boxed{E = P}$

se $\boxed{\mu_{corpo} = \mu_{liq}}$, o corpo encontra-se imerso a qualquer profundidade $\boxed{E = P}$

Como:

$E = \mu_{liq} \cdot V_i\, g$

$P = mg = \mu_C \cdot V_C\, g$

$E = P$

$\mu_{liq} \cdot V_i \cancel{g} = \mu_C \cdot V_C \cdot \cancel{g}$

$$\boxed{\mu_{liq} \cdot V_i = \mu_C \cdot V_C}$$

Aplicação 1:

Um corpo de massa 20 kg e volume 0,004 m^3 é colocado dentro da água.

$$\text{Dado: } \begin{cases} \mu_{H_2O} = 1.000 \dfrac{kg}{m^3} \\ g = 10 \dfrac{m}{s^2} \end{cases}$$

Determine:

a) o peso do corpo (P)

b) o empuxo (E)

c) o peso aparente $P_{(ap)}$

d) a aceleração (a)

Solução:

a) $p = \boxed{mg} = 20 \cdot 10 = 200\ N$

b) $E = \boxed{\mu_{liq} \cdot V_i\, g} = 1.000 \cdot 0{,}004 \cdot 10 = 40\ N$

c) $P_{ap} = \boxed{P - E} = 200 - 40 = 160\ N$

d) $\boxed{F_R = P - E} = 200 - 40 = 160\ N$

$F_R = ma$

$16\cancel{0} = 2\cancel{0} \cdot a \rightarrow a = 8 \dfrac{m}{s^2}$

Aplicação 2:

Um corpo jogado na água constata-se que flutua ficando $\dfrac{2}{3}$ do seu volume emerso (fora da água). Qual a densidade deste corpo em $\dfrac{g}{cm^3}$

$$\boxed{\mu_{liq} \cdot V_i = \mu_{corpo} \cdot V_{corpo}}$$

$$1 \cdot \frac{1}{3} \cancel{V} = \mu_{corpo} \cdot \cancel{V}$$

$$\mu_{corpo} = 0{,}33 \frac{g}{cm^3}$$

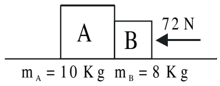
$$\begin{cases} \mu_{H_2O} = 1 \dfrac{g}{cm^3} \\ V_i = \dfrac{3}{3} - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3} V \\ V_{corpo} = V \end{cases}$$

EXERCÍCIOS

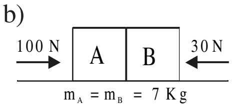
LEI DA INÉRCIA, PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO E LEIS DE KEPLER

1. Para os sistemas abaixo, despreze os atritos e, para cada um deles, calcule o módulo da aceleração do sistema e a força de interação entre os corpos.

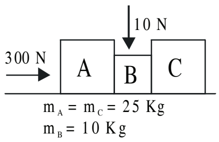
a)



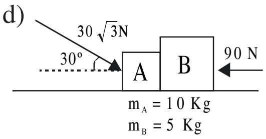
b)



c)

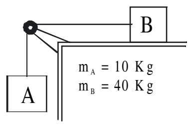


d)

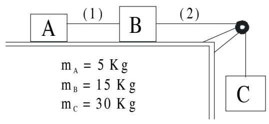


2. Para os sistema abaixo, despreze os atritos, adote g = 10m/s^2 e calcule a intensidade da aceleração e as trações nos fios.

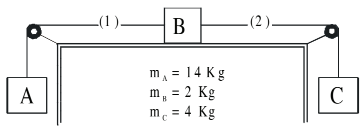
a)



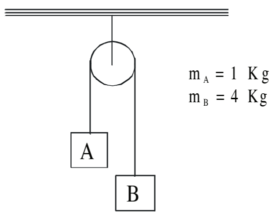
b)



c)

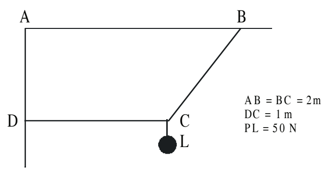


d)



3. (FFUSP) O fato de uma pessoa no estribo de um bonde "ser lançada para fora" em uma curva, é explicado pelo:
a) princípio da inércia;
b) princípio de ação e reação;
c) princípio fundamental da dinâmica;
d) princípio de Galileu;
e) teorema do impulso.

4. (Cescem)



a) Qual o valor da tração na corda BC?
b) Qual o valor da tração na corda DC?

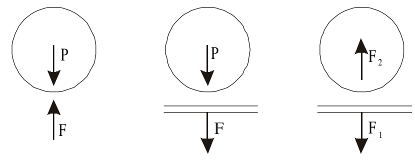
5. (ITA) Em seu livro, “Viagem ao Céu”, Monteiro Lobato, pela boca de um personagem, faz a seguinte afirmação:
“Quando jogamos uma laranja para cima, ela sobe enquanto a força que produziu o movimento é maior que a força da gravidade. Quando esta se tornar maior, a laranja cai”.
Despreza-se a resistência do ar.
a) A afirmação é correta, pois de $\vec{F}=m.\vec{a}$ temos que $\vec{a}=\vec{0}$, quando $\vec{F}=\vec{0}$, indicando que as duas forças se equilibram no ponto mais alto da trajetória.
b) A afirmação está errada porque a força exercida para elevar a laranja, sendo constante, nunca será menor que a gravidade.
c) A afirmação está errada porque após ser abandonada no espaço, a única forma que age sobre a laranja é a da gravidade.
d) A afirmação está correta porque está de acordo com o princípio da ação e reação.
e) A afirmação está errada porque não satisfaz o princípio da conservação da quantidade de movimento.

6. Um estudante que se inicia no estudo da Mecânica está em pé na carroceria de um caminhão. Todas as observações que ele faz, relacionadas com o seu estudo, são corretas, exceto:
a) se o motorista freia o caminhão, seu corpo se precipita para a frente;
b) se o movimento do caminhão for retilíneo e uniforme, é mais fácil para o estudante manter-se em equilíbrio;
c) se o caminhão faz uma curva, ele deverá inclinar seu corpo para fora da curva para acompanhar o caminhão sem se desequilibrar;
d) a tendência de desequilíbrio de seu corpo lhe permitirá perceber as acelerações que o caminhão estiver sofrendo;
e) se, durante um certo período, a velocidade do caminhão estiver aumentando uniformemente, o corpo do estudante tenderá a se inclinar para trás.

7. (PUC/SP) Um corpo puxado por um fio sobre um plano inclinado, com movimento retilíneo de velocidade constante. Nessas condições, pode-se afirmar que a resultante das forças que atuam sobre o corpo:
a) é nula;
b) igual à componente normal do peso do corpo;
c) é igual à força do peso;
d) é igual à força de tração da corda;
e) é igual à força de atrito.

8. Em virtude do Princípio da Ação e Reação:
a) a força de atração do Sol sobre a Terra é maior do que a força de atração da Terra sobre o Sol;
b) a força de atração da Terra sobre o Sol é maior do que a do Sol sobre a Terra;
c) as duas forças de atração, isto é, a do Sol sobre a Terra e da Terra sobre o Sol, são iguais em intensidade e direção;
d) n.d.a.

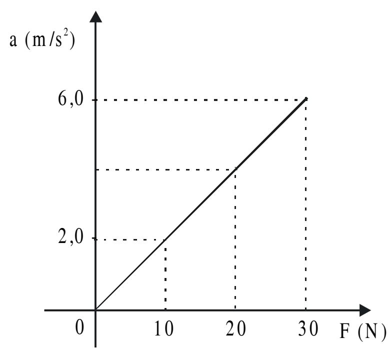
9. (PUC) Uma esfera está apoiada sobre o tampo horizontal de uma mesa. Nessas condições, as forças de ação e reação a que se refere a 3ª Lei de Newton, são:



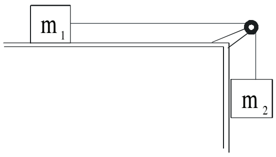
a) o peso da esfera e a força que a mesa exerce sobre a esfera, no ponto de apoio;
b) o peso da esfera e a força que a esfera exerce sobre a mesa, no ponto de apoio;
c) a força que a esfera exerce sobre a mesa no ponto de apoio e a força que a mesa exerce sobre a esfera;
d) a força peso, que é a ação, e neste caso não há reação;
e) n.d.a.

10. (UnB) Apesar das dificuldades experimentais de sua época, Galileu mostrou que “corpos de massas diferentes, soltos do repouso de uma mesma altura, no vácuo, chegam ao solo ao mesmo instante”. Podemos concluir que:
a) a experiência de Galileu contraria a 2ª Lei de Newton pois no corpo de menor massa atua menor força;
b) Galileu estava correto porque o peso de um corpo não depende da massa;
c) Galileu estava correto porque a razão entre o peso e a massa é a mesma para todos os corpos;
d) Galileu errou pois a Terra exerce forças iguais em todos os corpos.

11. Mede-se a aceleração de um carrinho em função do módulo da força resultante que lhe é aplicada, obtém-se o gráfico abaixo:
A massa do carrinho é:
a) 5,0kg
b) 1,8kg
c) 0,50kg
d) 0,20kg
e) 2,0 x 10^{-2}kg

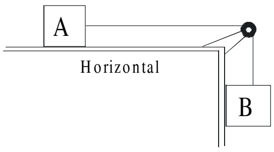


12. (Medicina de Mogi) No sistema abaixo, não há atrito entre a mesa e a massa m_1. Para o movimento, devemos ter:

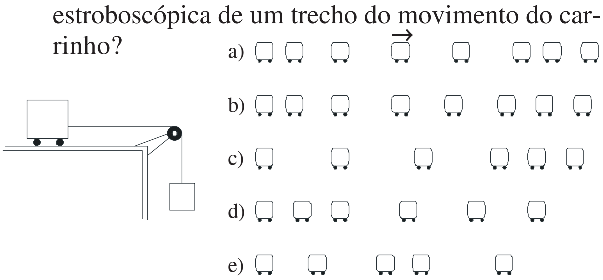


a) $m_2 = m_1$
b) $m_2 > m_1$
c) $m_2 < m_1$
d) para qualquer valor de m_1, haverá movimento
e) nenhuma das questões anteriores é satisfatória.

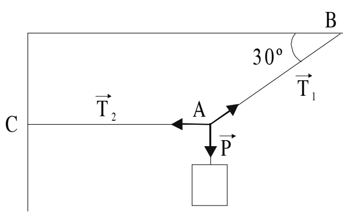
13. (Cescem) Não há atritos e resistências passivas a considerar, no caso do movimento dos corpos A e B. As massas M_A e M_B são as únicas a serem levadas em conta. Seja g a aceleração da gravidade. Pode-se dizer que o sistema composto pelos corpos A e B, enlaçados:
a) desloca-se com velocidade constante;
b) pode ser considerado como tendo massa total M_B, porque o peso de a é normal ao apoio suposto horizontal;
c) desloca-se com aceleração igual a g;
d) está sob a ação da força resultante $M_B g$;
e) tem para valor da força T de tração no fio o próprio peso de B.



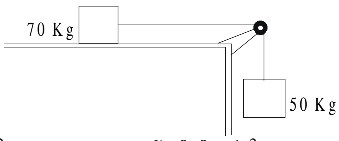
14. (Cesgranrio) Na figura abaixo, o atrito entre o carrinho e o trilho horizontal é desprezível. Qual das figuras propostas pode representar uma fotografia estroboscópica de um trecho do movimento do carrinho?



15. (Un. Fed. de Sta. Catarina) O esquema representa um corpo de peso 300N em equilíbrio, sob a ação de duas cordas de pesos desprezíveis. A tensão T_1 na corda AB é:
a) 150N
b) 220N
c) 300N
d) 520N
e) 600N



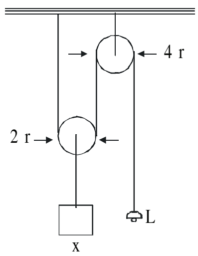
16. (Itajubá) A figura abaixo mostra um corpo de massa igual a 70kg, sobre uma mesa horizontal, ligado por uma corda e um segundo corpo de massa igual a 50kg. Sabendo-se que a massa da corda é desprezível, bem como todas as forças de atrito, indicar o valor da aceleração do corpo de massa igual a 50kg. Adotar: $g = 10m/s^2$.



a) $9,8m/s^2$
b) $10m/s^2$
c) $4,1m/s^2$
d) $0,0m/s^2$
e) $6,9m/s^2$

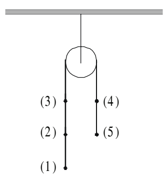
17. A figura abaixo mostra um sistema de roldanas sustentando uma lâmpada.
Os atritos e as massas das roldanas e das cordas são desprezíveis.
A lâmpada L, cujo peso é P newtons é equilibrada pelo peso X, cujo valor, em newtons, é:

a) $\frac{P}{2}$
b) P
c) 2P
d) 4P
e) 6P



O enunciado abaixo refere-se aos testes 248 a 253.

Por uma roldana fixa, ideal, passa um fio ideal (sem peso e inextensível) no qual estão suspensos cinco corpos de massas iguais como mostra a figura. Sejam T_1, T_2, T_3, T_4 e T_5 as trações no fio, nos trechos (1), (2), (3), (4) e (5) respectiamente.



18. Sendo g a aceleração da gravidade, a aceleração do sistema será:
a) g b) g/5 c) zero d) 5 g e) n.d.a.
Sendo m a massa de cada corpo, associe as alternativas que se seguem com os valores das trações nas diversas partes do fio:

a) $\frac{8m.g}{5}$
b) $\frac{4m.g}{5}$
c) $\frac{12m.g}{5}$
d) $\frac{6m.g}{5}$
e) n.d.a.

19. A tração no fio (1) vale:

20. A tração no fio (2) vale:

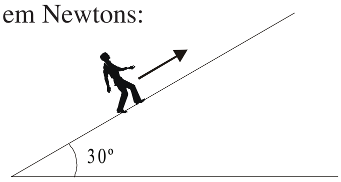
21. A tração no fio (3) vale:

22. A tração no fio (4) vale:

23. A tração no fio (5) vale:

Um homem de peso P = 600 N, apoiado em patins é puxado para cima, por meio de uma corda paralela ao plano inclinado. Os atritos são desprezíveis. Esta explicação refere-se às questões 24, 25 e 26.

24. O movimento se processando com velocidade constante, a força F aplicada para fazer o homem subir é, em módulo e em Newtons:

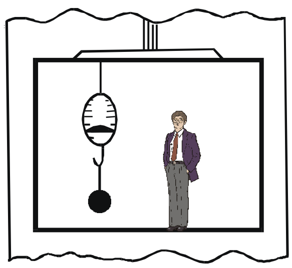


a) 600
b) $\frac{600.\sqrt{3}}{2}$
c) 300
d) 450
e) n.d.a.

25. A força de tração na corda, ainda no caso da velocidade uniforme, tem intensidade:
a) maior que F;
b) menor que F;
c) igual a F;
d) independente de F;
e) igual a F – P.

26. O movimento do homem se faz agora com aceleração de $10m/s^2$. A força F será, em módulo e em Newtons, igual a: (Admitir $g = 10m/s^2$)
a) 600
b) 900
c) 1.200
d) 300
e) $\frac{600.3}{3} + 600$

27. (ITA) O peso do bloco de ferro da figura abaixo é de 1,6kgf, mas a balança marca 2kgf. O elevador pode estar:

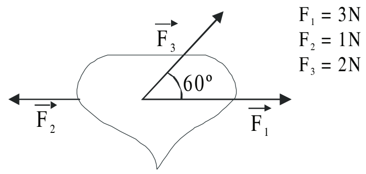


a) subindo com velocidade constante;
b) em repouso;
c) subindo e aumentando a velocidade;
d) descendo com velocidade constante;
e) descendo e aumentando a velocidade.

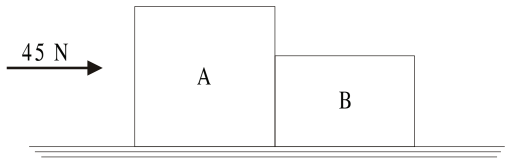
28. Um corpo de massa 10kg está sujeito a uma aceleração de $2m/s^2$. Qual é o módulo da força resultante que atua nele?

29. Um ponto material realiza MRUV tendo partido do repouso. A massa do corpo é 400g e sabendo-se que alcançou a velocidade de 100cm/s em 1s. Qual é o módulo da força resultante no corpo?

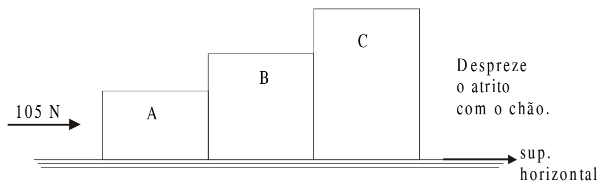
30. O corpo abaixo está sujeito a três forças $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ e $\vec{F_3}$. Sendo 3kg a sua massa, pede-se calcular a sua aceleração escalar.



31. Dois corpos A e B têm massas de 3kg e 2kg, respectivamente. No bloco A aplica-se uma força de 45N como mostra a figura. Pede-se:
a) a aceleração do sistema;
b) a intensidade da força com que A empurra B;
c) a intensidade da força com que B empurra A;
Desprezar o atrito com o chão.



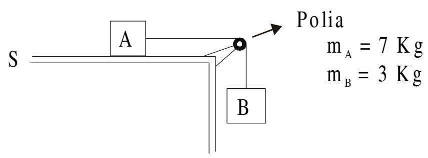
32. Considere a figura ao lado:



$m_A = 5kg$
$m_B = 10kg$
$m_C = 20kg$

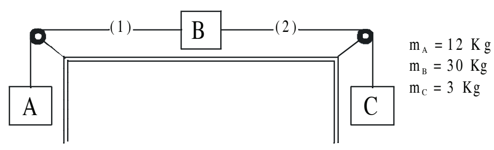
a) Qual a aceleração do sistema?
b) Qual a intensidade da força de interação de A e B?
c) Qual a intensidade da força de B e C?

33. Considere a figura abaixo e despreze os atritos. A superfície S é horizontal e o fio tem massa desprezível. O local apresenta $g = 10m/s^2$.



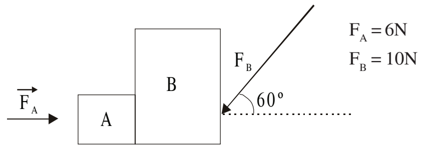
a) Qual a aceleração do sistema?
b) Qual a intensidade da força de atração no fio?

34. Para a figura ao lado despreze os atritos e a massa do fio. Adote $g = 10m/s^2$.



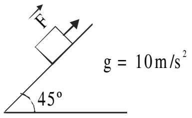
a) Qual é o módulo da aceleração do sistema?
b) Qual é o módulo das trações nos fios 1 e 2?

35. Dois corpos A e B de massas 4kg e 1kg, respectivamente, estão em contato e podem se deslocar sem atrito sobre um plano horizontal. Sobre o corpo A age a força horizontal $\vec{F}_A$ e sobre o corpo B a força inclinada $\vec{F}_B$, conforme mostra a figura.

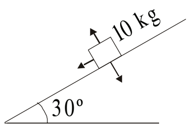


a) Qual o módulo da aceleração do sistema?
b) Qual o módulo da força de interação entre A e B?

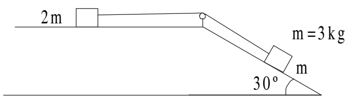
36. Uma caixa de 20kg sobe um plano inclinado em MRU sob ação de 1 força $\vec{F}$. Qual o valor de F?



37. Para o bloco abaixo colocado em um plano inclinado, calcule os componentes P_n e P_T de seu peso e a aceleração com que ele irá cair. Despreza o atrito; adote $g = 10m/s^2$.



38. No desenho abaixo o fio é ideal, despreza-se o atrito e adota-se $g = 10m/s^2$. Qual a aceleração do sistema e a força de tração no fio?



LEIS DE NEWTON

Analise as frases seguintes e assinale as certas e as erradas.

39. (   ) A velocidade de um corpo está tanto maior quanto maior for a força que atuar nele.

40. (   ) Sempre que a resultante das forças que agem num corpo é diferente de zero, ele está em movimento.

41. (   ) Velocidade é uma grandeza que não depende de força, pois, se dependesse, um caminhão carregado seria mais veloz que uma motocicleta.

42. (   ) Podem existir várias forças atuando num corpo e ele pode permanecer em repouso.

43. (   ) A aceleração que um corpo adquire depende da resultante das forças nele exercidas.

44. (   ) Uma vez iniciado um movimento é necessário uma força para mantê-lo.

45. (   ) O módulo da força que o cavalo exerce no carrinho é o mesmo da que o carrinho exerce no cavalo.

46. (   ) A força chamada ação não neutraliza a de módulo igual chamada reação porque elas atuam em corpos diferentes.

47. (   ) A tração no cabo de um elevador é a mesma que ele esteja subindo ou descendo com o movimento acelerado.

48. (   ) Quando um boxeador acerta um soco no queixo do adversário a força que o queixo faz na luva é a mesma que a luva faz no queixo.

49. (   ) Quanto maior a massa de um corpo é mais difícil movimentá-lo, se está parado; e mais difícil pará-lo, se está em movimento. Podemos dizer que a massa é a medida da inércia dos corpos.

50. (   ) Peso e massa são grandezas muito diferentes.

51. (   ) Quanto maior a massa, maior o peso.

52. (   ) A hélice do avião o impulsiona para a frente e a resistência do ar nas suas asas o faz subir.

53. (   ) Newton = Quilograma – Força x metro, (segundo)^2.

54. (   ) Num plano inclinado a força que segura o corpo; quanto ele já está descendo; é igual ao produto do coeficiente de atrito de deslizamento pelo componente normal do peso.

55. (   ) O coeficiente de atrito estático entre dois corpos é sempre maior que o coeficiente de deslizamento entre os mesmos.

56. (   ) Num corpo em repouso sobre um plano horizontal, também atua a força de atrito.

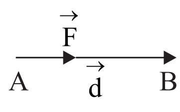
57. (   ) Os rolamentos e a lubrificação diminuem a força de atrito e, conseqüentemente, o desgaste excessivo das peças móveis.

58. (   ) Se não fosse a força de atrito, os pneus dos carros patinavam e os carros não sairiam do lugar.

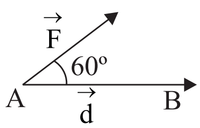
59. (   ) A força de atrito entre o chão e os nossos pés prejudica nosso andar.

TRABALHO, ENERGIA E POTÊNCIA

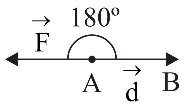
60. Determine o trabalho realizado pela força constante $\vec{F}$, de intensidade F = 50N, que atua sobre um ponto material que se desloca ao longo de um segmento de reta AB de comprimento d = 3m, nos casos seguintes:

a)


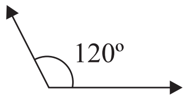
cos 0º = 1

d)


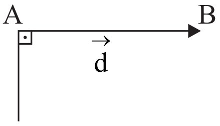
cos 60º = 0,5

b) 

cos 180º = –1

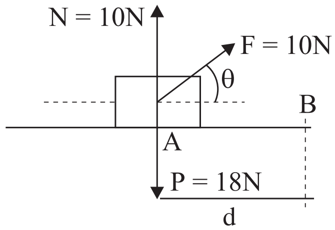
e) 

cos 120º = –0,5

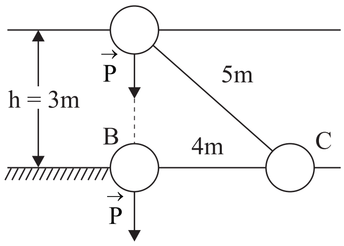
c) 

cos 90º = 0

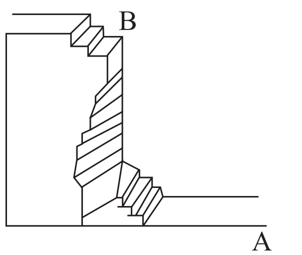
61. Determine o trabalho de cada força indicada na figura, no deslocamento d = 5m. Sabe-se que cos θ = 0,6.



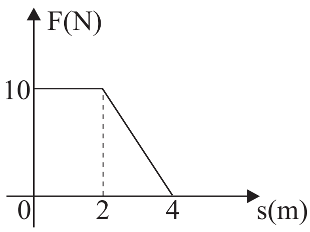
62. (UCB) Determine o trabalho realizado pelo peso de um corpo de massa m = 10 kg, num local onde g = 10 m/s^2, nos deslocamentos de:
a) A a B
b) B a C
c) A a C
d) C a A



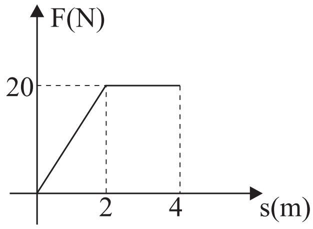
63. A pessoa representada na figura tem peso P = 800 N. O desnível entre os patamares A e B é de 5 m. Determine o trabalho realizado pelo peso da pessoa quando desce de B até A.



64. (Fuvest-SP) Uma força F age num bloco na mesma direção e sentido em que ocorre o deslocamento. O gráfico indica a intensidade F da força em função do espaço s. Determine o trabalho realizado por F no deslocamento de s = 0 até s = 4m.



65. (FESP-SP) Uma partícula descreve um movimento retilíneo sob ação de uma força F que tem a direção e o sentido do deslocamento. O gráfico da intensidade F da força em função do espaço s é dado a seguir. Determine o trabalho realizado por F nos deslocamentos:

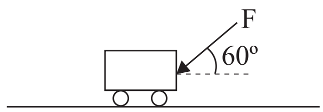


a) de s = 0 até s = 2m;
b) de s = 0 até s = 4m.

66. O trabalho realizado por uma força foi de 300J em 10 s. Determine a potência média dessa força.

67. Um motor de potência 100 kW aciona um veículo durante 2h. Qual é o trabalho realizado pela força motora em kW/h?

68. (PUC-MG) O trabalho realizado pela força F de intensidade de 50 N, ao empurrar o carrinho por uma distância de 2m, sendo sen 60º = 0,87 e cos 60º = 0,50, é em joule:
a) 25
b) 50
c) 63
d) 87
e) 100



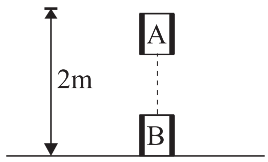
69. (U.E. Londrina-PR) Uma força constante, de módulo igual a 4,0N, aplicada a um corpo, desloca seu ponto de aplicação de 2,0m. A trajetória do corpo é uma reta. A direção da força é paralela à trajetória do corpo. Qual é o trabalho realizado pela força durante o deslocamento?
a) zero
b) 2,6J
c) 6,0J
d) 8,0J
e) 16J

70. (UF-PI) Uma força realiza trabalho de 20J, atuando sobre um corpo na mesma direção e no mesmo sentido do seu deslocamento. Se o deslocamento é de 5m, a intensidade da força, em N, é:
a) 0,25
b) 2,5
c) 4
d) 25
e) 100

71. (U.E. Londrina-PR) Uma força realiza trabalho de 150J no intervalo de tempo de 0,10s. A potência média da força, em watts, é de:
a) 1500
b) 300
c) 150
d) 15
e) 1,5

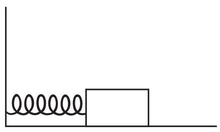
72. Calcule a energia cinética de um ponto material de massa m = 2kg, que se desloca com velocidade escalar v = 10 m/s.

73. Um pequeno bloco de massa m = 5kg encontra-se em repouso na posição A. O mesmo é abandonado e passa pela posição B, indicada na figura.



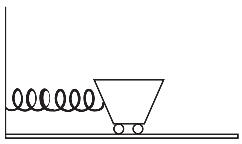
Determine a energia potencial gravitacional do bloco nas posições A e B em relação ao plano horizontal de referência que passa por B. É dado $g = 10\ m/s^2$.

74. (FEI-SP) Um corpo é preso à extremidade livre de uma mola de constante elástica K = 600 N/m, conforme mostra a figura. Qual a energia potencial elástica armazenada pelo sistema ao se distender a mola de 0,2 m?

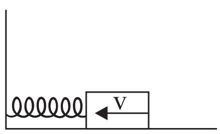


75. Um pequeno bloco de massa m = 3kg encontra-se a 2m do piso de um apartamento e a 20 m do nível da rua. Determine sua energia potencial gravitacional em relação ao piso do apartamento e em relação ao nível da rua. É dado $g = 10\ m/s^2$.

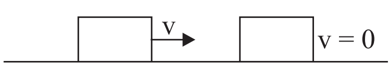
76. Um corpo é preso à extremidade livre de uma mola de constante elástica K = 160 N/m, como mostra a figura. Determine de quanto deve ser distendida a mola para que a energia potencial elástica armazenada seja de 20J.



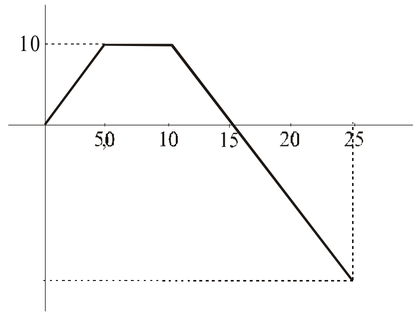
77. Um corpo de massa m = 2kg e com velocidade escalar v = 5 m/s desloca-se num plano horizontal sem atrito e atinge uma mola que se deforma até parar. Qual a energia potencial elástica que o sistema armazena quando a velocidade do corpo se anula?



78. Um bloco de massa m = 10 kg move-se num plano horizontal sem atrito, com velocidade escalar v = 10 m/s. Num certo instante, o plano torna-se rugoso e, conseqüentemente, a energia cinética se transforma em energia térmica. Determine a energia térmica desenvolvida, sabendo-se que o bloco se desloca até parar.

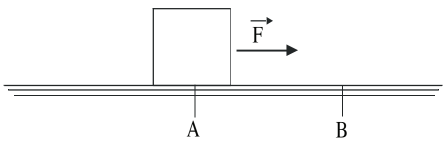


79. O diagrama a seguir representa o valor relativo da força resultante atuante em um ponto material em função do espaço. Em uma trajetória retilínea orientada:
a) qual o trabalho posto em jogo entre as posições S = 0 e S = 15m;
b) qual o trabalho posto em jogo entre as posições S = 15m e S = 25m.

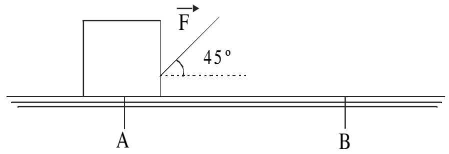


80. Calcule o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, nos seguintes casos, quando o corpo se desloca de A para B.

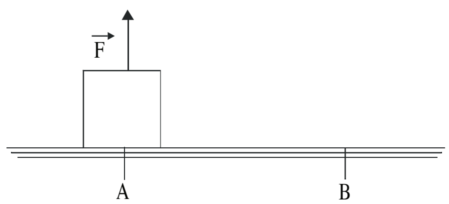
a)



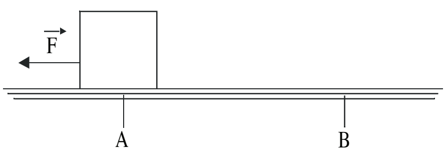
b)



c)



d)



81. Um corpo de massa 10kg cai de uma altura de 50m num local de $g = 10m/s^2$. Qual foi o trabalho realizado pela força peso?

82. Uma pedra de massa 1,0kg é levada do solo até um ponto situado a uma altura de 2,0m do solo. Considerando que a pedra parte do repouso e no final está novamente em repouso e adotando-se $g = 10m/s^2$, determine:
a) o trabalho do peso no deslocamento;
b) o trabalho de força resultante no deslocamento;
c) O trabalho da força aplicada pelo agente que transportou a pedra.

83. Um corpo de massa igual a 60kg está sendo movido com uma velocidade constante de 4,0m/s. Qual a energia cinética do corpo?

84. Um corpo de massa 3kg tem sua velocidade alterada de 3m/s para 6m/s. Qual foi o trabalho da força resultante do corpo?

85. Um bloco de massa m = 4,0kg é lançado sobre uma mesa com velocidade horizontal (paralela à mesa) de módulo igual a 2,0m/s. Devido ao atrito ele acaba parando. Desprezando-se a resistência do ar; qual o trabalho das forças de atrito sobre o bloco?

86. Uma mola de constante elástica K= 180N/m é comprimida em 0,2 por um corpo de massa m. Qual a energia potencial elástica adquirida pelo corpo?

87. Um corpo de massa 2kg é solto do ponto A e atinge o solo depois de algum tempo batendo no ponto B. Calcule a energia mecânica do corpo nos pontos A e B.

88. Um bloco de gelo de 2,0g escorrega de uma tigela hemisférica de raio 30cm e desde uma borda até a borda inferior. Se a velocidade na parte inferior da tigela for 200cm/s, qual o trabalho realizado pelas forças de atrito durante o trajeto? g = 1000cm/s^2.

89. De um ponto fixo pende um fio leve de comprimento l = 1,0m, e que na extremidade livre suporta uma esfera de massa m = 2,0kg. Põe-se este pêndulo a oscilar em um plano vertical. No ponto mais baixo a esfera tem velocidade v = 3,0m/s. Adote g = 10 m/s^2. A que altura máxima h se eleva à esfera?

Marque Certo ou Errado

90. ( ) Uma força sempre realiza trabalho.

91. ( ) O maior trabalho que uma força realiza é quando o ângulo formado pela sua direção com a direção do deslocamento é nulo.

92. ( ) A força centrípeta não realiza trabalho.

93. ( ) Calcula-se a energia potencial gravitacional de um corpo multiplicando-se seu peso pela altura em que se encontra acima de um nível de referência.

94. ( ) Quando levamos um corpo de uma altura para outra maior, estamos diminuindo sua energia potencial.

95. Um carro é solto do alto de uma subida de 20m de altura. Despreze os atritos e alcance a velocidade com que ele chega à parte mais baixa. Tome g = 10m/s^2.
a) 20m/s
b) 40m/s
c) 60m/s

96. Um corpo é puxado por uma força de 15N, que faz sua velocidade aumentar de 20m/s para 40 m/s. Qual a massa do corpo, se ele percorre 200m sob a ação dessa força?
a) 12,5kg
b) 5kg
c) 6kg

97. Determine a energia consumida por uma lâmpada de 100w quando fica acesa durante 24 horas (1h = 3600s).
a) 2400J
b) 2400kwh
c) 864x10^{4}J

98. Um martelo de 200g bate num prego com velocidade de 5m/s; afundando-o 2cm. Qual a força média que o martelo faz no prego?
a) 250N b) 2,50kgf c) 125N

99. Se a potência de uma locomotiva é 1.800CV (1CV = 75kg m/s) que força ela poderá fazer quando sua velocidade for de 54km/h?
a) 5000kgf b) 7800kgf c) 9000kgf

IMPULSO

Marque Certo ou Errado.

100. ( ) O valor da constante K que aparece na fórmula da atração universal não depende das unidades de força, massa e distância.

101. ( ) As marés são causadas pela força de atração da Lua nas águas dos mares.

102. ( ) Nem sempre a região que envolve um astro celeste é sede de um campo gravitacional.

103. ( ) Quanto maior a altitude, maior a aceleração da gravidade.

104. ( ) O período de oscilação de um pêndulo simples é proporcional à raiz quadrada do comprimento do pêndulo e inversamente proporcional à raiz quadrada da ponderação da gravidade no lugar.

105. ( ) Esforço é a razão entre a força deformante e a área da secção reta do material.

106. ( ) Na prática, pode ocorrer choque perfeitamente elástico.

107. ( ) Nos choques perfeitamente inelásticos, o coeficiente de restituicão seria 1.

108. ( ) No caso da tração, o que chamamos de deformação é a razão entre a variação do comprimento do corpo e o comprimento original do mesmo.

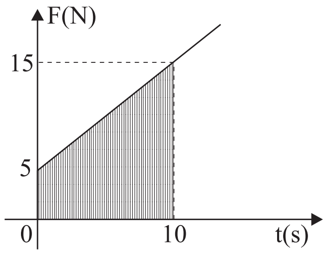
109. ( ) As deformações usuais sofridas pelos dinamômetros, quaisquer que sejam seus casos, são elásticas.

110. ( ) O sistema de molejo de um automóvel sofre somente deformações elásticas.

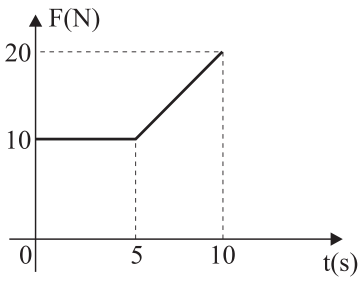
111. ( ) As deformações sofridas pelos feixes de molas dos caminhões são flexões.

112. Uma força $\vec{F}$ de intensidade 20N, direção vertical e sentido ascendente é aplicada num ponto material durante 10s. Determine a intensidade, a direção e o sentido do impulso dessa força.

113. A intensidade de uma força de direção constante, aplicada a um ponto material, varia com o tempo, conforme o gráfico. Determine a intensidade do impulso dessa força no intervalo de tempo de 0 a 10s.

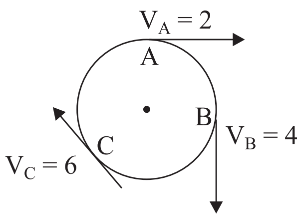


114. A intensidade de uma força de direção constante, aplicada a um ponto material, varia com o tempo, conforme o gráfico. Determine a intensidade do impulso dessa força nos intervalos de tempo:
a) de 0 a 5s;
b) de 5s a 10s.



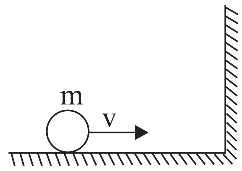
115. Um ponto material de massa m = 2kg possui, num certo instante, velocidade $\vec{v}$ de módulo v = 3m/s, direção vertical e sentido da quantidade de movimento do ponto material. Determine o módulo da quantidade de movimento.

116. Uma partícula de massa m = 3kg realiza um movimento circular conforme a figura. Determine nas posições A, B e C mostradas o módulo da quantidade de movimento e desenhe em cada caso o vetor quantidade de movimento.

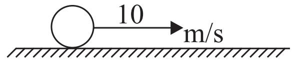


117. Um ponto material de massa m = 2kg realiza um movimento retilíneo, com velocidade escalar de 10 m/s. Uma força constante, paralela à trajetoria e no mesmo sentido do movimento, é aplicada no ponto material, durante certo intervalo de tempo, e sua velocidade escalar passa a 20 m/s. Determine a intensidade do impulso dessa força.

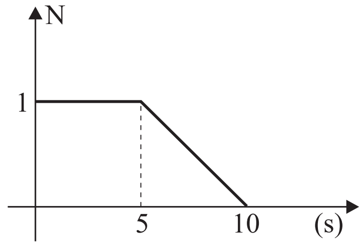
118. Uma partícula de massa m move-se com velocidade de módulo v e atinge uma parede vertical, voltando com a mesma velocidade em módulo.
Determine a intensidade do impulso recebido pela partícula.



119. Uma partícula de massa 0,5 kg move-se com velocidade de módulo de 10 m/s e atinge uma parede vertical, voltando com a mesma velocidade, em módulo. Determine a intensidade do impulso recebido pela partícula.



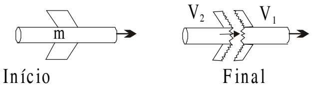
120. Uma partícula de massa 0,5 kg parte do repouso sob ação de uma força F de direção constante e intensidade do móvel variável com o tempo, conforme o gráfico ao lado. Determine:
a) I = 0 a 10s



121. Uma força constante de 10N atua em um corpo de massa 2kg durante 4s. Sabendo-se que inicialmente o corpo estava em repouso, pede-se:
a) o módulo do impulso de tal força;
b) a aceleração adquirida pelo corpo;
c) a sua velocidade no instante em que a força deixa de atuar.
Obs.: $\vec{F}$ é a única força atuante no corpo.

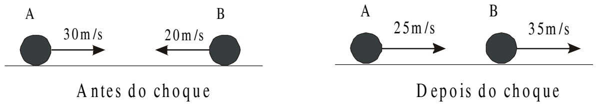
122. (FUVEST-SP) Após o chute para cobrança de uma penalidade máxima, uma bola de futebol de massa igual a 0,40kg, sai com velocidade igual a 24m/s. O tempo de contato entre o pé do jogador e a bola é 3,0 . 10^{-2}s.
a) Qual a quantidade de movimento adquirida pela bola com o chute?
b) Qual a força média aplicada pelo pé do jogador.

123. Uma aeronave viaja no espaço com velocidade V e tem massa m. Em um dado instante divide-se em 2 partes iguais que passam a viajar na mesma direção da aeronave antes do acidente. Se a velocidade de uma das partes é o dobro da velocidade da outra, qual é o módulo das velocidades finais?



124. Para o choque abaixo, verifique se ele é ou não perfeitamente elástico.

125. Para o choque abaixo, verifique se ele é perfeitamente elástico ou parcialmente elástico.



GRAVITAÇÃO

126. Calcule a força de atração gravitacional entre dois navios de 30.000t, considerando a distância entre eles como sendo 2km.
a) 30,5 x 10^{-11}N
b) 15,0 x 10^{-3}N
c) 0,20N

127. Calcule a intensidade do campo gravitacional gerado por um corpo de forma esférica de 50.000 kg de massa num ponto situado a 20 m do centro da esfera.
a) 6,7 x 10^{-6}m/s^2
b) 8,37 x 10^{-9}m/s^2
c) 33,5 x 10^{-9}N/kg

128. Calcule a aceleração da gravidade terrestre num ponto situado na direção do raio polar e a 1.600 km da superfície. Considere o raio de terra igual a 6.400km e a massa igual a 6 x 10^{24}kg.
a) 5,48m/s^2
b) 6,28m/s^2
c) 9,54m/s^2

129. Calcule a aceleração da gravidade num lugar situado na latitude de 29º. Sabe-se que Cos 58º = 0,530.
a) 978,197cm/s^2
b) 979,287cm/s^2
c) 987,297cm/s^2

130. Assinale certo ou errado em cada frase.
a) O valor da constante k que aparece na fórmula da atração universal não depende das unidades de força, massa e distância.
b) As marés são causadas pela força de atração da Lua nas águas dos mares.
c) Nem sempre a região que envolve um astro celeste é sede de um campo gravitacional.
d) Quanto maior a altitude, maior a aceleração da gravidade.
e) O período de oscilação de um pêndulo simples é proporcional à raiz quadrada do comprimento do pêndulo e inversamente proporcional à raiz quadrada da aceleração da gravidade no lugar.

131. Qual a força de atração gravitacional entre os caminhões de 20 t quando estão a 100 m um do outro?
a) 6,7 x 10^{-19}N
b) 26,8 x 10^{-7}N
c) 70 x 10^{-11}N

132. A razão entre a massa da Terra e a massa da Lua é 81 e a razão entre os respectivos raios desses corpos é 3,66. Admitindo-se g = 10m/s^2 na superfície da Terra, pede-se o valor da aceleração da gravidade na superfície da Lua.
a) 1,3m/s^2
b) 1,65m/s^2
c) 2,72m/s^2

133. Qual deveria ser o período de rotação da Terra a fim de que os corpos no equador não tivessem peso? Nesse caso, a força centrípeta seria igual ao peso.
a) 1.800s
b) 3.640s
c) 5.060s

134. Um pêndulo de 100cm de comprimento tem período de 2s no mesmo lugar em que outro pêndulo tem período de 3s. Qual o comprimento do segundo pêndulo?
a) 175cm
b) 200cm
c) 225cm

135. Um estudante construiu um pêndulo com uma bolinha de ferro presa numa linha de 1,40m de comprimento e verificou que ele efetuava 20 oscilações em 47s. Qual o valor de g no local dessa experiência?
a) 9,80m/s^2
b) 9,86m/s^2
c) 10,00m/s^2

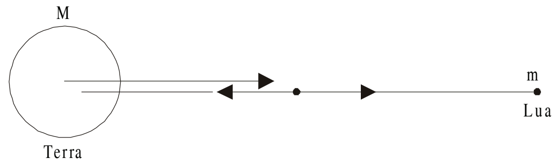
136. Pêndulo que dá os segundos é aquele cuja metade do período é 1s. Calcule o comprimento do pêndulo simples que dá os segundos num lugar, onde g = 9,78m/s^2.
a) 80,8cm
b) 99,2cm
c) 120,5cm

137. Calcule quantos segundos atrasaria em cada 24 horas (86.400s) um pêndulo que dá os segundos exatos em Berlim, onde g = 9,8121m/s^2, se fosse levado ao equador, onde g = 9,7810m/s^2?
a) 90s
b) 134s
c) 180s

138. Num grama de hidrogênio monoatômico, há 6,02 x 10^{23} átomos (número de avogadro). Em cada átomo há um próton, em torno do qual gira um elétron. A massa do próton é 1,67 x 10^{-27}kg e a massa do elétron é 9,11 x 10^{-31}kg. Considere concentrados num ponto todos os núcleos dos átomos de um grama de hidrogênio e num outro ponto, a 1cm do primeiro, todos os elétrons e calcule a força de atração gravitacioal entre esses conjuntos fictícios.
a) 37 x 10^{-17}N
b) 87 x 10^{-20}N
c) 24 x 10^{-31}N

139. Um rapaz de 70kg está em pé a um metro de uma moça de 60kg. Calcule a intensidade da força de atração entre eles. Dado G = 0,7 x 10^{-16} unid. MKS.

140. A massa da Terra é 81 vezes a da Lua. A distância da Terra à Lua mede 380.000km. A que distância do centro da terra se situa o ponto onde o campo gravitacional é nulo?



141. Usando g = 10m/s nas proximidades da superfície da Terra, calcule a massa da Terra. Dados: R = 6.400.000m e G = 6,67 x 10^{-11}Nm²/g²

HIDROSTÁTICA

142. Calcule a pressão que um tijolo faz, quando apoiado por suas três possíveis faces numa superfície horizontal. O tijolo pesa 30N e suas arestas medem 25cm, 10cm e 5cm. Assinale com os números 1, 2 e 3 as respostas certas, indo da menor pressão para a maior:

a) 6N/cm²	d) 0,30N/cm²
b) 0,60N/cm²	e) 0,12N/cm²
c) 0,24N/cm²	f) 0,20N/cm²

143. A pressão feita pelo ar comprimido no interior da câmara de certo pneu é de 2atm. Exprima-a em mmHg e em N/m².
a) 380mmHg
b) 202.650N/m²
c) 50662,5N/m²
d) 520mmHg

144. Um recipiente encerra 10 *l* de oxigênio de pressão de um atm. Qual o volume desse gás se a pressão aumentar para 2atm e 5atm? Coloque os n^os^ 1, 2 e 3 nas respostas certas.

a) 1*l*	d) R
b) 2*l*	e) 10/3*l*
c) *l*	

145. Calcule a pressão no fundo de um recipiente cheio de benzina, num lugar onde a aceleração da gravidade é 9,8m/s², sabendo que a densidade desse líquido é 0,9 x 10^3kg/m³ e que a altura da coluna é 0,50m.
a) 2.420N/m²
b) 3.180N/m²
c) 4.410N/m²

146. Calcule em N/m² a pressão num ponto situado a uma profundidade de 10,33m de um lago. A pressão na superfície livre é 1atm.
a) 101.234
b) 202.559
c) 300.000

147. Coloque C ou um E nas afirmações certas ou erradas.
a) Se um corpo de 8*l* de volume flutua na água, mergulhado até a metade, o empuxo recebido é de 4KgF.
b) O peso do corpo da questão anterior é 8KgF.
c) Se um corpo pesa 50N e flutua num líquido, é porque o empuxo que recebe do líquido é 50N.
d) Se um corpo no ar (empuxo desprezível) pesa 20KgF e mergulhado na água pesa só 8KgF, é porque o empuxo na água é 12KgF e o volume do corpo é 12*l*.
e) Um paralelepípedo de arestas 40cm, 20cm e 10cm pesa 15KgF e quando mergulhado na água pesa somente 7KgF.

148. O êmbolo menor de uma prensa hidráulica é acionado por uma alavanca inter-resistente de 1m de comprimento, de modo que a distância entre a força resistente e o ponto fixo é de 20cm. Pede-se a força de 10KgF aplicada na extremidade da alavanca. As áreas dos êmbolos medem 10cm² e 120cm².
a) 50N
b) 120N
c) 600N

149. Coloca-se água nos ramos de um vaso em U e depois num dos ramos coloca-se azeite. A densidade do azeite é 0,91g/cm³. Que coluna de água equilibra uma coluna de 100cm de azeite?
a) 1,91cm
b) 91cm
c) 112,2cm

150. Num manômetro de tubo aberto, contendo mercúrio, a pressão de um recipiente fez a coluna de mercúrio descer de 19cm no ramo ao qual está ligado. Qual a pressão desconhecida, se a pressão atmosférica local é de 72cmHg?
a) 53cmHg
b) 91cmHg
c) 110cmHg

151. Medindo-se determinada pressão com um manômetro de tubo fechado, notou-se que o volume do ar contido no aparelho reduziu-se a ¼ do valor quando a pressão era de 1atm. Qual a pressão no recipiente ligado ao aparelho, sabendo que o mercúrio desceu 19cm no ramo?
a) 4,5atm
b) 6atm
c) 14atm

152. Quando se tira todo o ar contido dentro de um recipiente, a pressão na superfície interna do mesmo fica:
a) nula
b) 0,5atm
c) 1atm

153. Um estudante faz a experiência de Torriccelli em cidade do interior e viu que a coluna de mercúrio equilibrou-se a 71,5cm acima do nível do líquido na cuba. Qual a altitude do lugar da experiência?
a) 500m b) 575m c)675m

154. Calcule a altura da coluna de água que equilibra a coluna de 76cm de mercúrio. Use a expressão dgh para cada uma. A densidade do mercúrio é 13,6 x 10^3kg/m^3 e a da água 10^3.
a) 5,16m b) 10,34m c) 15,49

155. (UE-PR) Uma amostra de ouro tem 38,6g de massa e 2 cm^3 de volume. Outra amostra, esta de ferro, tem massa de 78g e volume de 10 cm^3.
a) Determine as densidades do ouro e do ferro.
b) Dois corpos, maciços e homogêneos, de ouro e de ferro, respectivamente, têm volumes iguais. Qual apresenta a maior massa?

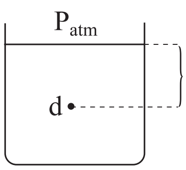
156. (Fuvest-SP) Uma pessoa de massa m = 70 kg está em pé. O solado de cada um dos seus sapatos tem área S = 250 cm^2. A aceleração da gravidade é g = 10 m/s^2 e 1 cm^2 = 10^{-4} m^2. Determine a pressão que a pessoa exerce no solo:
a) apoiada nos dois pés;
b) apoiada num só pé.

157. (Unifor-CE) Uma pessoa de 600 N de peso se equilibra num só pé, cuja área de contato com o solo é de 150 cm^2. A pressão exercida no solo, em N/cm^2, é de:
a) 600 c) 16 e) 4
b) 150 d) 8

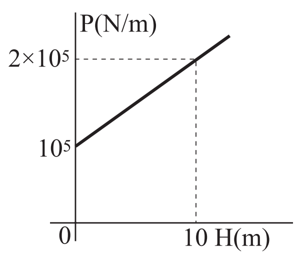
158. (PUC-MG) Uma faca está cega. Quando a afiamos, ela passa a cortar com maior facilidade, devido a um aumento de:
a) área de contato; d) pressão;
b) esforço; e) sensibilidade.
c) força;

159. (UE-PR) A densidade do álcool é de 0,8 g/cm^3 e a da gasolina de 0,7 g/cm^3. Determine:
a) a massa de 20 cm^3 de álcool;
b) o volume de 280 g de gasolina.

160. (UF-PI) Qual a pressão num ponto a uma profundidade de 30 m no interior de um líquido homogêneo em equilíbrio, de densidade de 500 kg/m^3, num local onde a aceleração da gravidade é de 10 N/m^2?



161. (PUC-SP) O gráfico mostra como varia a profundidade e a pressão no interior de um líquido em equilíbrio exposto ao ar. Sendo g = 10 m/s^2, determine:
a) a pressão atmosférica;
b) a densidade do líquido;
c) a pressão num ponto de profundidade de 15 metros.



CAPÍTULO 3
TERMOLOGIA

Estuda a energia térmica, sua transmissão, efeitos e aplicações.

1. Conceitos básicos

Temperatura:
Se refere ao nível de movimento (agitação) dos átomos e moléculas de corpos e substâncias. Num dia quente as moléculas do ar se movem mais do que num dia frio.

((•)) t_A (((•))) t_B $\Rightarrow$ $t_A < t_B$

t $\rightarrow$ temperatura

Energia térmica de um corpo ou substância é a soma das energias de movimento dos átomos e moléculas que constituem o corpo.

energia de cada molécula e átomo

((•)) ((•))
((•)) E_1 E_2
E_3

$E = E_1 + E_2 + E_3 + ... E_n$

energia térmica

Calor:
É a energia térmica que passa de uma região de maior temperatura para outra de menor temperatura.

calor

(((•))) ((•)) $t_A > t_B$

A B

Equilíbrio térmico:
Duas ou mais regiões adquirem o equilíbrio térmico quando atingem a mesma temperatura.

((•)) ((•)) $\Rightarrow t_A = t_B$

t_A t_B

2. Escalas Termométricas

Ao variar de movimento os átomos e moléculas causam variação nas dimensões dos corpos e substâncias, sólidos, líquidos e gases que denominamos de dilatação.

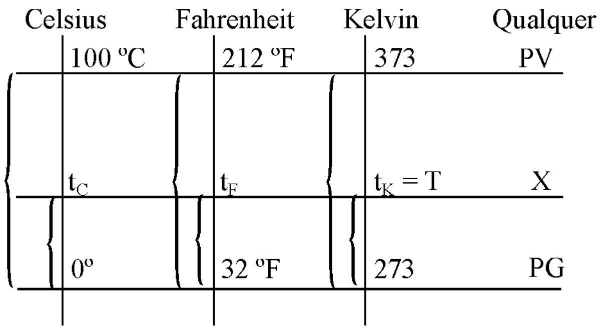
Os termômetros usam a dilatação dos sólidos, líquidos e gases para informar sobre a temperatura.

Os termômetros foram graduados em escalas escolhidas pelos seus criadores, **Celsius**, **Fahrenheit** e **Kelvin**.

Em relação aos pontos fixos da água:

ponto de fusão do gelo PG
ponto de ebulição da água, ponto de vapor PV,

cada escala recebeu a seguinte graduação:



Para relacionar as escalas é só estabelecer a igualdade das seguintes razões:

$$\frac{t_C - 0}{100 - 0} = \frac{t_F - 32}{212 - 32} = \frac{T - 273}{373 - 273} = \frac{X - PG}{PV - PG}$$

$$\frac{t_C}{100} = \frac{t_F - 32}{180} = \frac{T - 273}{100} = \frac{X - PG}{PV - PG}$$

* Relação **Celsius-Fahrenheit**

$$\frac{t_C}{\cancel{100}_{5}} = \frac{t_F - 32}{\cancel{180}_{9}} \Rightarrow \boxed{\frac{t_C}{5} = \frac{t_F - 32}{9}}$$

* Relação **Celsius-Kelvin**

$$\frac{t_C}{\cancel{100}} = \frac{T - 273}{\cancel{100}} \Rightarrow \boxed{t_C = T - 273}$$

* Relação **Fahrenheit-Kelvin**

$$\frac{t_F - 32}{\cancel{180}_{9}} = \frac{T - 273}{\cancel{100}_{5}} \Rightarrow \boxed{\frac{t_F - 32}{9} = \frac{T - 273}{5}}$$

A Escala Kelvin é dita de escala absoluta em função de que o **zero** nesta escala corresponde a **zero** vibração (movimento) molecular, daí também se usar o (T) maiúsculo e não ter o símbolo de grau como a Celsius e Fahrenheit. Veja:

Exemplo: $t_C = 100°\ C$
$t_F = 212°\ F$
$T = 373°\ K = 373\ K$

O termômetro Celsius é mais usado nos países de línguas latinas, o Fahrenheit em países de línguas anglo-saxônicas e o Kelvin em pesquisas científicas.

Aplicações

1. Determine a temperatura na escala Celsius, cuja indicação na escala Fahrenheit é 14ºF.

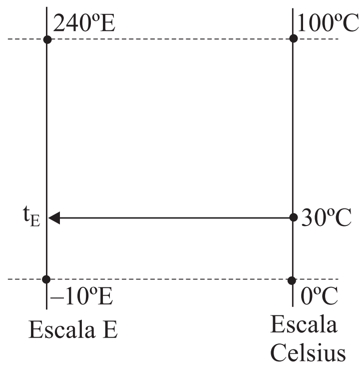
Solução:

$$\frac{t_C}{5} = \frac{t_F - 32}{9} \quad \therefore \quad \frac{t_C}{5} = \frac{14 - 32}{9} = \frac{-18}{9} = -2$$

$$\therefore \boxed{t_C = -10°C}$$

2. Seja uma escala termométrica E que adota os valores –10ºE para o ponto do gelo e 240ºE para o ponto do vapor. Determine:
a) a equação de conversão entre essa escala e a escala Celsius;
b) a indicação que nessa escala corresponde a 30ºC.

Solução:



$$\frac{t_C}{100} = \frac{t_E - (-10)}{240 - (-10)}$$

$$\frac{t_C}{100} = \frac{t_E + 10}{250}$$

$$\frac{t_C}{2} = \frac{t_E + 10}{5}$$

$$t_E + 10 = \frac{5}{2} t_C$$

$$\therefore \boxed{t_E = \frac{5}{2} t_C - 10}$$

Para $t_C = 30°C,\ t_E = \frac{5}{2} \cdot 30 - 10$

$$\boxed{t_E = 65ºE}$$

3. Uma temperatura na escala Fahrenheit é dada por um valor que excede em 5 unidades o dobro do valor correspondente da escala Celsius. Determine essa temperatura.

Resolução:

$\theta_C = x$
$\theta_F = 5 + 2x$

$$\frac{\theta_C}{5}=\frac{\theta_F-32}{9}\rightarrow\frac{x}{5}=\frac{(5+2x)-32}{9}\rightarrow\frac{x}{5}=\frac{2x-27}{9}$$

Resolvendo-se a equação:
$x = 135$

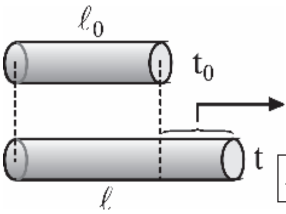
Portanto: $\boxed{\theta_C = 135ºC \text{ e } \theta_F = 275ºF}$

3. Dilatação Térmica

Como já vimos os corpos e substâncias variam suas dimensões (comprimento linear, área e volume) ao variar de temperatura.

a) Dilatação nos sólidos

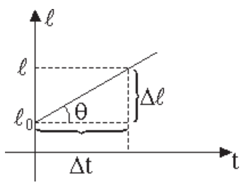
1º) Dilatação linear ou variação de comprimento (linear), uma dimensão:



$\boxed{\Delta\ell = \ell - \ell_0}$ $\boxed{\Delta\ell = \ell\cdot\alpha\cdot\Delta t}$

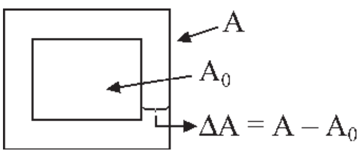
$\boxed{\Delta t = t - t_0}$ $\boxed{\ell = \ell_0(1+\alpha\,\Delta t)}$

$t_0 \rightarrow$ temperatura inicial
$t \rightarrow$ temperatura final
$\ell_0 \rightarrow$ comprimento inicial
$\ell \rightarrow$ comprimento final
$\Delta\ell \rightarrow$ dilatação linear (variação de comprimento)
$\Delta t \rightarrow$ intervalo de tempo
$\alpha \rightarrow$ coeficiente de dilatação linear próprio de cada substância



$$\text{tg}\theta=\ell_0\alpha=\frac{\Delta\ell}{\Delta t}$$

2º) Dilatação superficial ou variação de área (superfície), duas dimensões:



$\boxed{\Delta A = A - A_0}$

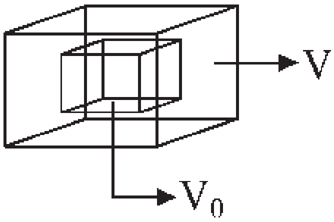
$\boxed{\Delta A = A_0\cdot\beta\cdot\Delta t}$

$\boxed{A = A_0(1+\beta\cdot\Delta t)}$

$\boxed{\Delta t = t - t_0}$

$A_0 \rightarrow$ área inicial
$A \rightarrow$ área final
$\Delta A \rightarrow$ dilatação superficial (variação de área)
$\boxed{\beta = 2\cdot\alpha}$
$\beta \rightarrow$ coeficiente de dilatação superficial

3º) Dilatação volumétrica ou variação de volume, três dimensões:



$\boxed{\Delta V = V - V_0}$

$\boxed{\Delta V = V_0\cdot\gamma\cdot\Delta t}$

$\boxed{\Delta t = t - t_0}$

$\boxed{V=V_0(1+\gamma\cdot\Delta t)}$

$V_0 \rightarrow$ volume inicial
$V \rightarrow$ volume final
$\Delta V \rightarrow$ variação de volume (dilatação volumétrica)
$\boxed{\gamma = 3\cdot\alpha}$
$\gamma \rightarrow$ coeficiente de dilatação volumétrica

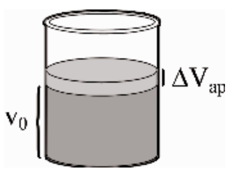
Note que: $\boxed{\frac{\alpha}{1}=\frac{\beta}{2}=\frac{\gamma}{3}}$ **1**, **2** e **3** se referem a quantidade de dimensões envolvidas.

Veja uma tabela de coeficientes de dilatação linear de algumas substâncias.

vidro pirex: $\alpha = 3\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$
vidro comum: $\alpha = 8\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$
platina: $\alpha = 9\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$
ferro: $\alpha = 12\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$
cobre: $\alpha = 17\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$
latão: $\alpha = 19\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$
alumínio: $\alpha = 22\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$
zinco: $\alpha = 26\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$
chumbo: $\alpha = 27\cdot10^{-6}\,ºC^{-1}$

b) Dilatação dos líquidos

Por estarem contidos em recipientes sólidos a dilatação volumétrica dos líquidos deve levar em consideração a dilatação do recipiente que ocorre simultaneamente com o líquido. Constata-se que os líquidos se dilatam mais que os sólidos onde estão contidos, logo:



$\boxed{\Delta V_\ell = \Delta V_{ap} + \Delta V_f}$ I

$\Delta V_\ell \rightarrow$ dilatação do líquido
$\Delta V_{ap} \rightarrow$ dilatação aparente (que aparece no frasco)
$\Delta V_f \rightarrow$ dilatação do frasco ou recipiente

$$\left.\begin{aligned}\Delta V_\ell &= V_0 \cdot \gamma_\ell \cdot \Delta t\\ \Delta V_{ap} &= V_0 \cdot \gamma_{ap} \cdot \Delta t\\ \Delta V_f &= V_0 \cdot \gamma_f \cdot \Delta t\end{aligned}\right\}\text{ substituindo em (I) temos:}$$

$$\cancel{V_0} \cdot \gamma_\ell \cdot \cancel{\Delta t} = \cancel{V_0} \cdot \gamma_{ap} \cdot \cancel{\Delta t} + \cancel{V_0} \cdot \gamma_f \cdot \cancel{\Delta t}$$

$$\boxed{\gamma_\ell = \gamma_{ap} + \gamma_f}$$

$\gamma_\ell \rightarrow$ coeficiente de dilatação do líquido
$\gamma_{ap} \rightarrow$ coeficiente de dilatação aparente
$\gamma_f \rightarrow$ coeficiente de dilatação do frasco

Aplicações

1. Uma barra de 100 m de comprimento encontra-se a 10ºC. Sendo $22 \cdot 10^{-6}$ ºC^{-1} o valor do coeficiente de dilatação linear médio da barra, determine, quando ela passar à temperatura de 30ºC:
a) a sua dilatação;
b) o comprimento final da barra.

Solução:
a) $\Delta\ell = \ell_0 \alpha\, \Delta t$
$\Delta\ell = 100 \cdot 0{,}000022 \cdot (30 - 10)$
$\boxed{\Delta\ell = 0{,}044\,\text{m}}$

b) $\ell = \ell_0 + \Delta\ell$
$\ell = 100 + 0{,}044$
$\boxed{\ell = 100{,}044\,\text{m}}$

2. Uma chapa metálica tem área 4,00 m^2 à temperatura de 20ºC. Sendo o coeficiente de dilatação superficial médio do metal 0,000044 ºC^{-1}, determine a sua área à temperatura de 200ºC.

Solução:
$S = S_0(1 + \beta\, \Delta t)$
$S = 4(1 + 0{,}000044 \cdot 180) \;\therefore\; \boxed{S \cong 4{,}03\ \text{m}^2}$

3. Um cilindro de alumínio tem altura 0,40 m e raio da base 0,20 m à temperatura de 0ºC. Determine o volume do cilindro a 100ºC, sendo $\alpha_{Al} = 0{,}000022$ºC^{-1}.

Solução:
$V_0 = \pi r^2 h = 3{,}14 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}4 \cong 0{,}050265$
$V = V_0(1 + \gamma\, \Delta t) = 0{,}050265(1 + 0{,}000066 \cdot 100)$

$\boxed{V = 0{,}050597\ \text{m}^3}$

4. Um recipiente de ferro contém, até a borda, 100 cm^3 de álcool à temperatura de 20ºC. Sendo o coeficiente de dilatação linear do ferro de $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ ºC^{-1} e o coeficiente de dilatação volumétrica do álcool de $1{,}1 \cdot 10^{-3}$ ºC^{-1}, o conjunto (recipiente + álcool) é aquecido até 60ºC. Pedem-se:
a) a dilatação do recipiente;
b) a dilatação do líquido (é a dilatação real do álcool);
c) a dilatação aparente do álcool.

Resolução:

$$\left.\begin{aligned}\theta_0 &= 20ºC\\ \theta &= 60ºC\end{aligned}\right\} \rightarrow \Delta\theta = \theta - \theta_0 \rightarrow \Delta\theta = 40ºC$$

$$\alpha_{Fe} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,ºC^{-1} \Rightarrow \gamma_{Fe} = 3\alpha_{Fe} \Rightarrow \gamma_{Fe} = 3{,}6 \cdot 10^{-5}\,ºC$$

$$\gamma_{álcool} = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\,ºC^{-1}$$

$$V_0 = 100\,\text{cm}^3$$

a) $\Delta V_{rec} = \gamma_{rec} \cdot V_0 \cdot \Delta\theta \;\; (\gamma_{rec} = \gamma_{Fe})$
$\Delta V_{rec} = 3{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 \cdot 40$

$\boxed{\Delta V_{rec} = 0{,}144\ \text{cm}^3}$

b) $\Delta_{álcool} = \gamma_{álcool} \cdot V_0 \cdot \Delta\theta$
$\Delta V_{álcool} = 1{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 \cdot 40$

$\boxed{\Delta V_{álcool} = 4{,}4\ \text{cm}^3}$

c) $\Delta V_{álcool} = \Delta V_{rec} + \Delta V_{ap}$
$\Delta V_{ap} = \Delta V_{álcool} - \Delta V_{rec}$

$\Delta V_{ap} = 4{,}4 - 0{,}144$

$\boxed{\Delta V_{ap} = 4{,}256\ \text{cm}^3}$

5. Um recipiente de ferro tem, a 0ºC, um volume de 100 cm^3. Calcule o volume de mercúrio que deve ser colocado no recipiente a fim de que a diferença entre os volumes permaneça constante ao se elevar a temperatura até 50ºC.
Dados:
$\alpha_{Fe} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ ºC^{-1}$ e $\gamma_{Hg} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\ ºC^{-1}$

Resolução:
Para que a diferença entre os volumes permaneça constante, basta que o mercúrio e o recipiente se dilatem igualmente, isto é:

$$\boxed{\Delta V_{rec} = \Delta V_{Hg}}$$

onde: $\Delta V_{rec} = \gamma_{rec} \cdot V_{0_{rec}} \cdot \Delta\theta$
e $\Delta V_{Hg} = \gamma_{Hg} \cdot V_{0_{Hg}} \cdot \Delta\theta$

Igualando-se as expressões, tem-se:

$$\gamma_{rec} \cdot V_{0_{rec}} \cdot \cancel{\Delta\theta} = \gamma_{Hg} \cdot V_{0_{Hg}} \cdot \cancel{\Delta\theta}$$

$$V_{0_{Hg}} = \frac{\gamma_{rec} \cdot V_{0_{rec}}}{\gamma_{Hg}}$$

e substituindo-se os valores numéricos

$$\left| \begin{array}{l} \gamma_{rec} = 3{,}6 \cdot 10^{-5}\ ^\circ C^{-1} \text{ (pois } \gamma_{rec} = 3\alpha_{Fe}) \\ V_{0_{rec}} = 100 \text{ cm}^3 \\ \gamma_{Hg} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\ ^\circ C^{-1} \end{array} \right.$$

obtém-se:

$$V_{0_{Hg}} = \frac{3{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2}{1{,}8 \cdot 10^{-4}} = \frac{3{,}6 \cdot 10^{-3}}{1{,}8 \cdot 10^{-4}}$$

$$\boxed{V_{0_{Hg}} = 20 \text{ cm}^3}$$

c) Dilatação dos gases

Estudo dos gases ou comportamento dos gases ideais.

Nos gases além dos fatores **temperatura** (T) e **volume** (V) que estão presentes na dilatação volumétrica dos sólidos e líquidos, aqui tem o fator **pressão** (p) que interfere muito no estado físico. T, V e p são denominados de **variáveis de estado de um gás**.

O gás é dito de **ideal** ou **perfeito** quando:

- as moléculas do gás são consideradas pontos materiais e como tal só tem energia de translação, isto é, devido a velocidade que possue num rumo qualquer;
- as colisões das moléculas entre si e com as paredes são perfeitamente elásticas;
- o tempo da colisão é desprezível em relação ao tempo entre uma colisão e outra.
- a única interação entre as moléculas é a das colisões.

Estas condições ocorrem com boa aproximação para baixas pressões e altas temperaturas.

1º) Equação de Clapeyron e Lei Geral dos Gases Perfeitos

O físico Clapeyron constatou que para uma dada massa de gás perfeito a relação entre as três variáveis de estado (p, V, T) é:

$$\boxed{\frac{pV}{T} = \text{constante}}$$

onde observou que a constante correspondia ao número de **mols** (n) multiplicado por um valor que denominou de (R), constante de proporção ou constante universal dos gases, assim:

$$\boxed{\frac{pV}{T} = n \cdot R} \longrightarrow \text{equação de Clapeyron}$$

$$\boxed{n = \frac{m}{M}} \quad \begin{array}{l} m \to \text{massa disponível} \\ M \to \text{massa molecular} \\ n \to \text{número de mols} \end{array}$$

$R \rightarrow$ depende das unidades utilizadas. Veja:

$$\boxed{R = 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K}} \qquad \boxed{R = 0{,}082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}}$$

$$\boxed{R = 2{,}0 \frac{cal}{mol \cdot K}} \qquad \boxed{R = 62{,}3 \frac{mm\,Hg \cdot \ell}{mol \cdot K}}$$

2º) Equação ou Lei Geral dos Gases

A expressão $\boxed{\frac{pV}{T} = \text{constante}}$ permite relacionar as variáveis p_A, V_A, T_A, referentes a um estado A qualquer, com as variáveis p_B, V_B, T_B, referentes a outro estado B, também qualquer de uma determinada massa de gás.

$$\boxed{\frac{p_A \cdot V_A}{T_A} = \frac{p_B \cdot V_B}{T_B}}$$

3º) Mistura de gases perfeitos

Para uma mistura de gases com as variáveis de estado e números de mols dadas por: (p_A, V_A, T_A, n_A); (p_B, V_B, T_B, n_B); (p_C, V_C, T_C, n_C) ... num mesmo recipiente, temos:

$$\boxed{n = n_A + n_B + n_C \ldots} \quad \text{I}$$

$$\text{como em } \frac{pV}{T} = nR \Rightarrow \boxed{n = \frac{pV}{TR}} \quad \text{II}$$

substituindo II em I, temos:

$$\frac{pV}{T\cancel{R}} = \frac{p_A V_A}{T_A \cancel{R}} + \frac{p_B V_B}{T_B \cdot \cancel{R}} + \frac{p_C V_C}{T_C \cancel{R}}, \text{ logo}$$

$$\boxed{\frac{pV}{T} = \frac{p_A V_A}{T_A} + \frac{p_B V_B}{T_B} + \frac{p_C V_C}{T_C} \ldots}$$

4º) Transformações gasosas

Na transformação ocorre variação das **variáveis de estado**, p, V, T, de pelo menos duas destas variáveis e a **massa** permanece constante.

Vejamos algumas considerações antes de analisar as transformações como o significado dos termos:

Compressão: redução de volume provocando aumento de pressão.

Contração: redução de volume independente de haver ou não alteração da pressão.

Expansão: aumento de volume, independente de haver ou não alteração da pressão.

Descompressão: aumento de volume provocando redução de pressão.

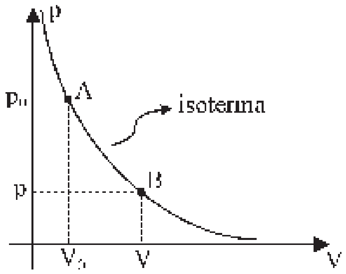
Transformação isotérmica

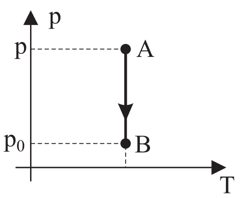
Ocorre com o gás a temperatura constante. Logo, temos:

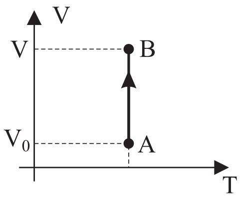
$$\frac{p_0V_0}{\cancel{T_0}} = \frac{pV}{\cancel{T}} \Rightarrow \boxed{p_0V_0 = pV} = \text{constante}$$

Lei de Boyle

p e **V** são inversamente proporcionais. Se o volume aumenta a pressão diminui.







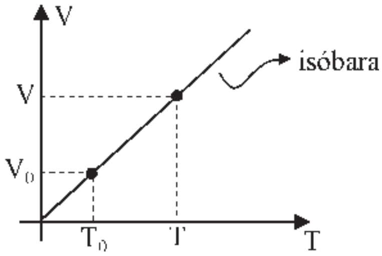
Transformação isobárica

Ocorre com o gás a pressão constante. Logo, temos:

$$\frac{\cancel{p_0} \cdot V_0}{T_0} = \frac{\cancel{p} \cdot V}{T} \Rightarrow \boxed{\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T}} = \text{constante}$$

Lei de Charles e Gay-Lussac

V e **T** são diretamente proporcionais. Se a temperatura aumenta o volume aumenta.



Transformação isovolumétrica, isométrica ou isocórica

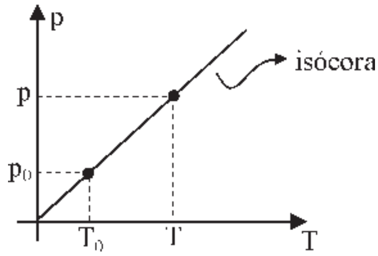
Ocorre com o gás a volume constante.

Logo, temos:

$$\frac{p_0\cancel{V_0}}{T_0} = \frac{p\cancel{V}}{T} \Rightarrow \boxed{\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T}} = \text{constante}$$

Lei de Charles

p e **T** são diretamente proporcionais. Se a temperatura aumenta a pressão aumenta.



Aplicações

1. Uma garrafa contém nitrogênio a –3ºC e 10 atm de pressão. Determine a pressão do gás nela aprisionado se a temperatura se elevar para 64,5ºC.

   Solução:

   $T_0 = (-3 + 273)K = 270\ K$

   $P_0 = 10\ atm$

   $V_0 = V$ (considerando a garrafa indilatável)

   $T = (64,5 + 273K = 337,5K$

   $P = ?$

   Vimos que $\frac{P_0V_0}{T_0} = \frac{PV}{T}$

   Como $V_0 = V$, temos: $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P}{T}$ (Lei de Charles) $\therefore$

   $$\therefore\ \frac{10}{270} = \frac{P}{337,5} \Rightarrow \boxed{P = 12,5\ atm}$$

2. Um recipiente contém 160 ℓ de oxigênio (massa molecular M = 32 g) sob pressão de 82, atm e à temperatura de 47ºC. Sendo $R = 0{,}082 \dfrac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$, determine:
   a) o número de moles do gás;
   b) a massa do gás;
   c) o volume de um mol nas condições de pressão e temperatura considerados.

   Solução:

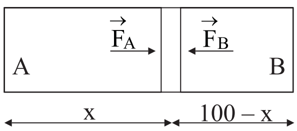
   a) $PV = nRT \Rightarrow n = \dfrac{PV}{RT} = \dfrac{8{,}2 \cdot 160}{0{,}082 \cdot 320} \Rightarrow \boxed{n = 50\,\text{moles}}$

   b) $n = \dfrac{m}{M} \Rightarrow m = n \cdot M = 50 \cdot 32 \therefore \boxed{m = 1600\,g}$

   c) $PV = nRT \Rightarrow V = \dfrac{nRT}{P} = \dfrac{1 \cdot 0{,}082 \cdot 320}{8{,}2} \therefore \boxed{V = 3{,}2\ell}$

3. (MAPOFEI) Um tubo fechado nas extremidades, com comprimento de 100 cm; tem um pistão móvel no seu interior, que o separa em duas regiões. A secção transversal do tubo é constante. Na região A existe 1 mol de hidrogênio a 300 K, enquanto que na região B existem 2 moles de nitrogênio a 600 K. Determine a posição de equilíbrio do pistão.

   Solução:



$F_A = F_B$ para haver equilíbrio

$\therefore \dfrac{F_A}{S} = \dfrac{F_B}{S} \Rightarrow P_A = P_B$

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} \begin{cases} P_A = \dfrac{n_A R T_A}{V_A} \\ P_B = \dfrac{n_B R T_B}{V_B} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{n_A R T_A}{V_A} = \frac{n_B R T_B}{V_B} \Rightarrow \frac{1 \cdot 300}{S \cdot x} = \frac{2 \cdot 600}{S \cdot (100 - x)}$$

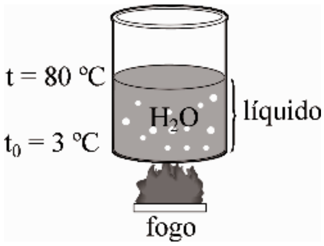
$$100 - x = 4x \Rightarrow 5x = 100 \Rightarrow \boxed{x = 20\ \text{cm}}$$

4. Estudo do calor – Calorimetria

Como vimos, calor é a energia térmica trocada entre os corpos, as substâncias e o meio ambiente.

Os corpos e substâncias têm energia térmica devido a **agitação** de seus átomos e moléculas. A energia térmica em trânsito de um corpo ou substância de maior temperatura para de menor temperatura denominamos de quantidade de calor (Q).

1º) Calor sensível – quando ocorre variação de temperatura.



$\boxed{Q = m \cdot c \cdot \Delta t}$

m → massa da substância em gramas (g).

c → calor específico da substância em questão em $\left(\dfrac{cal}{g\ ºC}\right)$.

Δt → variação de temperatura em (ºC).

Q → quantidade de calor dado em calorias (cal).

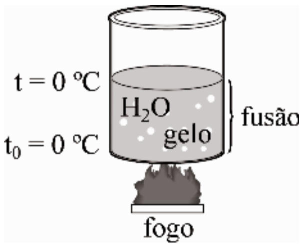
Nota: Caloria é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1g de água de 14,5 ºC para 15,5 ºC.

Veja a relação entre as unidades de energia Joules (J) e calorias (cal).

$\boxed{1\ cal = 4{,}186\ J}$ e $\boxed{1\ J = 0{,}239\ cal}$

$\boxed{1\ Kcal = 1.000\ cal}$

2º) Calor latente – quando não ocorre variação de temperatura. O calor recebido ou cedido pela substância é usado para provocar a mudança de estado físico (mudança de fase), como fusão, solidificação, ebulição, liquefação.



$\boxed{Q = m \cdot L}$

m → massa da substância em gramas.

L → calor latente é a quantidade de calor necessária para produzir uma mudança de fase para cada 1 g de uma substância em $\left(\dfrac{cal}{g}\right)$.

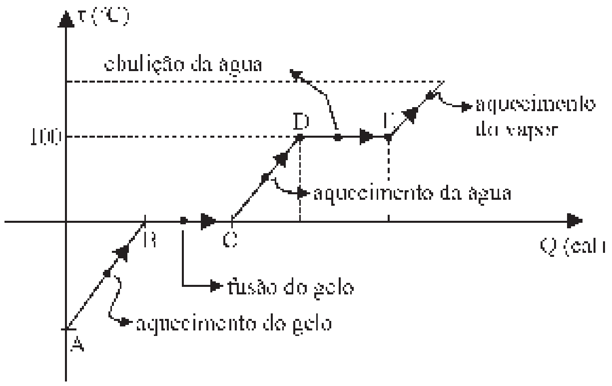
Q → quantidade de calor dado em calorias (cal).

Veja para algumas substâncias:
– A temperatura de fusão (t_f) e temperatura de ebulição, vapor (t_V) em (ºC).
– Calor específico $c\left(\dfrac{cal}{g\,ºC}\right)$

– Calor latente de fusão; $L_f\left(\frac{cal}{g}\right)$ e de ebulição, vapor; $L_V\left(\frac{cal}{g}\right)$.

Substância	t_f	t_V	c	L_f	L_V
Água (H_2O)	0	100	1	80	540
Gelo (H_2O)	0	100	0,55	80	540
Vapor (H_2O)	0	100	0,48	80	540
Alumínio	658	1.800	0,22	–	–
Cobre	1.083	2.300	0,093	–	–
Chumbo	327	1.170	0,031	5,5	205
Mercúrio	–39	357	0,033	2,8	65
Vidro	–	–	0,20	–	–
Areia	–	–	0,20	–	–
Ferro	1.535	–	0,11	–	–
Ouro	–	–	0,032	–	–
Estanho	–	–	0,055	–	–
Prata	961	1.950	0,056	25	558
Álcool etílico	–114	78	–	–	–

A curva de aquecimento e mudanças de estado físico para a água é:



Note que durante a fusão e a ebulição não ocorre variação de temperatura, onde:

$$\boxed{Q = m \cdot L} \rightarrow \text{calor latente}$$

e no estado de **gelo**, **água** e **vapor** ocorre variação de temperatura, onde:

$$\boxed{Q = m \cdot c \cdot \Delta t} \rightarrow \text{calor sensível}$$

Desta forma, ocorre com as demais substâncias só que com pontos de fusão e ebulição próprios.

Aplicação:

1. Para aquecer 600 g de uma substância de 10ºC a 40ºC foram necessárias 3.780 cal. Determine o calor específico da substância e a capacidade térmica do corpo considerado.

Solução:

$\Delta Q = c m \Delta t$ $\qquad C = c \cdot m = 0{,}21 \cdot 600$

$3.780 = c \cdot 600 \cdot 30 \Rightarrow c = 0{,}21\,cal/g°C \therefore \boxed{C = 126\,cal/°C}$

2. Uma barra de ferro com 500 g de massa deve ser aquecida de 20ºC até 220ºC. Sendo 0,11 cal/gºC o calor específico do ferro, calcule:
a) a quantidade de calor que a barra deve receber;
b) a sua capacidade térmica.

Resolução:

$m = 500g$

$\left.\begin{array}{l}\theta_0 = 20°C \\ \theta = 220°C\end{array}\right\} \Rightarrow \{\Delta\theta = \theta - \theta_0 = 220°C - 20°C = 200°C$

$c = 0{,}11\,cal/g°C$

a) Pela Equação Fundamental da Calorimetria:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

$Q = 500 \cdot 0{,}11 \cdot 200 \Rightarrow \boxed{Q = 11.000\ cal}$

b) A capacidade térmica de um corpo é expressa por:

$C = m \cdot c \Rightarrow C = 500 \cdot 0{,}11 \Rightarrow \boxed{C = 55\ cal/°C}$

3. Determine as quantidades de calor necessárias para:
a) derreter 200 g de gelo a 0ºC;
b) condensar 100 g de vapor de água a 100ºC.

Dados: $\left\{\begin{array}{l}\text{calor latente de fusão do gelo:} \\ L_F = 80\ cal/g \\ \text{calor latente de condensação do} \\ \text{vapor de água: } L_C = -540\ cal/g\end{array}\right.$

Resolução:

a) $m_g = 200g$

$L_F = 80\,cal/g$

Aplicando-se a expressão da quantidade de calor latente:

$Q = m_g \cdot L_F \Rightarrow Q = 200 \cdot 80 \Rightarrow \boxed{Q = 16.000\ cal}$

b) $m_v = 100g$

$L_C = -540\ cal/g$

Aplicando-se a expressão da quantidade de calor latente:

$Q = m_v \cdot L_C \Rightarrow Q = 100 \cdot (-540) \Rightarrow \boxed{Q = -54.000\ cal}$

O sinal negativo significa que o vapor deve perder calor.

4. Consideremos 300 g de gelo à temperatura de –6ºC. Para que o mesmo se transforme em 300 g de água a 30ºC, determine a quantidade de calor que se deve fornecer ao gelo.
Dados: calor específico da água: 1 cal/gºC; calor latente de fusão do gelo: 80 cal/g; calor específico do gelo: 0,5 cal/gºC.

1º) Seja ΔQ_1 a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura do gelo de –6ºC a 0ºC.
$\therefore \Delta Q_1 = c_1\, m\, \Delta t_1 = 0{,}5 \cdot 300[0-(-6)] = 900$ cal

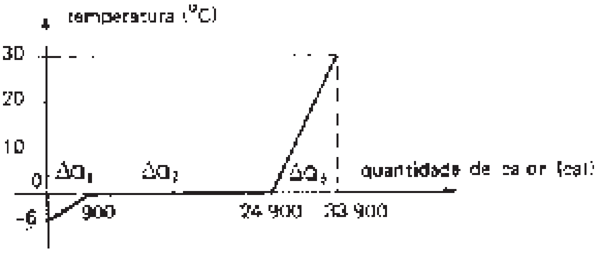
2º) Seja ΔQ_2 a quantidade de calor necessária para mudar o estado do gelo (transformá-lo em água a 0ºC)
$\therefore \Delta Q_2 = L_f \cdot m = 80 \cdot 300 = 24\ 000$ cal

3º) Seja ΔQ_3 a quantidade de calor necessária para elevar a água de 0ºC a 30ºC
$\therefore \Delta Q_3 = c_2\, m\, \Delta t_2 = 1 \cdot 300 \cdot 30 = 9.000$ cal

A quantidade de calor total que deve ser fornecida ao gelo é
$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 = 900 + 24\ 000 + 9\ 000$

$\boxed{\Delta Q = 33\ 900 \text{ cal}}$

Interpretação gráfica



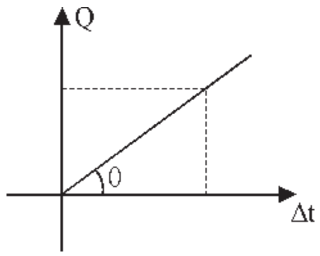
5. Capacidade térmica (C_T) e Equivalente em Água (EA)

1º) A capacidade térmica (C_T) de um corpo ou substância representa a capacidade de armazenar energia térmica que o corpo ou substância possui por graus Celsius.

$$\boxed{C_T = \frac{Q}{\Delta t}} \quad \frac{\text{cal}}{°\text{C}}$$

$$\text{Como } Q = m \cdot c \cdot \Delta t \;\rightarrow\; \frac{Q}{\Delta t} = m \cdot c$$

$$\text{logo: } \boxed{C_T = m \cdot c} \quad \text{em } \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$



$$\text{tg}\,\theta = m \cdot c = \frac{Q}{\Delta t} = C_T$$

2º) Equivalente em Água (EA) é a quantidade de massa de água que, ao receber a mesma quantidade de calor fornecida ao corpo sofre a mesma variação de temperatura.

$$Q_{\text{água}} = Q_{\text{corpo}}$$

$$\underbrace{m_{H_2O} \cdot c_{H_2O}}_{\text{vale 1}} \cdot \cancel{\Delta t} = m_{\text{corpo}} \cdot c_{\text{corpo}} \cdot \cancel{\Delta t}$$

$$m_{H_2O} = m_c \cdot c_c$$

$$\boxed{EA = m_c \cdot c_c} \text{ dado em gramas (g)}$$

6. Princípio das trocas de calor

Quando colocamos em contato corpos e substâncias a diferentes temperaturas eles trocam calor até que suas temperaturas se igualem, isto é, atinjam o equilíbrio térmico.

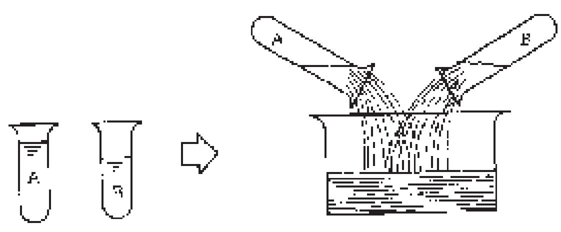
Se o sistema for isolado, isto é só ocorre trocas de calor entre os corpos e substâncias em questão, então:

$$\boxed{\sum Q_{\text{trocado}} = 0} \text{ ou } \boxed{\underset{-}{\sum Q_{\text{cedido}}} + \underset{+}{\sum Q_{\text{recebido}}} = 0}$$

$$\text{ou } \boxed{\sum Q_{\text{recebido}} = \sum Q_{\text{cedido}}}$$

Aplicações

1. Sessenta gramas de um líquido, à temperatura de 10ºC, são misturados com 40 g do mesmo líquido, à temperatura de 50ºC. Qual será a temperatura final da mistura admitindo-se que não haja trocas de calor com o recipiente e com o meio exterior?



Temos:
• t_e = temperatura final das duas porções de líquido;
• massas dos líquidos: $m_A = 60$ g e $m_B = 40$ g;
• temperaturas iniciais dos líquidos: $t_A = 10$ºC e $t_B = 50$ºC;
• $c_A = c_B = c$ (mesma substância).

Sendo o sistema termicamente isolado, podemos escrever:

$$\boxed{Q_A + Q_B = 0} \Rightarrow \underbrace{m_A c(t_e - t_A)}_{A} + \underbrace{m_B c(t_e - t_B)}_{B} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60c(t_e - 10) + 40c(t_e - 50) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(t_e - 10) + 2(t_e - 50) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3t_e - 30 + 2t_e - 100 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5t_e = 130 \Rightarrow \boxed{t_e = 26°C}$$

2. Um calorímetro contém 375 g de água à temperatura de 20ºC. Colocamos, então, no calorímetro, 200 g de glicerina à temperatura de 40ºC. A temperatura de equilíbrio térmico do conjunto calorímetro-água-glicerina é de 24,5ºC. O equivalente em água do calorímetro é igual a 25 g. Determine o calor específico da glicerina.

Resolução:
O equivalente em água do calorímetro (E) é a massa de água (em gramas) que tem capacidade térmica igual à capacidade térmica do calorímetro (C_{cal}) considerado (em cal/ºC), ou seja, $\boxed{E \overset{N}{=} C_{cal}}$.

Assim, se E = 25 g, então C_{cal} = 25 cal/ºC.

Do enunciado, temos, também:
m_a = 375 g (massa de água);
$t_a = t_{cal}$ = 20ºC (temperatura inicial da água e do calorímetro);
m_g = 200 g (massa de glicerina);
t_g = 40º C (temperatura inicial da glicerina);
t_e = 24,5º C (temperatura de equilíbrio térmico).

Admitindo o sistema calorímetro + água + glicerina **termicamente isolado**, podemos escrever:

$$\boxed{Q_{cal} + Q_a + Q_g = 0} \Rightarrow C_{cal}(t_e - t_{cal}) + m_a c_a (t_e - t_a) + m_g c_g (t_e - t_g) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25 \cdot (24{,}5 - 20) + 375 \cdot 1 \cdot (24{,}5 - 20) + 200c_g \cdot (24{,}5 - 40) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25 \cdot 4{,}5 + 375 \cdot 4{,}5 - 200 \cdot 15{,}5c_g = 0 \Rightarrow 400 \cdot 4{,}5 = 200 \cdot 15{,}5c_g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_g = \frac{400 \cdot 4{,}5}{200 \cdot 15{,}5} \Rightarrow c_g = \frac{9{,}0}{15{,}5} \Rightarrow \boxed{c_g \approx 0{,}58 \text{ cal/g} \cdot °C}$$

Resposta: O calor específico da glicerina é de aproximadamente 0,58 cal/g · ºC.

3. Seja um calorímetro de capacidade térmica 10 cal/ºC. Colocam-se no seu interior 80 g de um líquido a 20ºC, um bloco de alumínio de 100 g de massa e calor específico 0,214 cal/gºC, à temperatura de 80ºC. Verificando-se o equilíbrio térmico a 40ºC, determine o calor específico do líquido. Admite-se que a temperatura inicial do calorímetro seja 20ºC.

Solução:

	c(cal/gºC)	m(g)	t_i(ºC)	t_f(ºC)	ΔT(ºC)
Calorímetro		10	20	40	20
Líquido	c	80	20	40	20
Bloco de Aℓ	0,214	100	80	40	– 40

a) Quantidade de calor recebida pelo calorímetro:
$$\Delta Q_1 = K \cdot \Delta t = 10 \cdot 20 = 200 \text{ cal}$$

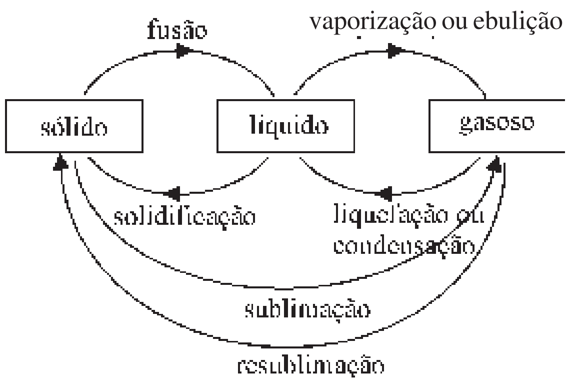
b) Quantidade de calor recebida pelo líquido:
$$\Delta Q_2 = c\, m \Delta t = c \cdot 80 \cdot 20 = 1.600\ c \cdot \text{cal}$$

c) Quantidade de calor fornecida pelo bloco de alumínio:
$$\Delta Q_3 = c' \cdot m'\ \Delta t = 0{,}214 \cdot 100 \cdot (-40) = -856 \text{ cal}$$

Pelo princípio das trocas de calor temos:
$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 = 0 \therefore 200 + 1\,600c - 856 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1\,600c = 656 \Rightarrow \boxed{c = 0{,}41 \text{ cal/g°C}}$$

7. Mudança de fase ou de estado físico



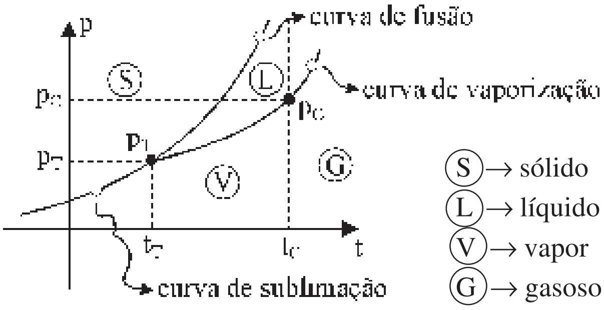
Para uma mesma substância e uma mesma pressão externa, a temperatura de mudança de estado é constante, é a mesma de:
– fusão e solidificação
– vaporização e liquefação
– sublimação e ressublimação

Exemplo:
Temperatura de fusão do gelo é 0ºC e de solidificação da água é 0ºC.

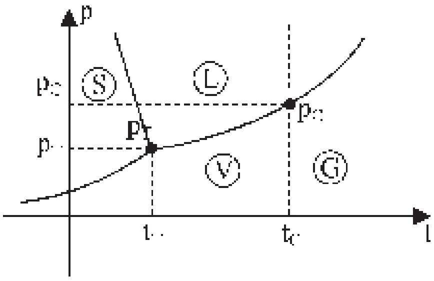
Importante:

Variando a pressão, a temperatura de **fusão** e **ebulição** variam, criando curvas gráficas denominadas de **Diagramas de Estado**. Veja:

para as substâncias que aumentam de volume na fusão – a maioria –, temos:



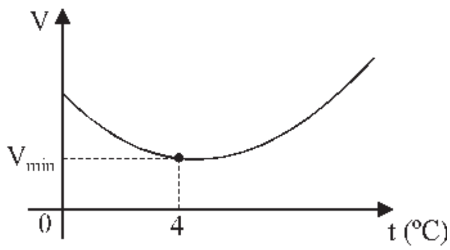
Para as substâncias que diminuem de volume na fusão (**água**, **ferro**, **bismuto** e **antimônio**) – a minoria –, temos:



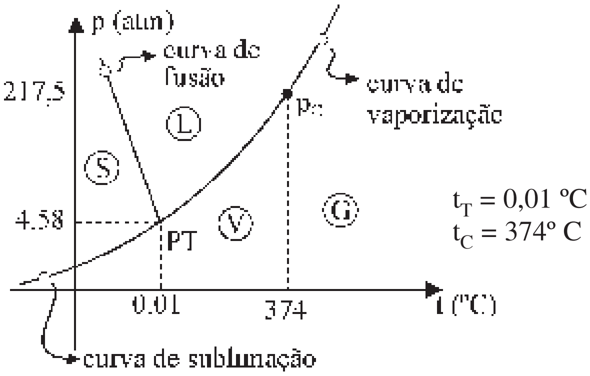
PT → ponto triplo é o estado de pressão (p_T) e temperatura (t_T) em que os estados sólido, líquido e gasoso (vapor) de uma substância podem coexistir em equilíbrio.

PC → ponto crítico é um estado definido por uma pressão crítica (p_c) e uma temperatura crítica (t_c). Abaixo da t_c a substância está no estado de **vapor** e acima de t_c a substância está no estado **gasoso**.

Para a água, temos:



O menor volume para uma certa massa de água ocorre a 4 ºC o que corresponde a sua maior densidade.

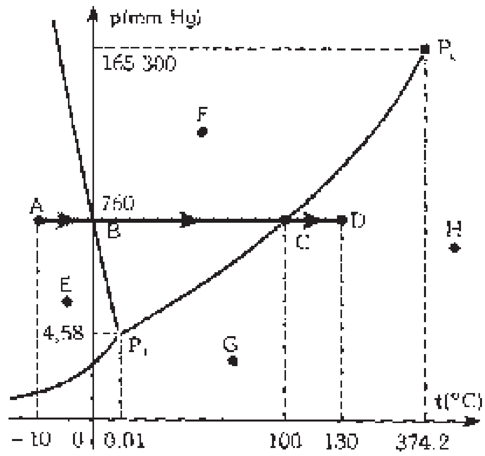


– pontos pertencentes a cada curva definem valores de **p** e **t** onde coexistem dois estados.

Exemplo:
A curva de vaporização representa valores de **t** e **p** onde coexistem o estado líquido **L** e gasoso **G** ao mesmo tempo.

Aplicação

No diagrama abaixo é representada a transformação A → B → C → D, sofrida pela substância água.



a) Qual o significado dos pontos A, B, C e D desse diagrama?
b) Qual a quantidade de calor trocada na transformação A → B → C → D?
c) Qual o significado dos pontos E, F, G, H, P_T e P_C?
Dados:

$$\begin{cases} m = 50\,g \\ c_{gelo} = 0{,}5\,cal/g \cdot °C \\ c_{água} = 1{,}0\,cal/g \cdot °C \\ c_{vapor} \approx 0{,}5\,cal/g \cdot °C \\ L_{fusão} = 80\,cal/g \\ L_{vaporização} = 540\,cal/g \end{cases}$$

Resolução:

a) O ponto **A** do diagrama representa a água na fase sólida. A transformação **AB** representa o aquecimento do gelo de –10ºC a 0ºC.
O ponto **B** do diagrama encontra-se sobre a curva de fusão e representa, portanto, as condições de pressão e temperatura em que o gelo inicia e termina a fusão, e representa também o sólido fundindo em presença do seu líquido. A transformação **BC** representa o aquecimento do líquido (água) de 0º C a 100º C.
O ponto **C** do diagrama encontra-se sobre a curva de vaporização e representa, portanto, as condições de pressão e temperatura em que a água inicia e termina a ebulição, e também o líquido em presença de seus vapores. A transformação **CD** representa o aquecimento do vapor de 100º C a 130º C. Portanto, em **D** temos vapor de água a 130º C.

b) A quantidade de calor trocada na transformação ABCD será dada por:

$$Q_{ABCD} = \underbrace{Q_{AB}}_{\text{aquecimento do gelo}} + \underbrace{Q_{fusão}}_{\text{fusão do gelo}} + \underbrace{Q_{BC}}_{\text{aquecimento da água}} +$$

$$+ \underbrace{Q_{vaporização}}_{\text{vaporização da água}} + \underbrace{Q_{vapor}}_{\text{aquecimento do vapor}}$$

Assim:

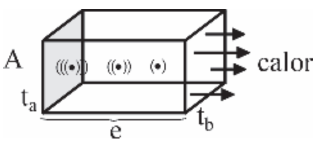
$$Q_{ABCD} = mc_{gelo} \cdot [0-(-10)] + mL_{fusão} +$$
$$+ mc_{água} \cdot (100-0) + mL_{vaporização} +$$
$$+ mc_{vapor} \cdot (130-100) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Q_{ABCD} = 50 \cdot 0{,}5 \cdot 10 + 50 \cdot 80 + 50 \cdot 1 \cdot 100 +$$
$$+ 50 \cdot 540 + 50 \cdot 0{,}5 \cdot 30 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{Q_{ABCD} = 37.000 \text{ cal}}$$

c) O ponto **E** representa a substância na **fase sólida**.
O ponto **F** representa a substância na **fase líquida**.
O ponto **G** representa a substância na condição de **vapor não-saturante**.
O ponto **H** representa a substância na condição de **gás**.
O ponto $\mathbf{P_T}$ representa o **ponto triplo** e, portanto, as condições de pressão e temperatura em que coexistem em equilíbrio o sólido, o líquido e o vapor da substância.
O ponto P_C representa o **ponto crítico** da substância. Acima da temperatura t_c = 374,2º C temos somente **gás**.

8. Transmissão de calor

Calor é energia térmica em trânsito por **condução**, por **convecção** ou por **irradiação**.

Por condução: ocorre nos sólidos onde uma molécula transmite a outra sua agitação sem que haja transporte de matéria.



onde $\boxed{t_a > t_b}$ → temperatura

$$\boxed{\phi = \frac{Q}{\Delta t}} \left(\frac{cal}{s}\right) \text{ ou } \left(\frac{J}{s}\right)$$

ϕ → fluxo de calor; Δt → tempo

$$\boxed{\phi = \frac{K \cdot A \cdot \Delta t}{e}}$$

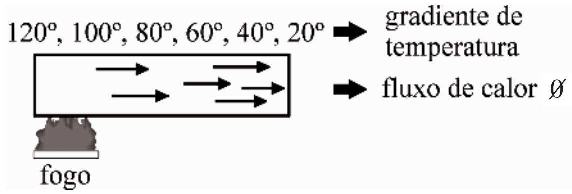
ϕ → fluxos de calor; Δt → temperatura: $\Delta t = t_a - t_b$

A → área de secção por onde passa o fluxo de calor.

e → expessura do corpo por onde passa o fluxo de calor.

K → coeficiente de condutibilidade térmica.

Observe a ilustração:



Para um gradiente estacionário de temperatura dizemos que o fluxo de calor está em regime estacionário ou permanente.

Tabela de condutibilidade
térmica de algumas substâncias

Material	$\mathbf{k\left(\frac{cal}{s \cdot cm\,^\circ C}\right)}$
isolantes térmicos	
ar seco	0,00006
lã pura	0,00009
lã de vidro	0,0001
madeira	0,0003
tijolo	0,0014
água	0,0014
gelo	0,004
condutores térmicos	
prata	0,99
cobre	0,92
alumínio	0,50
latão	0,26
ferro	0,16
aço	0,12

Aplicações

1. Uma parede de madeira de 3 cm de espessura separa uma sala para banho de sauna, do ambiente. A temperatura da sala é mantida a 60ºC, enquanto a externa é de 24ºC. Determine o fluxo de calor que atravessa cada metro quadrado da parede.
Dado K = 0,0002 cal/s · cm · ºC.

Solução:

$$\phi = K\frac{A(t_2 - t_1)}{e} = 0{,}002\,\frac{10^4(60-24)}{3} \therefore$$

$$\therefore \boxed{\phi = 24 \text{ cal/s}}$$

2. Uma panela de cobre de fundo circular (raio = 10 cm) de 2 mm de espessura, apresenta, sob aquecimento, as temperaturas de 99ºC na parte externa do fundo e de 97ºC na parte interna. Na panela existem 200 g de água a 97ºC. Sendo o ponto de ebulição da água, no ambiente, de 97ºC, determine o tempo necessário para a ebulição de todo o líquido.
Dados: K_{Cu} = 0,92 cal/s · cm · ºC; L_v = 540 cal/g.

Solução:
$\Delta Q = L_v \cdot m = 200 \,.\, 540 = 108.000$ cal

$$\phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = K\frac{A(t_2 - t_1)}{e}$$

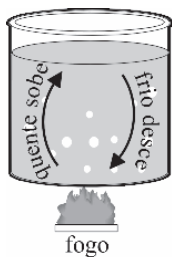
$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 10^2 = 314 \text{ cm}^2$$

e = 2 mm = 0,2 cm

$$\frac{108.000}{\Delta t} = 0{,}92\frac{314(99-97)}{0{,}2} \Rightarrow \frac{108.000}{\Delta t} = 2.888{,}80$$

$$\therefore \boxed{\Delta t = 37{,}39\text{s}}$$

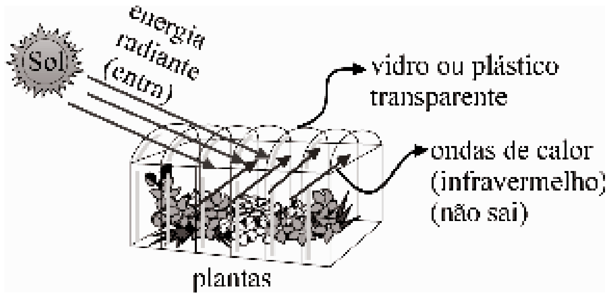
Por convecção: ocorre nos **fluidos** (líquidos e gases), com transporte de matéria. A parte **aquecida** fica menos densa e sobe, e a parte **não aquecida**, mais fria e mais densa **desce**.



Denominamos a este movimento de corrente de convecção. É assim que ocorre o aquecimento de uma panela com água ao fogo. Este processo também justifica o movimento do ar (ventos) a colocação de congelador na parte superior da geladeira, etc.

Por irradiação: ocorre mesmo sem matéria, no vácuo, através de ondas eletromagnéticas como as radiações infravermelhas. O calor que recebemos do Sol é por irradiação. A absorção das radiações é maior em superfícies escuras que também são bons emissores térmicos.

Uma estufa de plantas deixa entrar a energia radiante que chega do Sol e não deixa sair, isto é, é opaca às ondas de calor emitidas pela Terra fazendo com que o interior da estufa fique a uma temperatura maior que o exterior. De forma semelhante ocorre com o efeito estufa na atmosfera da Terra.



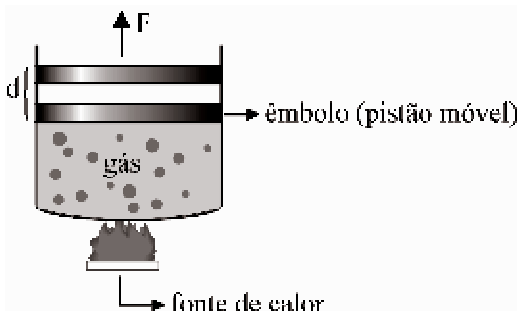
Na garrafa térmica são evitadas as três formas de propagação do calor.

– paredes de vidro ou plástico evitam a propagação por condução térmica por serem isolantes.
– paredes duplas e entre elas vácuo evitando a propagação por condução e convecção.
– paredes espelhadas absorvem menos energia radiante e a refletem.

9. Termodinâmica

Estuda as transformações que envolvem **calor**, **trabalho** e **energia** interna de um sistema.

Seja o recipiente com uma determinada massa de gás com um êmbolo móvel e uma fonte de calor a seguir:



São válidas as seguintes equações para o gás perfeito ou ideal.

pressão do gás
volume do gás

I $\boxed{E_C = \frac{3}{2}nRT}$ ou $\boxed{E_C = \frac{3}{2}p \cdot V}$ pois $\boxed{pV = nRT}$

temperatura absoluta na escala Kelvin
constante dos gases
número de mols
Energia cinética ou térmica em Joules (J)

Podemos usar também $\boxed{E_C = \frac{mV^2}{2}}$ já visto na mecânica.

Para um gás ideal e monoatômico temos que:

$$\Delta E_C = \underbrace{\Delta U}_{\text{variação da energia interna do gás}} = \boxed{\frac{3}{2} nR\,\Delta T}$$

– se a temperatura **aumenta** $\Delta T > 0$ a energia interna aumenta, e $\boxed{\Delta U > 0}$

– se a temperatura **diminui** $\Delta T < 0$ a energia interna diminui, e $\boxed{\Delta U < 0}$

– se a temperatura permanece $\Delta T = 0$ constante $\boxed{\Delta U = 0}$

II $\boxed{\underbrace{E_{C_{\text{média}}}}_{\text{energia cinética média de uma molécula}} = \frac{3}{2} KT}$ $\quad \underbrace{K}_{\text{constante de Boltzmann}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$

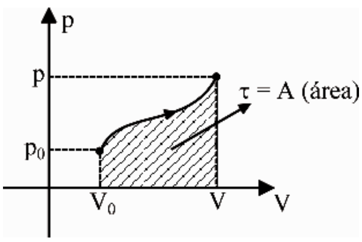
Note que a energia cinética de uma molécula é proporcional à sua temperatura absoluta.

III $\boxed{\underbrace{\tau}_{\text{trabalho realizado pelo gás}} = \underbrace{p}_{\text{pressão constante}}\ \underbrace{\Delta V}_{\text{variação de volume do gás}}}$

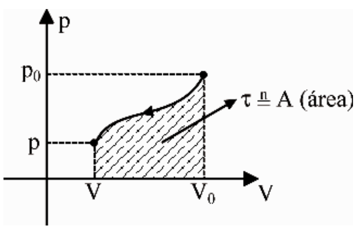
se $\Delta V > 0$, temos: $\boxed{\tau > 0\ (+)}$ expansão

se $\Delta V < 0$, temos: $\boxed{\tau < 0\ (-)}$ compressão

No gráfico (p × V) pressão vezes volume a **área** fornece o trabalho. Veja:



$\tau > 0$ (+) expansão



$\tau < 0$ (–) compressão

IV O calor trocado por um sistema com o meio externo produz trabalho e variação da energia interna.

$$\boxed{\underbrace{Q}_{\text{calor}} = \underbrace{\tau}_{\text{trabalho}} + \underbrace{\Delta U}_{\text{variação da energia interna do gás}}} \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ lei da termodinâmica}$$

Exemplo:
O calor produzido na combustão da gasolina no carro (Q) se converte em trabalho (τ), isto é, faz o carro andar e aquece os gases em questão, o motor, etc. (ΔU)

Análise da equação $\boxed{Q = \tau + \Delta U}$

– ΔU, Q, τ devem estar, sempre, nas mesmas unidades.
– se o gás recebe calor do meio externo, então $Q > 0$ (+) se cede então $Q < 0$ (–).
– se o trabalho é realizado pelo gás (expansão gasosa), então $\tau > 0$ (+), se o trabalho é realizado sobre o gás (compressão gasosa), então $\tau < 0$ (–).
– como já vimos:
se $\Delta T > 0$, então $\Delta U > 0$
se $\Delta T < 0$, então $\Delta U < 0$
se $\Delta T = 0$, então $\Delta U = 0$

Transformações termodinâmicas: isobárica, isotérmica, isocórica, adiabática

– se a **pressão** permanece constante (isobárica) vale a equação:

$$\boxed{Q = \underbrace{\tau}_{\boxed{p \cdot \Delta V}\ \to\ \text{constante}} + \Delta U}$$

– se a **temperatura** permanece constante (isotérmica) vale a equação:

$$\boxed{Q = \tau} \quad \text{pois} \quad \underbrace{\Delta U}_{\text{zero}} = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot \underbrace{\Delta T}_{\text{zero}}$$

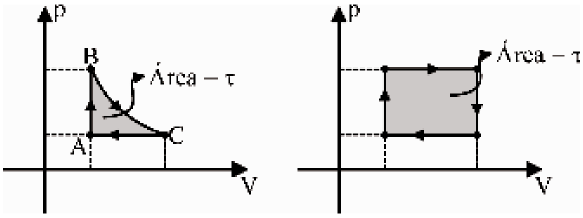
– se o **volume** permanece constante (isocórica ou isovolumétrica) vale a equação:

$$\boxed{Q = \Delta U} \quad \text{pois} \quad \underbrace{\tau}_{\text{zero}} = p \cdot \underbrace{\Delta V}_{\text{zero}}$$

– se não há troca de calor entre o gás e o meio externo, adiabática, então vale a equação:

$$\boxed{\Delta U = -\tau} \quad \text{pois } Q = 0$$

– a transformação é **cíclica** quando o conjunto de transformações resulta que o estado final coincide com o inicial. Veja:



Nas transformações cíclicas temos que:

– a variação da energia interna é nula $\Delta U = 0$, porque a temperatura final é igual a inicial, $\boxed{T_1 = T_2}$ ou $\Delta T = 0$;

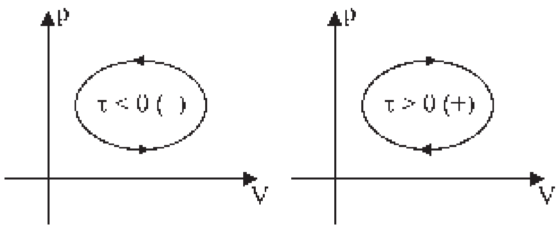
– a quantidade de calor trocada com o meio externo é igual ao trabalho realizado na transformação, $\boxed{Q = \tau}$;

– o trabalho no ciclo pode ser:

positivo se o ciclo ocorrer no sentido horário, conversão de **calor** em **trabalho**: $\boxed{\tau > 0\ (+)}$

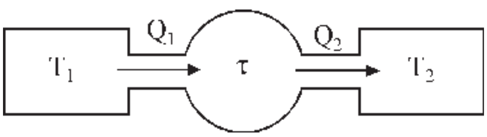
negativo se o ciclo ocorrer no sentido anti-horário, conversão de **trabalho** em **calor**: $\boxed{\tau < 0\ (-)}$

Veja:



V $\boxed{\tau = Q_1 - Q_2}$ → 2ª lei da termodinâmica

O calor passa espontaneamente de uma fonte de maior temperatura (quente) para uma fonte de menor temperatura (frio) ou nenhum motor térmico consegue transformar integralmente calor em trabalho.



fonte quente — motor térmico — fonte fria

$\tau \rightarrow$ trabalho produzido pela máquina térmica em Joules (J)

$T_1 > T_2 \rightarrow$ temperatura da fonte quente e fria na escala Kelvin

Q_1 e $Q_2 \rightarrow$ quantidade de calor recebido da fonte quente pela máquina (Q_1) e liberado para a fonte fria (Q_2) em Joules (J).

$$\boxed{\eta = \frac{\tau}{Q_1}} \quad \text{ou} \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}}$$

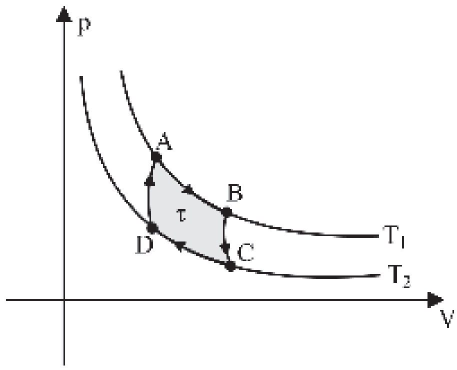
η → rendimento de um motor térmico

O físico Carnot desenvolveu um ciclo de transformações ideal onde o rendimento é máximo que denominamos **ciclo de Carnot**, onde as quantidades de calor Q_1 e Q_2, trocadas com as fontes quente e fria, são proporcionais às respectivas temperaturas das fontes, veja:

$$\boxed{\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}} \quad \text{em } \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}\text{, temos:}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

Veja o diagrama do ciclo de Carnot.



$T_1 > T_2$

AB → expansão isotérmica
BC → expansão adiabática
CD → compressão isotérmica
DA → compressão adiabática

A área cercada por ABCD fornece o trabalho (τ).

Aplicações

1. Um gás ideal sofre uma transformação isobárica à pressão de 10 N/m^2. Qual o trabalho das forças de pressão durante o deslocamento do pistão, sabendo que o volume inicial do gás era de 4 m^3 e que o volume final é de 10 m^3?

Resolução:
Como durante a expansão do gás a pressão se mantém constante, podemos escrever:

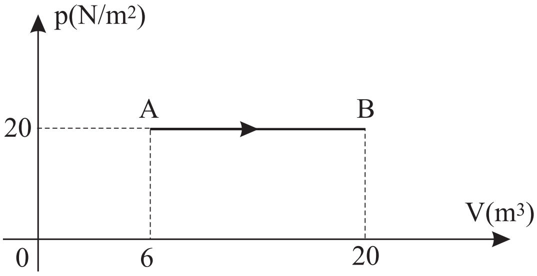
$\tau = p \cdot \Delta V = p(V_{fin} - V_{in})$

Sendo $p = 10\ N/m^2$, $V_{in} = 4\ m^3$ e $V_{fin} = 10\ m^3$, temos:

$$\tau = 10\frac{N}{m^2}\cdot(10-4)m^3 = 10\cdot 6\frac{N}{m^2}\cdot m^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau = 60 N\cdot m \Rightarrow \boxed{\tau = 60 J}$$

2. Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação, que é representada no gráfico ao lado, recebendo do meio exterior uma quantidade de calor igual a 400 J. Calcule o trabalho realizado pelo gás nessa transformação e a sua variação de energia interna.



Resolução:
Pelo gráfico, observamos que se trata de uma transformação a **pressão constante** (**isobárica**). Assim, o trabalho realizado pelo gás será dado por:

$\tau = p \cdot \Delta V = p(V_{fin} - V_{in})$,

onde $p = 20\ N/m^2$ = constante, $V_{in} = 6\ m^3$ e

$V_{fin} = 20\ m^3$.

Portanto:

$$\tau = 20\frac{N}{m^2}\cdot(20-6)m^3 = 20\cdot 14 N\cdot m \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{\tau = + 280J}$ (o gás forneceu ao meio exterior 280 J de energia na forma de trabalho)

A variação de energia interna do gás é dada pelo Primeiro Princípio da Termodinâmica, $\Delta U = Q - \tau$, onde $Q = + 400$ J (calor recebido pelo gás) e $\tau = + 280$ J.

Assim:
$\Delta U = 400 - 280 \Rightarrow \boxed{\Delta U = + 120\ J}$ (a energia interna do gás aumentou de 120 J)

3. Um sistema gasoso recebe 200 cal de uma fonte térmica, ao mesmo tempo que esse sistema fornece ao meio exterior 400 J na forma de trabalho.
Qual a variação de energia interna do sistema, em joules? (Considere 1 cal = 4,18 J.)

Resolução:
De acordo com o enunciado, temos:

$$\begin{cases} Q = + 200 \text{ cal (o sistema recebe calor)} \\ \tau = + 400 \text{ J (o sistema fornece energia} \\ \quad \text{ao meio exterior na forma de trabalho)} \end{cases}$$

Como 1 cal = 4,18 J, vem:

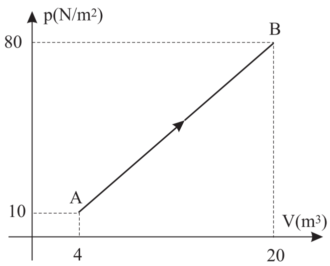
$Q = 200 \cdot 4{,}18\ J \Rightarrow \boxed{Q = 836\ J}$

Aplicando o Primeiro Princípio da Termodinâmica ao sistema, obteremos a variação de energia interna ΔU.

Assim:
$\Delta U = Q - \tau \Rightarrow \Delta U = 836 - 400 \Rightarrow \boxed{\Delta U = + 436\ J}$

O sinal positivo indica que a energia interna do sistema **aumentou** de 436 J.

4. O gráfico ao lado representa a pressão **p** de um gás ideal em função de seu volume **V**.
Calcule o trabalho realizado pelo gás durante a expansão do estado **A** ao estado **B**.



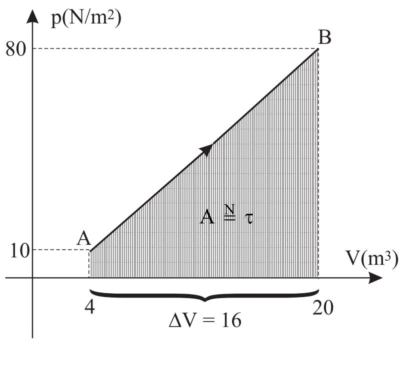
Resolução:
Como durante a expansão a pressão varia, não podemos utilizar diretamente a expressão $\tau = p\ .\ \Delta V$.

Utilizaremos, então, a propriedade gráfica:
A área sob o gráfico p × V é numericamente igual ao trabalho das forças de pressão.

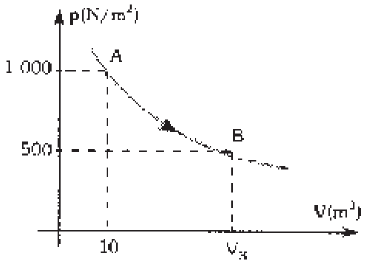
Assim:

$$A \overset{N}{=} \tau = \frac{80+10}{2}\cdot 16 = \frac{90}{2}\cdot 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 45\cdot 16 = 720 \Rightarrow \boxed{\tau = 720\ J}$$



5. Um gás ideal sofre uma transformação isotérmica $A \rightarrow B$, representada na figura. Sabendo que durante a transformação o gás recebeu uma quantidade de calor igual a 1.650 cal do meio exterior, e admitindo 1 cal = 4,2 J, determine:



a) o volume $\mathbf{V_B}$;
b) o trabalho realizado pelo gás nessa transformação, em joules;
c) a variação de energia interna na transformação **AB**.

Resolução:
a) Como a transformação é isotérmica, podemos escrever $p_AV_A = p_BV_B$. Substituindo os valores numéricos, vem:

$$1.000 \cdot 10 = 500V_B \Rightarrow \boxed{V_B = 20\ m^3}$$

b) Na transformação isotérmica, o gás recebe calor do meio exterior e devolve integralmente essa energia ao meio exterior na forma de trabalho.

Assim, $\boxed{Q_{AB} = \tau_{AB}}$

Como $Q_{AB} = +\ 1.650$ cal, temos:

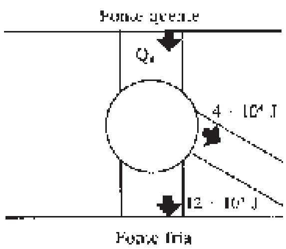
$\tau_{AB} = Q_{AB} = +\ 1.650$ cal ou $\tau_{AB} = +\ 1.650 \cdot 4{,}2\ J \Rightarrow$
$\Rightarrow \boxed{\tau_{AB} = 6.930\ J}$

c) Numa transformação isotérmica de um gás ideal, não há variação de temperatura ($\Delta T = 0$); conseqüentemente, não há variação de energia interna.

Logo, $\boxed{\Delta U_{AB} = 0}$.

6. Uma máquina térmica realiza, durante um ciclo, um trabalho de $4 \cdot 10^4$ J e cede, à fonte fria, $12 \cdot 10^4$ J. Determinar o rendimento percentual da máquina.

Resolução:



$$\begin{cases} \tau = 4 \cdot 10^4\ J \\ Q_2 = 12 \cdot 10^4\ J \end{cases}$$

$|Q_1| = |\tau| + |Q_2|$
$Q_1 = 16 \cdot 10^4$ J

$$\eta = \frac{|\tau|}{|Q_1|} = \frac{4 \cdot 10^4}{16 \cdot 10^4} = 0{,}25$$

$\therefore \boxed{\eta_{\%} = 25\%}$

Calcule o rendimento (η) de uma máquina térmica que segue o ciclo descrito no diagrama, sabendo que absorve 40.000 J de calor por ciclo.

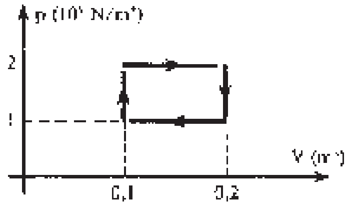
Resolução:
$Q_1 = 40.000\ J = 4 \cdot 10^4\ J$

$|\tau| \overset{n}{=}$ área interna $= 0{,}1 \cdot 1 \cdot 10^5$

$\therefore |\tau| = 10^4\ J$

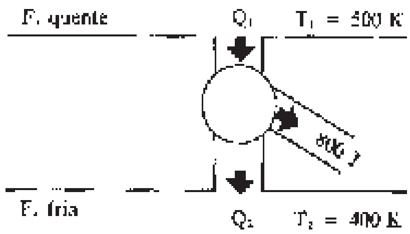
$$\eta = \frac{|\tau|}{|Q_1|} = \frac{10^4}{4 \cdot 10^4}$$

$\boxed{\eta = 0{,}25}$ ou $\boxed{\eta_{\%} = 25\%}$



7. Uma máquina térmica ideal, operando sob o ciclo de Carnot, converte uma quantidade de energia igual a 800 J em trabalho útil, por ciclo. A máquina trabalha com fontes térmicas a 400 K e 500 K. Determine:
a) o rendimento máximo da máquina;
b) a quantidade de calor retirada da fonte quente;
c) a quantidade de calo rejeitada à fonte fria.

Resolução:



a) $\eta_{máx} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$

$$\eta_{máx} = 1 - \frac{400}{500}$$

$\boxed{\eta_{máx} = 0{,}2}$ ou $\boxed{\eta_{\%máx} = 20\%}$

b) $\eta = \dfrac{\tau}{|Q_1|} \Rightarrow |Q_1| = \dfrac{\tau}{\eta} = \dfrac{800}{0{,}2} \Rightarrow \boxed{|Q_1| = 4.000\ J}$

c) $\tau = |Q_1| - |Q_2| \Rightarrow |Q_2| = |Q_1| - \tau = 4\ 000 - 800$

$\boxed{|Q_2| = 3.200\ J}$

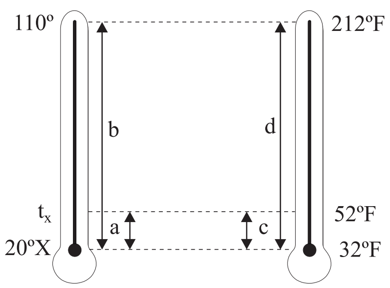
EXERCÍCIOS

TERMOMETRIA

1. (PUC-RJ) Um doente está com febre de 40ºC. Se sua temperatura fosse medida por um termômetro graduado na escala Fahrenheit, qual seria a leitura?

2. (UF-ES) A temperatura normal do corpo humano é de 36ºC, em média. Qual o valor dessa temperatura na escala absoluta de Kelvin?

3. (UFSCAR-SP) Uma escala X adota os valores 20ºX para o ponto do gelo e 110ºX para o ponto de vapor. Determine a indicação dessa escala que corresponde à temperatura de 52ºF.



4. (PUC-SP) Na escala Fahrenheit, em condições normais de pressão, a água ferve na temperatura de:
a) 90ºF c) 148ºF
b) 100ºF d) 212ºF

5. (UE-CE) Uma menina chamada Aline vai para o Chile e lhe informam que, nesse país, em janeiro, a temperatura média é de 64,4F. Na escala Celsius, o valor correspondente é:
a) 15ºC c) 18ºC
b) 16ºC d) 17ºC

6. (FC CHAGAS-SP) Dois termômetros, um graduado na escala de Celsius e outro na escala Fahrenheit, são colocados num mesmo ambiente. Quando o termômetro com escala Celsius acusa uma variação de 5ºC, o termômetro graduado na escala Fahrenheit acusa uma variação de:
a) 5ºF c) 9ºF
b) 6ºF d) 37ºF

7. (UF-RS) Sendo T o valor de uma certa temperatura na escala Kelvin, na escala Celsius, o valor desta mesma temperatura será dada por:
a) T – 273 b) T + 273
c) T – 100 d) T + 373

DILATAÇÃO

8. Uma viga de concreto $(\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1})$ tem 100m de comprimento a 20ºC. Que comprimento terá a viga a 30ºC?

9. (PUC-RS) Coloca-se água quente num copo de vidro comum e noutro de vidro pirex. O vidro comum trinca com maior facilidade que o vidro pirex, por que?
a) O calor específico do pirex é menor que o do vidro comum.
b) O calor específico do pirex é maior que o do vidro comum.
c) A variação de temperatura no vidro comum é maior.
d) O coeficiente de dilatação do vidro comum é maior que o do vidro pirex.
e) O coeficiente de dilatação do vidro comum é menor que o do vidro pirex.

10. (UFV-MG) Uma ponte de aço tem 1000m de comprimento. O coeficiente de dilatação linear do aço é de 11×10^{-6} $°C^{-1}$. A expansão da ponte, quanto à temperatura, sobe de 0 para 30ºC, é de:
a) 33cm d) 52cm
b) 37cm e) 99cm
c) 41cm

11. (MACK-SP) Uma barra metálica de coeficiente de dilatação linear médio de 2×10^{-5} $°C^{-1}$ a 20ºC é colocada no interior de um forno. Após a barra ter atingido a canalização térmica, verifica-se que seu comprimento é 1% maior. A temperatura do forno é de:
a) 520ºC
b) 400ºC
c) 350ºC
d) 200ºC
e) 100ºC

12. Uma placa de ferro apresenta, a 10ºC, uma área de $100cm^2$. Calcule a área da placa a 90ºC. Dado:
$\alpha_{Fe} = 1,2 \times 10^{-5}\,°C^{-1}$

13. Aquecendo-se uma chapa metálica com um furo no meio
a) a chapa aumenta e o furo diminui;
b) a chapa e o furo diminuem;
c) a chapa diminui e o furo aumenta;
d) a chapa e o furo aumentam.

14. (UFU-MG) Um orifício numa panela de ferro, a 0ºC, tem $5cm^2$ de área. Se o coeficiente de dilatação linear do ferro é de $1,2 \times 10^{-5}$ $°C^{-1}$, a área desse orifício a 300ºC será em cm^2.
a) 5,018
b) 10,036
c) 10,072
d) 5,036
e) 4,964

15. Uma esfera de aço tem um volume de $100cm^3$ a 0ºC. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do aço é de $1,2 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$, o acréscimo de volume sofrido por essa esfera, quando aquecida a 500ºC, em cm^3, é de:
a) 0,6 d) 3,6
b) 1,2 e) 5,0
c) 1,8

16. Quando um frasco completamente cheio de líquido é aquecido, este transborda um pouco. O volume do

líquido transbordado mede:
a) a dilatação absoluta do líquido;
b) a dilatação absoluta do frasco;
c) a dilatação aparente do frasco;
d) a dilatação aparente do líquido;
e) a dilatação do frasco mais a do líquido.

17. (F. C. Chagas-SP) Um frasco, cuja capacidade a zero grau Celsius é $2000cm^3$, está cheio até a boca com determinado líquido. O conjunto foi aquecido de 0ºC a 100ºC, transbordando $14cm^3$. O coeficiente de dilatação aparente desse líquido, em relação ao material do frasco, é igual a:
a) $7{,}0 \cdot 10^{-6}$ ºC^{-1}
b) $7{,}0 \cdot 10^{-5}$ ºC^{-1}
c) $7{,}0 \cdot 10^{-4}$ ºC^{-1}
d) $7{,}0 \cdot 10^{-3}$ ºC^{-1}
e) $7{,}0 \cdot 10^{-2}$ ºC^{-1}

18. O coeficiente de dilatação aparente de um líquido é:
a) menor que o real;
b) menor que o coeficiente de dilatação do recipiente;
c) maior que o real;
d) igual ao real;
e) não tem relação com o real.

19. (PUC-SP) Nos países de inverno rigoroso, verifica-se o congelamento apenas da superfície dos lagos e rios. A água não se congela completamente porque:
a) o máximo de densidade da água se verifica perto de 4ºC e o gelo, razoável isolante térmico, é menos denso que a água;
b) o ar se esfria antes da água, congelando-se primeiro a superfície dos líquidos em contato com o referido ar e, daí, propagando-se o congelamento em profundidade;
c) a água em movimento dificilmente se congela;
d) a água comporta com a maioria dos líquidos em relação às variações de temperatura;
e) n.d.a.

20. Das afirmações:
I - A elevação de temperatura acarreta um aumento na distância média entre os átomos de um sólido. Por isso, o sólido se dilata.
II - Os ventos são causados pela variação da densidade do ar em camadas diferentemente aquecidas.
III - Quando aquecemos um anel ou, de um modo geral, uma placa que apresenta um orifício, verifica-se que, com a dilatação da placa, o orifício também tem suas dimensões aumentadas, dilatando-se como se o orifício fosse feito do mesmo material da placa.
IV - Quando a temperatura da água é aumentada entre 0ºC e 4ºC, o seu volume permanece constante. Fazendo-se sua temperatura crescer acima de 4ºC, ela se dilata normalmente. Podemos afirmar que:
a) somente I e II são corretas;
b) somente II e III são corretas;
c) somente I, II e III são corretas;
d) somente II, III e IV são corretas;
e) todas estão corretas.

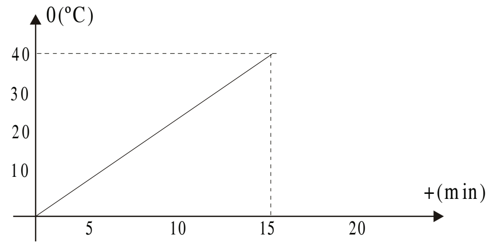
CALOR

21. Qual é a capacidade térmica de um corpo de massa m = 200g e calor específico c = 0,23cal/gºC?

22. Um corpo de massa 300g recebeu 6.000cal e sua temperatura variou de 100ºC, sem mudança de estado. Determine:
a) o calor específico da substância que constitui o corpo;
b) a capacidade térmica do corpo.

23. Uma barra de ouro de massa 100g recebe 320cal e sua temperatura passa de 100ºC para 110ºC. Determine o calor específico do ouro.

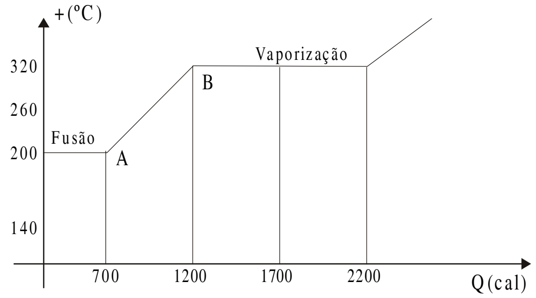
24. (PUC-PR) Um corpo de massa 300g é aquecido através de uma fonte cuja potência é constante e igual a 400 calorias por minuto. O gráfico ilustra a variação da temperatura num determinado intervalo de tempo. Pede-se o calor específico da substância que constitui o corpo.



25. Um sistema é formado por uma garrafa térmica e 100g de água. A temperatura inicial é de 20ºC e a capacidade térmica da garrafa é desprezível. A massa de água, a 40ºC que deve ser acrescida ao sistema para que a temperatura de equilíbrio seja de 32ºC é:
a) 40g
b) 50g
c) 100g
d) 150g
e) 200g

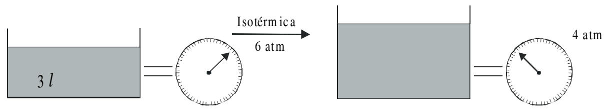
26. A temperatura de ebulição do álcool é 78ºC. Qual é o calor latente de vaporização do álcool se é necessário fornecer 1.010 cal para vaporizar totalmente 5g de álcool a 78ºC?

27. (CESESP-PE) O diagrama representa a variação de temperatura de uma substância pura em função da quantidade de calor que lhe é fornecida. O calor da vaporização é conhecido e vale 4,0cal/g. As informações obtidas a partir do diagrama permitem calcular o calor específico da substância antes da vaporização (trecho AB) e sua massa. Os valores encontrados para essas grandezas, em cal/g ºC e em gramas são, respectivamente:
a) 0,33 e 200
b) 0,66 e 500
c) 0,03 e 250
d) 0,84 e 300
e) 0,05 e 400



GASES

28. Certa massa de um gás submetido à pressão de 6atm ocupa o volume de 3*l*. Reduzindo-se isotermicamente a pressão para 4 atm, qual será o volume ocupado?



29. (UFES) Um gás está inicialmente à temperatura T_o, pressão P_o e volume V_o. É submetido a um processo que o leva à pressão $2P_o$ e à temperatura $4T_o$. O volume final V_f é igual a:
a) V_o d) $4V_o$
b) $2V_o$ e) 8Vo
c) $\frac{Vo}{2}$

30. Nas condições P_1 = 1,0 atm, T_1 = 300k, certo corpo de gás perfeito ocupa o volume V_1 = 12,0*l*. Eleva-se a pressão a P_2 = 3,0 atm, a temperatura a T_2 = 600k. Qual o volume V_2 do gás?

31. (Cesgranrio) Uma certa quantidade de um gás perfeito ocupa um volume de 10dm³ quando à pressão de 4 atm e à temperatura de 37ºC. Calcule a que temperatura devemos levar o gás considerado, a fim de que ele ocupe um volume de 12dm³ à pressão de 3atm.

32. (Fuvest) O pneu de um carro estacionado tem pressão de 2 atmosferas quando a temperatura é 90ºC. Depois de o veículo correr em alta velocidade, a temperatura do pneu sobe a 37ºC e seu volume aumenta em 10%. Qual a nova pressão do pneu?

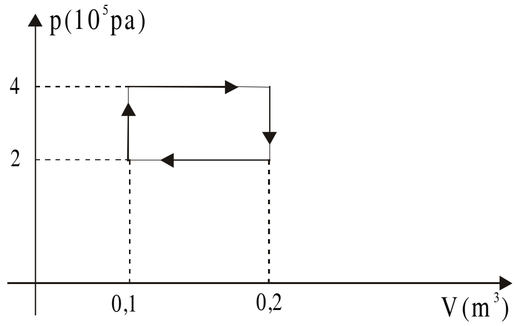
33. A cada ciclo, uma máquina térmica retira 1000cal da fonte quente e rejeita 650cal para a fonte fria. Determine, admitindo 1cal = 4J:
a) o trabalho realizado a cada ciclo;
b) o rendimento.

34. Uma máquina a vapor recebe vapor saturado de uma caldeira à temperatura de 200ºC e descarrega o vapor expandido à temperatura de 100ºC (diretamente no ar atmosférico). Se a máquina operasse segundo o ciclo de Carnot, o rendimento máximo dessa máquina seria, em porcentagem, igual a:
a) 50 d) 43
b) 32 e) 10
c) 21

35. A primeira lei da termodinâmica diz respeito à:
a) dilatação térmica;
b) conservação da massa;
c) conservação da quantidade de movimento;
d) conservação da energia;
e) irreversibilidade do tempo.

36. Um sistema sofre uma transformação na qual recebe 20kcal de calor e realiza um trabalho de 10kcal, qual a variação de sua energia interna em kcal?
a) 10 d) 30
b) – 10 e) – 30
c) 20

37. O rendimento de uma máquina térmica é a razão entre o trabalho realizado e o calor absorvido, por ciclo. Calcule o rendimento μ de uma máquina térmica que segue o ciclo descrito pelo diagrama seguinte, sabendo que ela absorve 8,0 x 10^4J de energia térmica por ciclo.



DILATAÇÃO, CALOR, GASES E TERMODINÂMICA

38. (UF-CE) Uma barra metálica tem, a 30ºC, comprimento igual a 1m. Eleva-se, então, sua temperatura para 1030ºC. Sendo o coeficiente de dilatação linear do metal da barra igual a 12.10^{-6}ºC^{-1}. Sendo assim determine a variação do comprimento sofrido pela barra.

39. (UF-RS) Um sólido apresenta, a 0ºC, volume igual a 4 litros. Aquecido até 500ºC, seu volume aumenta 0,06 litro. Determine o coeficiente de dilatação volumétrica e linear do material desse sólido.

40. (U.F.Viçosa-MG) Uma barra de alumínio de 10,000m de comprimento, a 20ºC, quando aquecida à temperatura de 120ºC, tem seu comprimento aumentado para 10,022m, o coeficiente de dilatação térmica linear do alumínio, em ºC^{-1}, é:
a) 22.10^{-7}
b) 22.10^{-6}
c) 22.10^{-8}

41. (F.C. Chagas-SP) Um copo de massa 50g, feito de uma substância de calor específico (0,3 cal/gºC), é aquecido de 20ºC até 60ºC. Determine a quantidade de calor recebida durante o aquecimento.

42. (Fatec-SP) Determine o calor específico da substância que constitui um corpo de 50g de massa cuja temperatura se eleva 20ºC ao receber 600 calorias.

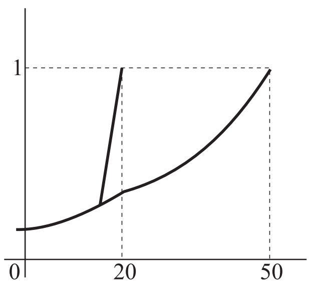
43. (F.C. Chagas-SP) Em 500 gramas de um líquido de calor específico 0,5 cal/gºC, à temperatura inicial de 20ºC, coloca-se um bloco de ferro com 200 gramas de massa, inicialmente a 200ºC. O calor específico do ferro é de 0,11 cal/gºC. Determine a temperatura final de equilíbrio térmico, admitindo que só houve trocas de calor entre o líquido e o bloco de ferro.

44. (Fatec-SP) Calor é a energia que se transfere de um corpo para outro em determinada condição. Para essa transferência de energia, é necessário que:
a) entre os corpos exista vácuo;
b) entre os corpos exista contato mecânico rígido;
c) entre os corpos exista ar ou gás qualquer;
d) entre os corpos exista uma diferença de temperatura.

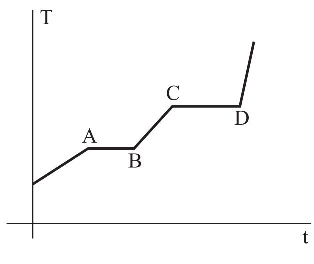
45. (UF-PI) Um calorímetro sofre um acréscimo de temperatura de 20ºC quando absorve 100 cal. A capacidade térmica desse calorímetro, em cal/gºC, é de:

a) $\frac{1}{5}$ b) 5 c) 80 d) 120 e) 40

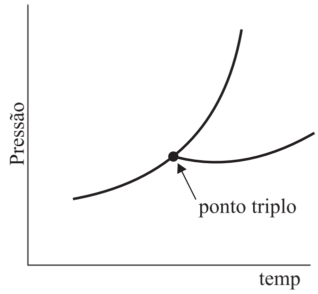
46. (PUC-RS) A figura representa o diagrama de fases de uma substância pura.
Determine:
a) a temperatura de ebulição normal da substância;
b) a temperatura de fusão da substância;
c) sob pressão normal, o estado da substância a 10ºC, a 30ºC e a 60ºC.



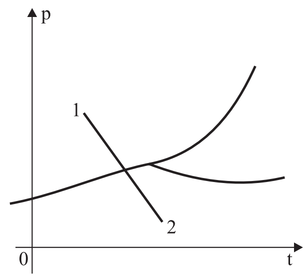
47. (UF-PI) O gráfico representa a variação de temperatura em função do tempo de um corpo inicialmente sólido. Os patamares AB e CD representam, respectivamente, as seguintes mudanças de estado:
a) solidificação e fusão;
b) solidificação e vaporização;
c) fusão e solidificação;
d) fusão e vaporização.



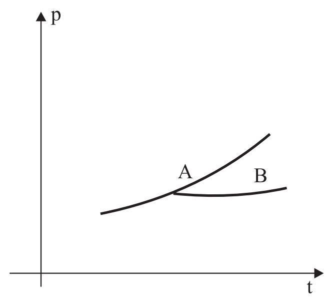
48. (U.Santa Cecília-SP) Na figura anexa, está representado o diagrama de fase de uma substância simples. Nos estados representados pelos pontos A, B e C do gráfico, a substância é encontrada, respectivamente nos estados:
a) sólido, líquido e gasoso;
b) sólido, gasoso e líquido;
c) líquido, sólido e gasoso;
d) líquido, gasoso e sólido;
e) gasoso, sólido e líquido.



49. (F.C. Chagas-SP) Uma substância do estado físico 1 para o estado 2, de acordo com o diagrama de fase esquematizado na figura.
Essa transformação recebe o nome de:
a) fusão;
b) solidificação;
c) vaporização;
d) condensação;
e) sublimação.



Essa explicação se refere aos exercícios nºs 50 e 51.
A figura representa o diagrama de fase de uma substância simples.



50. (UF-BA) Se a substância simples for expandida isotermicamente a partir do estado B, ela poderá sofrer:
a) fusão;
b) solidificação;
c) liquefação;
d) sublimação;
e) vaporização.

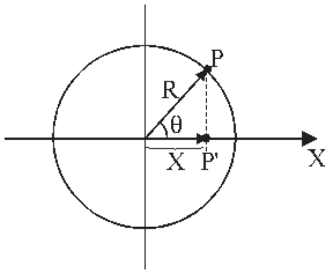
51. (UF-BA) Uma mudança do estado A para o estado B chama-se:
a) ebulição;
b) fusão;
c) sublimação;
d) vaporização;
e) solidificação.

CAPÍTULO 4
ONDAS

Ondulatória: estuda os movimentos oscilatórios ou vibratórios, as ondas, suas propriedades e transmissão.

1. Movimento Harmônico Simples (MHS)

A partir do Movimento Circular Uniforme (MCU) visto na Mecânica, vamos aqui desenvolver e obter equações matemáticas para descrever os movimentos vibratórios ou oscilatórios e a transmissão de ondas. Assim:



Quando o ponto P descreve um MCU sobre a circunferência, o ponto P', projeção de P sobe o eixo X, descreve um movimento de vaivém (vibratório ou oscilatório) denominado de MHS descrito pelas equações:

I $\boxed{X = A\cos(\theta_0 + W \cdot t)}$ → função da elongação ou função horária do MHS

II $\boxed{V = -W \cdot A\,\text{sen}(\theta_0 + Wt)}$ → função da velocidade do MHS

III $\boxed{a = -W^2 \cdot A\cos(\theta_0 + Wt)}$ → função da aceleração do MHS

Veja a demonstração da **função horária** do MHS do ponto P'.

X → elongação, indica a posição do ponto P' oscilante sobre o eixo X.

A → amplitude, corresponde a maior elongação e ao raio R.

$$A = X_{máx} = R$$

θ → ângulo de fase, posição angular no MCU.

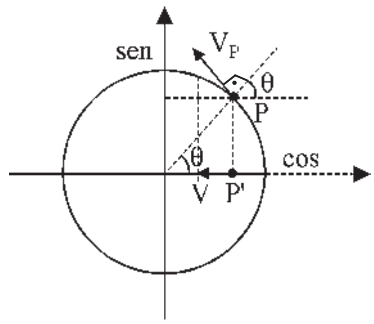
Assim, $\boxed{\cos\theta = \frac{X}{R}} \rightarrow \cos\theta = \frac{X}{A} \rightarrow \boxed{X = A\cos\theta}$

como $W = \frac{\Delta\theta}{t} \rightarrow$ visto no MCU

e $\Delta\theta = W \cdot t \rightarrow \theta - \theta_0 = Wt \Rightarrow \theta = \theta_0 + Wt$;

logo: $\boxed{X = A\cos(\theta_0 + Wt)}$ I

Veja a demonstração da **função da velocidade** do MHS do ponto P'.



Dados:

$\cos(90 + \theta) = -\text{sen}\,\theta$

$\boxed{V_P = W \cdot R} = \boxed{W \cdot A}$ no MCU

$\boxed{\theta = \theta_0 + Wt}$

$V_P \rightarrow$ velocidade de P no MCU
$V \rightarrow$ velocidade de P' no MHS

Projetando V_P sobre o eixo dos cossenos, temos:

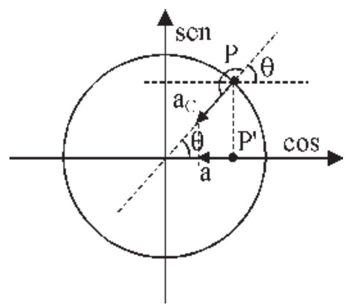
$V = V_P \cdot \cos(90° + \theta)$

$V = V_P \cdot (-\text{sen}\,\theta)$

$\boxed{V = -V_P \cdot \text{sen}\,\theta}$; logo:

$\boxed{V = -W \cdot A \cdot \text{sen}(\theta_0 + W \cdot t)}$ II

Veja a demonstração da **função da aceleração** do MHS do ponto P'.



Dados:

$$\boxed{\begin{array}{l} \cos(\theta+180^\circ) = -\cos\theta \\ a_C = W^2 \cdot R = W^2 \cdot A \\ \theta = \theta_0 + Wt \end{array}}$$

a_C $\rightarrow$ aceleração centrípeta do MCU do ponto P

a $\rightarrow$ aceleração do P' no MHS projetando a_C sobre o eixo dos cossenos, temos:

$\boxed{a = a_C \cdot \cos(\theta + 180^\circ)}$; logo:

$\boxed{a = -W^2 \cdot A\cos(\theta_0 + W \cdot t)}$ III

Comparando a equação I com a III, obtemos que:

$\boxed{a = -W^2 \cdot X}$. IV

Comparando a equação I com a II, obtemos que:

$\boxed{V^2 = W^2 (A^2 - X^2)}$. V

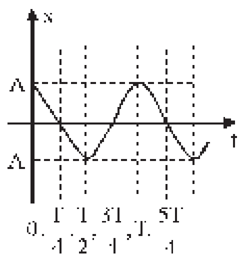
No MHS, temos que:

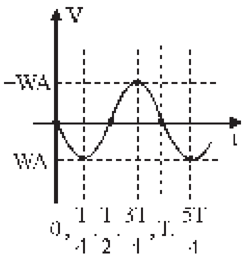
W $\rightarrow$ que no MCU é velocidade angular; no MHS é denominada de pulsação $W = \dfrac{2\pi}{T}$ ou $W = 2\pi f$

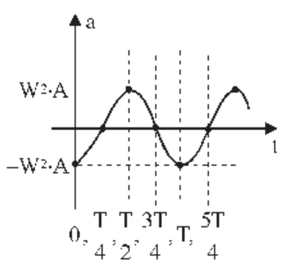
T $\rightarrow$ o período no MHS é o tempo gasto para completar uma oscilação (um vaivém).

f $\rightarrow$ a freqüência no MHS é o número de oscilações dadas na unidade de tempo.

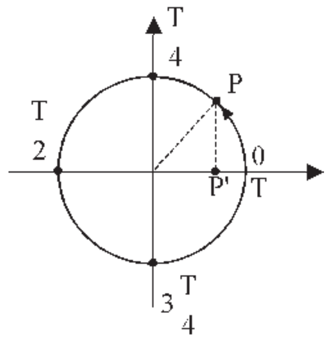
As funções obtidas para o MHS são periódicas, isto é, repetem em cada período os valores de x, v e a. Assim:







onde:



Aplicação:

Um ponto P' descreve um MHS de amplitude 40 cm, freqüência de 10 Hz e fase inicial $\theta_0 = 0$ rd. Determine:

a) A elongação no instante t = 2s.

$X = A\cos(\overset{\text{zero}}{\theta_0} + W \cdot t)$,

$$\text{como: } \begin{cases} A = 40\text{cm} \\ W = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \\ \cos 40\pi = 1 \end{cases}$$

$X = 40 \cdot \cos(20\pi \cdot 2)$

$X = 40 \cdot \cos 40\pi$

$X = 40 \cdot 1 = 40$ cm

b) A velocidade no instante t = 2s.

$V = -WA \text{ sen } (\overset{\text{zero}}{\theta_0} + Wt)$,

$$\text{como } \begin{cases} A = 40\text{cm} \\ W = 20\pi \\ \text{sen } 40\pi = 0 \end{cases}$$

$V = -20\pi \cdot 40 \cdot \text{sen } 40\pi$

$V = 0 \ \dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$

c) A aceleração no instante t = 2s.

$a = -W^2 A\cos(\overset{\text{zero}}{\theta_0} + Wt)$,

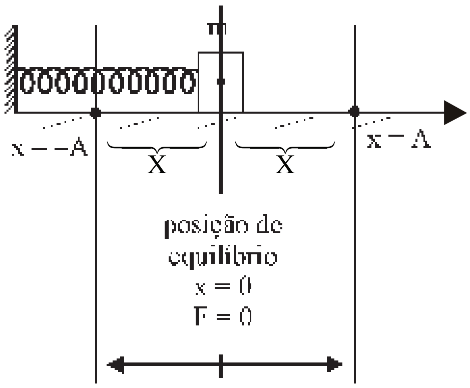
$$\text{como: } \begin{cases} A = 40\text{ cm} \\ W = 20\pi \\ \cos 40\pi = 1 \end{cases}$$

$a = -(20\pi)^2 \cdot 40 \cdot \cos \cdot 40\pi$

$a = -400\pi^2 \cdot 40 \cdot 1$

$a = -16.000\ \pi^2 \ \dfrac{\text{cm}}{\text{s}^2}$

2. Dinâmica do MHS no sistema massa-mola (oscilador de mola)



vaivém

Ao se mover para a esquerda a partir da posição de equilíbrio, a força elástica da mola vai atuar no corpo de massa (m) para a direita e ao se mover para a direita, a partir da posição de equilíbrio, a força da mola vai atuar para a esquerda, tendendo sempre no sentido de levar o corpo de volta à posição de equilíbrio, sendo denominada de força **restauradora**.

Como:

$$\left.\begin{matrix} F = -Kx \\ F = m \cdot a \end{matrix}\right\} -Kx = ma$$

$$\boxed{a = \frac{-Kx}{m}}$$

$$\left.\begin{matrix} a = \dfrac{-Kx}{m} \\ a = -W^2 \cdot x \end{matrix}\right\} -\frac{K\cancel{x}}{m} = -W^2 \cdot \cancel{x}$$

$$\boxed{W = \sqrt{\frac{K}{m}}}$$

$$\left.\begin{matrix} T = \dfrac{2\pi}{W} \rightarrow W = \dfrac{2\pi}{T} \\ W = \sqrt{\dfrac{K}{m}} \end{matrix}\right\} \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

Note que o período (T) de oscilação de uma massa depende:

– da massa oscilante;
– não depende da amplitude;
– não depende da gravidade local.

Aplicação:

Qual o período de oscilação de uma mola de constante elástica 20 $\frac{N}{m}$ presa a uma massa de 2 kg.

Solução:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{20}} = 2\pi\sqrt{0,1} = \overset{\rightarrow 3,14}{2\pi} \cdot 0,316 = 1,984 \text{ s}$$

Note que:

⇒ em $\boxed{X = A}$ e $\boxed{X = -A}$, a velocidade é nula e a aceleração é máxima em módulo, pois:

$$\boxed{V^2 = W^2 (A^2 - X^2)} = W^2(A^2 - A^2) = W^2 \cdot 0 = 0$$

$$\boxed{a = -W^2 \,.\, X} = \boxed{-W^2 \cdot A} \text{ (máxima)}$$

⇒ em $\boxed{X = 0}$, a velocidade é máxima em módulo e a aceleração é nula, pois:

$$\boxed{V^2 = W^2(A^2 - X^2)} = W^2(A^2 - 0^2) = W^2A^2$$

$$\rightarrow \boxed{V = WA} \text{ (máxima)}$$

$$\boxed{a = -W^2 \cdot X} = -W^2 \cdot 0 = 0$$

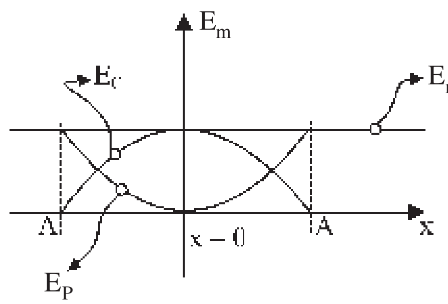
A Energia Mecânica (E_m) no oscilador de mola em MHS é dada por:

$$\boxed{E_M = E_P + E_C} = \frac{Kx^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

- E_C → energia cinética
- E_P → energia potencial
- E_M → energia mecânica

Quando uma aumenta, a outra diminui e a soma é constante.

Veja:

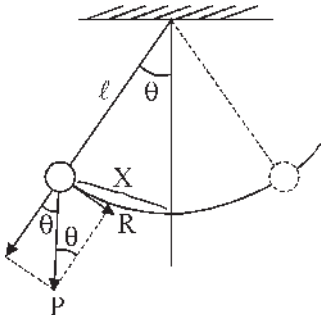


Note que:

em X = –A e X = A temos $E_C = 0$ e E_P (máxima)

em X = 0 temos E_C (máxima) e $E_P = 0$.

3. Dinâmica do MHS no pêndulo simples



$\ell \rightarrow$ comprimento do fio
R $\rightarrow$ componente da força peso responsável pelo vaivém

$$\begin{cases} \text{sen } \theta = \dfrac{R}{P} \\ \text{sen } \theta \cong \theta = \dfrac{X}{\ell} \end{cases}$$ (em radianos para pequenos ângulos)

logo, $\boxed{\dfrac{R}{P} = \dfrac{X}{\ell}}$ como $\begin{cases} R = m \cdot a \\ P = mg \end{cases}$

$\dfrac{\cancel{m}a}{\cancel{m}g} = \dfrac{X}{\ell}$ como $\boxed{a = W^2 . X}$

$\dfrac{W^2 \cdot \cancel{X}}{g} = \dfrac{\cancel{X}}{\ell} \rightarrow \boxed{W^2 = \dfrac{g}{\ell}}$ $\quad W = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Como $W = \dfrac{2\pi}{T}$ temos $\dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

invertendo $\dfrac{T}{2\pi} = \sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}}$

Note pela equação que o período do pêndulo simples:
– não depende da massa oscilante;
– não depende da amplitude para $\theta \leq 10°$;
– depende apenas da gravidade local e do comprimento do fio.

Aplicação:

Determine o período de um pêndulo simples num local onde a aceleração da gravidade é de $10\dfrac{m}{s^2}$ e o comprimento do pêndulo é de 2m.

Solução:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2 \cdot 3{,}14\sqrt{\frac{2}{10}} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}447 =$$

$$\boxed{2{,}81 \text{ s}}$$

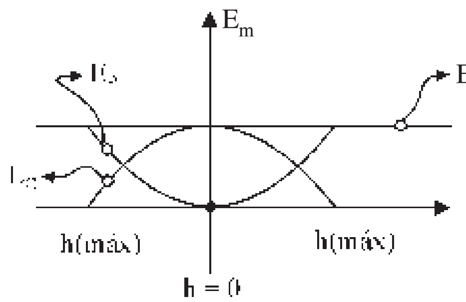
A Energia Mecânica (EM) do pêndulo simples em MHS é dada por:

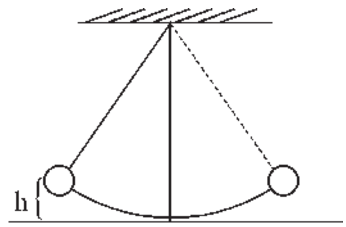
$$\boxed{E_M = E_C + E_P} = \frac{mV^2}{2} + m \cdot g \cdot h$$

E_P → energia potencial gravitacional
E_C → energia cinética
E_M → energia mecânica

Quando uma aumenta, a outra diminui e a soma é constante.

Veja:





Note que:
Em h (máx) temos $E_C = 0$ e E_P (máxima)
Em h = 0 temos E_C (máxima) e $E_P = 0$

Aplicação:
Um pêndulo de massa 2 kg realiza um MHS. Qual sua energia mecânica num ponto onde sua velocidade de vaivém é de $4\dfrac{m}{s}$ e sua altura de 0,5 m.

Solução:

$$\left.\begin{aligned} E_C &= \frac{mV^2}{2} = \frac{\cancel{2}\cdot 4^2}{\cancel{2}} = 16\,J \\ E_P &= mgh = 2\cdot 10\cdot 0{,}5 = 10J \end{aligned}\right\} \begin{aligned} E_M &= 16+10 \\ E_M &= 26\,J \end{aligned}$$

4. Ondas

Onda é transporte de energia sem que haja transporte de matéria.

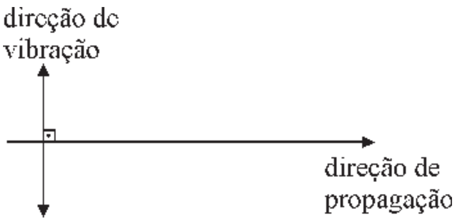
Quanto à natureza física, as ondas podem ser:

- **Mecânicas**: são as ondas que necessitam de um meio material elástico para se propagar.
  Exemplos: ondas sonoras, ondas em molas, em cordas, na água, etc.

- **Eletromagnéticas**: são ondas que se propagam inclusive no vácuo.
  Exemplos: ondas de rádio, TV, celular, luz, etc.

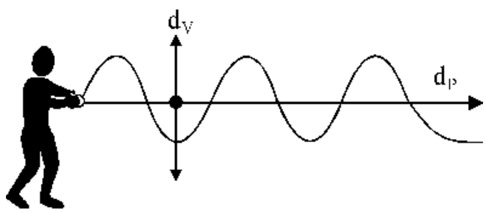
Quanto à **direção de vibração**, as ondas podem ser:

- **Transversais**: quando sua direção de vibração é perpendicular à direção de propagação. Veja:



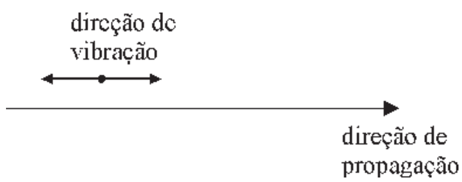
  Exemplo:
  As ondas eletromagnéticas como a luz, de rádio, TV, celular são transversais. A onda criada na superfície da água e numa corda também são transversais.

  Veja na corda:



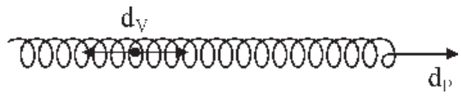
$d_P \rightarrow$ direção de propagação
$d_V \rightarrow$ direção de vibração de cada ponto da corda.

- **Longitudinal**: quando sua direção de vibração coincide com a direção de propagação.



  Exemplo:
  As ondas sonoras ou as ondas numa mola helicoidal, onde se aplica um pulso na direção do comprimento da mola são longitudinais.

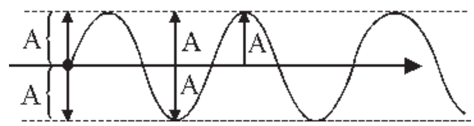
  Veja na mola helicoidal



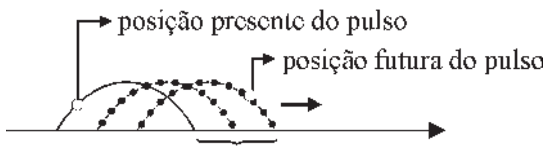
$d_P \rightarrow$ direção de propagação
$d_V \rightarrow$ direção de vibração

5. Elementos de uma onda

Amplitude (A): é o maior deslocamento efetuado no vaivém que cada ponto da onda executa.



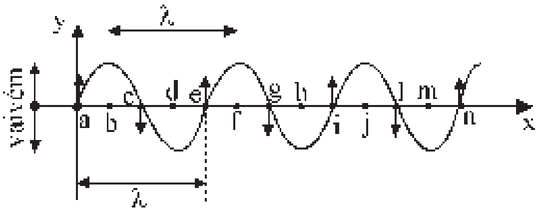
Pulso: é a onda que corresponde a uma perturbação simples (uma dedilhada numa corda, um toque na água, etc.).



$\Delta S \rightarrow$ deslocamento do pulso
$\Delta t \rightarrow$ intervalo de tempo
$V \rightarrow$ velocidade de propagação do pulso

$$\boxed{V = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$$

Onda periódica: é uma sucessão de pulsos emitidos num movimento constante de vaivém.



Comprimento de onda (λ): é a distância (ΔS) percorrida pela onda num intervalo de tempo (Δt) correspondente a um período (T).

$\Delta S = V \cdot \Delta t$

$\boxed{\lambda = V \cdot T}$

$V \rightarrow$ velocidade de propagação da onda.

T → período: tempo gasto num vaivém
f → freqüência: número de vaivém realizados na unidade de tempo.

$$\boxed{T = \frac{t}{N}} \quad \boxed{f = \frac{N}{t}} \quad \boxed{f = \frac{1}{T}} \quad \boxed{T = \frac{1}{f}}$$

N → número de oscilações, vibrações vaivém
t → tempo decorrido

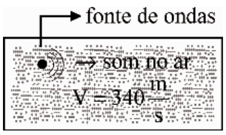
Logo: $\boxed{\lambda = V \cdot \frac{1}{f}}$ e $\boxed{V = \lambda \cdot f}$

f → em Hertz (Hz)
λ → em metros
V → em $\frac{m}{s}$

Na equação, observamos que:
– para um **mesmo meio**: a velocidade se mantem constante e um acréscimo no valor da freqüência implica numa redução do comprimento de onda.

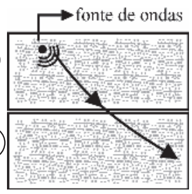
Veja exemplo:

$$V = \lambda \cdot f \begin{cases} 340 = 34 \cdot 10 \\ 340 = 17 \cdot 20 \end{cases}$$



– para uma onda que muda de meio, a velocidade **varia**, porém a freqüência permanece constante, pois é determinada pela fonte, e o comprimento de onda se adapta à velocidade.

Veja exemplo:



meio I: $\boxed{V = \lambda \cdot f} \Rightarrow 200 = 20 \cdot 10$

meio II: $\boxed{V = \lambda \cdot f} \Rightarrow 400 = 40 \cdot 10$

Na ilustração da onda periódica, destacamos:
– os pontos **b**, **f** e **j** são as **cristas** da onda (deslocamento máximo positivo);
– os pontos **d**, **h**, **m** são os **ventres** ou vales (deslocamentos máximos negativos);
– a distância entre dois pontos consecutivos com mesma posição e velocidade corresponde a um comprimento de onda.

Exemplos:

$\overline{ae} = 1\lambda$ $\quad$ $\overline{ac} = \frac{\lambda}{2}$

$\overline{ai} = 2\lambda$ $\quad$ $\overline{ab} = \frac{\lambda}{4}$

$\overline{an} = 3\lambda$

$\overline{bf} = 1\lambda$, etc $\quad$ $\overline{ad} = 3\frac{\lambda}{4}$, etc.

Pontos em fase (PF) e pontos em oposição de fase (POF) de uma onda

Dois ou mais pontos estão em fase (PF) quando estão separados por um múltiplo inteiro de comprimento de ondas e estão em oposição de fase (POF) quando estão separados por um múltiplo **ímpar** de meios comprimentos de onda.

$\boxed{PF = N \cdot \lambda}$ N → 1, 2, 3, ... ou PF = $N \cdot \frac{\lambda}{2}$ (N → 2, 4, 5, ...)

$\boxed{POF = N\frac{\lambda}{2}}$ N → 1, 3, 5, ... ou POF = $(2N - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ (N → 1, 2, 3, ...)

Veja na ilustração de onda periódica:

a e **e** são PF, pois $\overline{ae} = 1 \cdot \lambda$

a e **c** são POF, pois $\overline{ac} = 1\frac{\lambda}{2}$

a e **n** são PF, pois $\overline{am} = 3 \cdot \lambda$

a e ℓ são POF, pois $\overline{a\ell} = 5 \cdot \frac{\lambda}{2}$

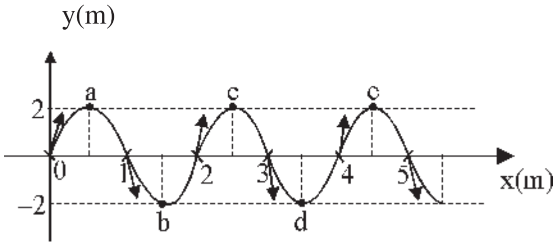
a e **g** são POF, pois $\overline{ag} = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$

a e **b**, por exemplo, não são (PF) e nem (POF) são pontos defasados de $\frac{\lambda}{4}$.

a e **d** também não são (PF) e nem (POF), são pontos defasados de $3\frac{\lambda}{4}$, etc.

Aplicação:

Uma onda de freqüência 100 Hz está ilustrada na figura a seguir.



Determine:
a) o comprimento de onda:
λ = 2m (observação na ilustração)

b) o período

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0{,}01\ s.$$

c) A velocidade de propagação da onda:

$$\boxed{V = \lambda \cdot f} = 2 \cdot 100 = 200\,\frac{m}{s}$$

d) Expresse a distância em função do comprimento de onda entre os pontos:

$\overline{ab}$; $\overline{ac}$; $\overline{bd}$; $\overline{ce}$; $\overline{02}$; $\overline{23}$; $\overline{25}$; $\overline{04}$

Solução:

$$\overline{ab} = 1\frac{\lambda}{2} \;;\; \overline{ac} = 1 \cdot \lambda \;;\; \overline{bd} = 1\lambda \;;\; \overline{ce} = 1\lambda$$

$$\overline{02} = 1\lambda \;;\; \overline{23} = 1\frac{\lambda}{2} \;;\; \overline{25} = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\overline{04} = 2\lambda$$

e) Identificar se os pontos estão em fase (PF) em aposição de fase (POF) ou defasagem qualquer (DQ).

0 e **2** → PF
a e **c** → PF
a e **b** → POF
0 e **a** → DQ
a e **e** → PF

6. Equação de onda

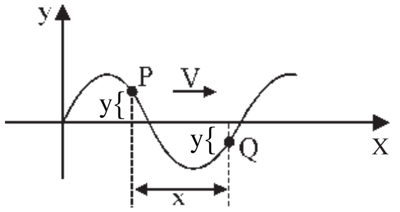
Como vimos no MHS associado ao MCU, um ponto que executa um vaivém (oscilação ou vibração) é descrito pelas equações:

$$y = A \cos Wt$$
$$V = -WA \text{ sen } Wt$$
$$a = -W^2 \cdot A \cos Wt$$

A → é a amplitude do movimento.
W → é a pulsação do movimento.

$$W = \frac{2\pi}{T}$$

Para descrever o movimento de uma onda, fazemos:



$$\boxed{X = \underbrace{V}_{\text{velocidade de propagação da onda}} \cdot \Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{X}{V}$$

como já vimos:
y = A cos w . t

O ponto Q descreve o mesmo movimento do vaivém que P, porém Δt tempo depois.

Logo: $Y = A \cos W(t - \Delta t)$

$$Y = A \cos \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{X}{V}\right)$$

$$Y = A \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{X}{TV}\right) \text{ como } \boxed{\lambda = V \cdot T}$$

$$\underbrace{\boxed{y = A \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{X}{\lambda}\right)}}_{\text{equação de onda}}$$

A equação de onda determina a posição (y) de um ponto qualquer da onda que executa um movimento de vaivém, em função de uma abscissa x, num dado instante t, isto é: $\boxed{y = f(x, t)}$.

A expressão $\boxed{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)}$ é chamada fase da onda.

Aplicação:

Uma certa onda tem seu movimento descrito pela função no (SI).

$$y = 4 \cos 2\pi\left(\frac{t}{0{,}5} - \frac{x}{2}\right)$$

Determine:

a) o comprimento de onda:

Comparando a equação $y = A \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ com a dada, tiramos que: $\boxed{\lambda = 2 \text{ m.}}$

b) o período: $\boxed{T = 0{,}5 \text{ s}}$

c) a freqüência:

é o inverso do período: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}5} = \boxed{2\,\text{Hz}}$

d) a amplitude: $\boxed{A = 4 \text{ m}}$

e) a velocidade de propagação:

$$V = \lambda \cdot f = 2 \cdot 2 = \boxed{4\,\frac{m}{s}}$$

f) a pulsação:

$$W = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}5} = \boxed{4\pi\,\frac{rd}{s}}$$

g) a fase da onda para x = 10m e t = 4s

$$\theta = 2\pi\left(\frac{t}{0,5} - \frac{x}{2}\right) = 2\pi\left(\frac{4}{0,5} - \frac{10}{2}\right) = 2\pi(8-5)$$

$$\theta = 2\pi \cdot 3 = \boxed{6\pi\,\text{rd}}$$

h) Qual a defasagem entre dois pontos situados a 5 m um do outro, em concordância de fase com a fonte?

Para determinar a defasagem, utilizamos uma regra de três:

$$\left.\begin{array}{l} 2\pi \rightarrow \lambda \\ \Delta\theta \rightarrow \Delta x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\pi \rightarrow 2 \\ \Delta\theta \rightarrow 5 \end{array}\right\} \frac{2\pi}{2} = \frac{\Delta\theta}{5}$$

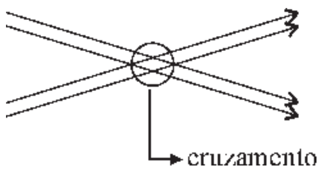
$$\Delta\theta = \frac{10\pi}{2} = \boxed{5\pi} \rightarrow 2\pi + 2\pi + \boxed{\pi} \rightarrow \text{POF}$$

Como 2π correspondem a um comprimento de onda, então, π significa que há uma defasagem de meio comprimento de onda.

7. Princípios da propagação ondulatória

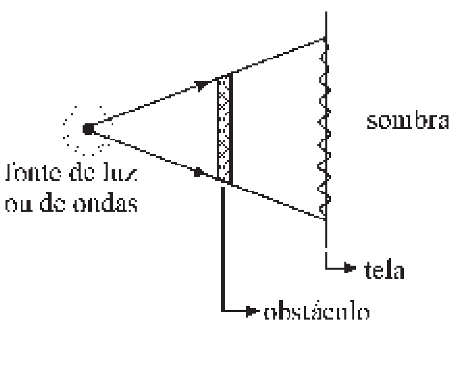
1º) Princípio da independência da propagação ondulatória

Ao se cruzarem, as ondas prosseguem sem alterar suas propriedades.



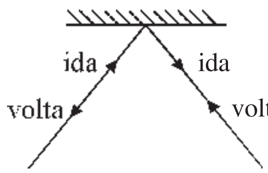
2º) Princípio da propagação retilínea das ondas

Num meio homogêneo, cada raio da onda é retilíneo.
A sombra permite constatar a propagação retilínea da luz.
Veja:



3º) Reversibilidade das ondas

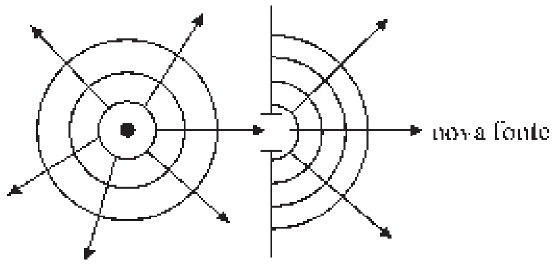
A trajetória seguida por uma onda é independente do sentido de sua propagação.
"Caminho de ida é igual ao caminho de volta"



Graus de liberdade para a propagação das ondas:
Unidimensional – que se dá numa única direção, numa corda, por exemplo.
Bidimensional – que se dá em duas dimensões, sobre uma superfície líquida, por exemplo.
Tridimensional – que se dá em três dimensões, no ar, por exemplo.

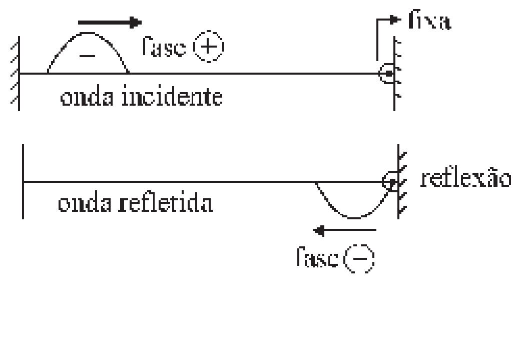
8. Fenômenos ondulatórios

Princípio de Huyghens: cada ponto de uma frente de onda se comporta como uma nova fonte de ondas.



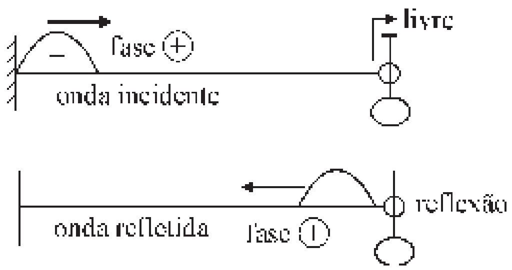
Reflexão das ondas: ocorre quando uma onda, ao incidir num meio diferente do qual se propaga, retorna ao meio de origem com:
– a mesma velocidade;
– a mesma freqüência;
– o mesmo comprimento de onda;
– podendo ocorrer inversão de fase ou não.

Reflexão em cordas com extremidade fixa
A reflexão ocorre com inversão de fase, pois a onda ao incidir na extremidade a corda não acompanha seu movimento por estar fixa. Veja:

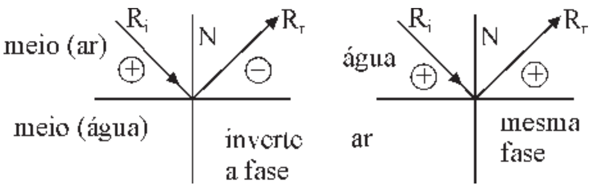


Reflexão em cordas com extremidade livre

A reflexão ocorre com a mesma fase; a onda, ao incidir na extremidade da corda, faz com que ela acompanhe seu movimento, por estar livre. Veja:

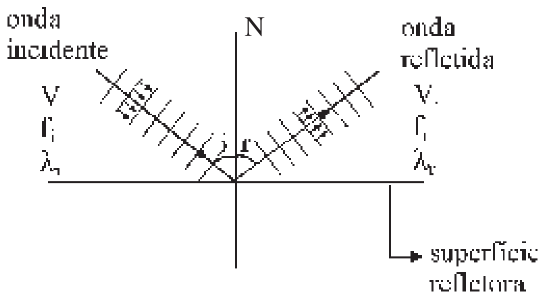


A luz, ao incidir numa superfície, também pode se refletir com inversão de fase ou não. Veja:



Ri → raio incidente
Rr → raio refletido

Na reflexão, temos as seguintes propriedades:



$\boxed{i = r}$

→ ângulo de reflexão
→ ângulo de incidência

N → reta Normal (perpendicular) ao meio refletor

Na reflexão, temos: $\boxed{V = \lambda \cdot f}$

$V_i = V_r$

$\lambda_i = \lambda_r$

$f_i = f_r$

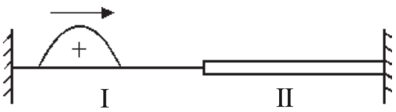
Note que na reflexão V, λ e f não se alteram, pois a onda continua no mesmo meio.

Refração das ondas:

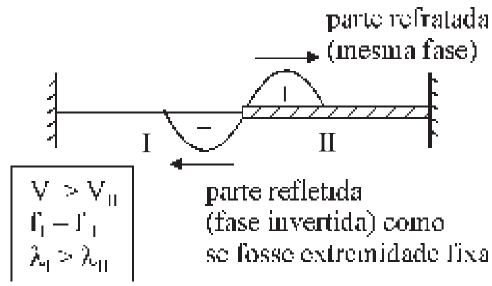
Ocorre quando, ao incidir num meio diferente do qual se propaga, a onda passa a se propagar no outro meio com:

– velocidade diferente;
– a mesma freqüência;
– comprimento de onda diferente;
– na refração nunca ocorre inversão de fase.

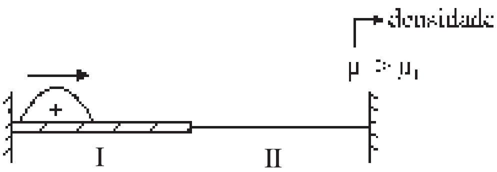
Refração em cordas com densidade diferente

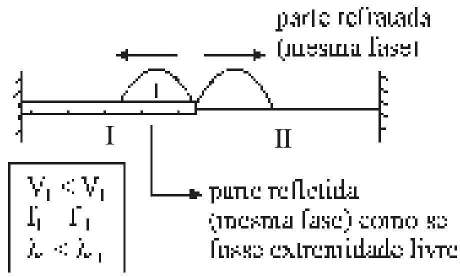


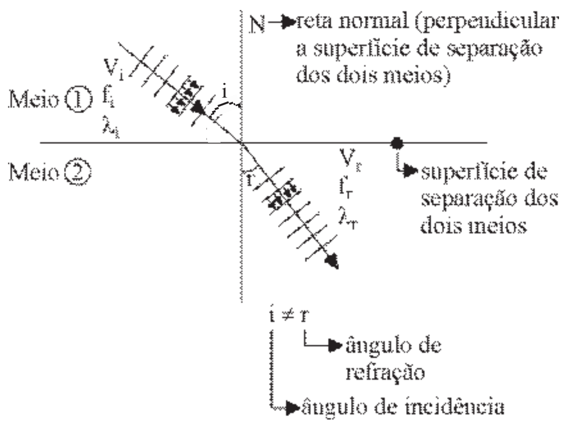
O pulso, ao incidir na corda de maior densidade, parte se refrata com a mesma fase e parte se reflete com fase invertida, assim:



Caso o pulso se desloque da corda de maior densidade para de menor densidade, temos:







Na refração, temos: $\boxed{V = \lambda\, f}$

$V_i \neq V_r$ $\qquad \boxed{V_i = \lambda_i \cdot f}$

$f_i = f_r$ $\qquad \boxed{V_r = \lambda_r \cdot f}$

$\lambda_i \neq \lambda_r$

Na refração, a freqüência permanece constante, pois é uma característica da onda que não se altera ao mudar de meio.

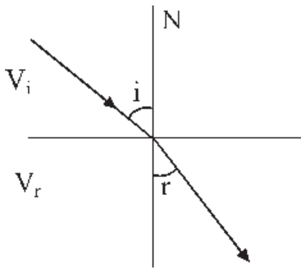
Na refração $i \neq r$, as ondas obedecem a lei de Snell-Descartes, onde:

$$\boxed{\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{V_i}{V_r}}$$

Como $V_i = \boxed{\lambda_i \cdot f}$ e $\boxed{V_r = \lambda_r \cdot f}$, temos:

$$\frac{V_i}{V_r} = \frac{\lambda_i \cdot \cancel{f}}{\lambda_r \cdot \cancel{f}} \Rightarrow \boxed{\frac{V_i}{V_r} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r}}$$

Define-se ainda como índice de refração de um meio a razão entre a velocidade da onda eletromagnética no vácuo e a velocidade da onda eletromagnética no meio em questão, assim:



Vácuo: $V_i = c = 3 \cdot 10^8 \dfrac{m}{s}$ (maior velocidade da luz e demais ondas eletromagnéticas)

$V_r \rightarrow$ velocidade da onda em outro meio

$$n = \frac{V_i}{V_r} \Rightarrow \boxed{n = \frac{c}{V}} \rightarrow V = \frac{c}{n}$$

índice de refração ou de refringência do meio

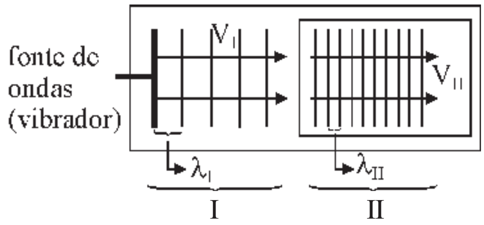
para dois meios quaisquer, temos:

$$V_i = \frac{c}{n_i} \quad \text{e} \quad V_r = \frac{c}{n_r}, \quad \text{logo:}$$

$$\frac{V_i}{V_r} = \frac{\frac{c}{n_i}}{\frac{c}{n_r}} = \frac{\cancel{c}}{n_i} \cdot \frac{n_r}{\cancel{c}} = \frac{n_r}{n_i}, \text{ então:}$$

$$\boxed{\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{V_i}{V_r} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r} = \frac{n_r}{n_i}}$$

Refração em cuba de ondas com profundidades diferentes



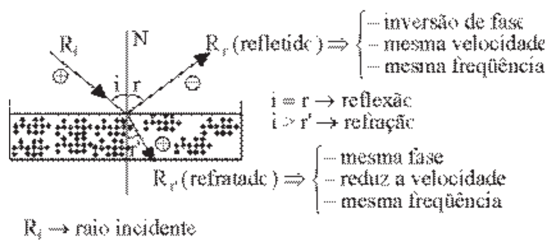
I $\rightarrow$ parte profunda
II $\rightarrow$ parte rasa

Na cuba de ondas, a velocidade da onda na parte **mais rasa** é menor que a velocidade na região mais profunda.

$V_I > V_{II}$ como $f_I = f_{II}$ concluímos que sendo

$\boxed{V = \lambda \cdot f} \Rightarrow \lambda_I > \lambda_{II}$

A luz, quando se propaga no ar e incide na superfície da água, parte se reflete e parte se refrata assim:



Aplicação:

Uma onda de velocidade $300 \dfrac{m}{s}$ e freqüência 100 Hz passa de um meio A para um meio B. Sabendo-se que o índice de refração do meio A é de 2,42 e do meio B é de 1,31, determine:

a) A velocidade da onda no meio B

$$\frac{V_i}{V_r} = \frac{n_r}{n_i} \overset{ou}{\rightarrow} \frac{V_A}{V_B} = \frac{n_B}{n_A} \Rightarrow \frac{300}{V_B} = \frac{1,31}{2,42}$$

$$V_B = \frac{300 \cdot 2,42}{1,31} \cong \boxed{554,20 \frac{m}{s}}$$

b) A freqüência da onda no meio B

$f_i = f_r$ ou $\boxed{f_A = f_B = 100 \text{ Hz}}$

c) O comprimento de onda nos meios A e B

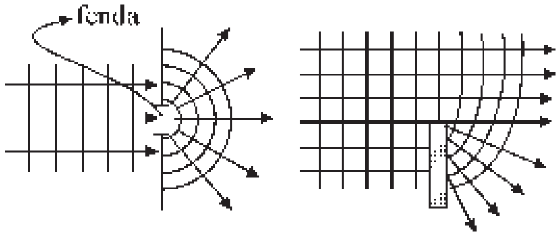
meio A: $V_A = \lambda_A \cdot f \rightarrow \lambda_A = \dfrac{V_A}{f} = \dfrac{300}{100} = \boxed{3\,m}$

meio B: $V_B = \lambda_B \cdot f \rightarrow \lambda_B = \dfrac{V_B}{f} = \dfrac{554,20}{100} \cong \boxed{5,54\,m}$

Difração das ondas

Capacidade das ondas contornar obstáculos.

Veja:



– quanto maior o comprimento de onda, maior a capacidade de difração

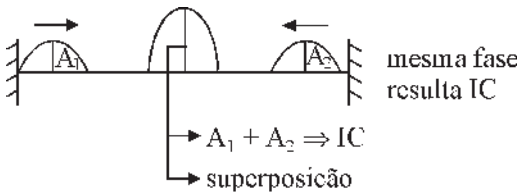
– quanto menor a abertura da fenda, maior a difração da onda

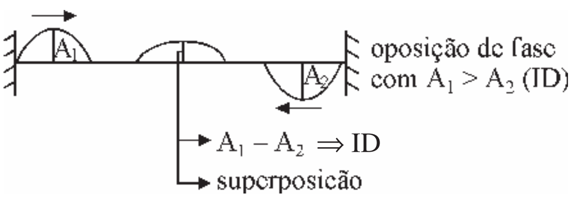
– na difração, V, λ, f permanecem constantes

Interferência de ondas (superposição de ondas)

Ocorre quando duas ondas se superpõem podendo haver interferência construtiva (IC) ou interferência destrutiva (ID).

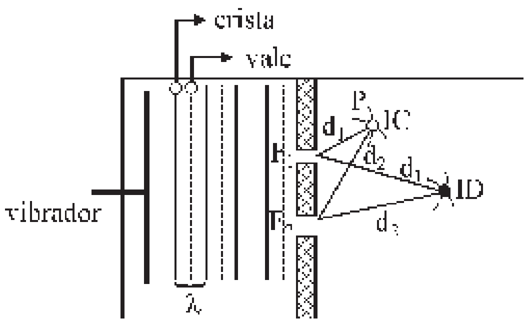
Veja em cordas:





se $A_1 = A_2 \rightarrow$ a superposição resulta
$A = A_1 - A_2 = 0$ (nula)

Veja a interferência na cuba de ondas das ondas vindas das duas fontes F_1 e F_2 em fase, ao se superpor na cuba (recipiente raso com água).



F_1 e $F_2 \rightarrow$ fontes de ondas

Se:

$$\Delta d = d_2 - d_1 = \boxed{N \cdot \frac{\lambda}{2}} \Rightarrow IC \quad (N = 0, 2, 4, 6, ...)$$

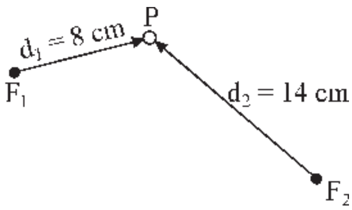
$$\Delta d = d_2 - d_1 = \boxed{N \cdot \frac{\lambda}{2}} \Rightarrow ID \quad (N = 1, 3, 5, ...)$$

ou → encontro de vale com vale (IC) ou crista com crista (IC)

→ encontro de crista com vale (ID)

Aplicação:

Na ilustração a seguir duas fontes em concordância de fase ou em fase emitem ondas com freqüência de 5 Hz. A velocidade de propagação das ondas na superfície do lago é de $20 \frac{cm}{s}$.



Determine:

a) Qual é o comprimento de onda das perturbações que se propaga no lago?

$$\boxed{V = \lambda \cdot f}$$

$$20 = \lambda \cdot 5 \rightarrow \lambda = 4 \text{ cm}$$

b) Qual a diferença de percurso entre as duas ondas que atingem o ponto P?

$$\Delta d = d_2 - d_1 = 14 - 8 = 6 \text{ cm}$$

c) Qual é o tipo de superposição que deve ser observada no ponto P?

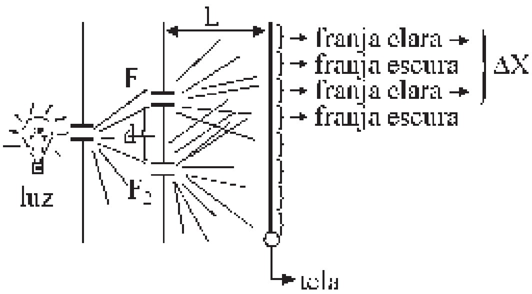
$$\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 6 = N \cdot \frac{4}{2} \rightarrow \boxed{N = 3}$$

Como N = 3, temos ID

Interferência com a luz

O surgimento de franjas, regiões claras (IC) e escuras (ID) na tela do dispositivo abaixo demonstram que duas fontes de luz em fase também, como na cuba, criam interferências.

Veja:



d $\rightarrow$ distância entre as duas fontes (muito pequena) $d \cong 0{,}1$ mm
L $\rightarrow$ distância entre a fonte e o anteparo $L \cong 100$ cm
$\Delta x \rightarrow$ distância entre duas franjas de interferência construtiva adjacentes
$\lambda \rightarrow$ comprimento de onda

$$\boxed{\Delta x = \frac{L \cdot \lambda}{d}}$$

Aplicação:

Se para um dado experimento com luz tivermos:

$\Delta x = 0{,}32$ cm
$d = 0{,}02$ cm
$L = 130$ cm

Calcule o comprimento de onda.

Solução:

$$\Delta x = \frac{L \cdot \lambda}{d}$$

$$\lambda = \frac{\Delta x \cdot d}{L}$$

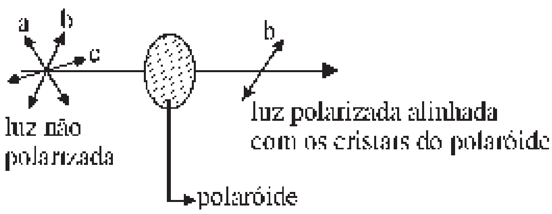
$$\lambda = \frac{0{,}32 \cdot 0{,}02}{130}$$

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-5}\ \text{m}$$

Polarização

Ocorre com ondas transversais, como a luz que vibra em vários planos. É possível escolher a vibração numa única direção usando um polaróide.

Veja:



A onda sonora é longitudinal, não é polarizável.

Dispersão nas ondas

Consiste em decompor a luz branca nas suas cores componentes que possuem freqüências características. Isto é feito refratando a luz. O som também pode sofrer dispersão obtendo-se sons mais fortes e mais fracos.

9. Ondas sonoras (Acústica)

São ondas mecânicas longitudinais tridimensional que sensibilizam nossa audição.

Na média ouvimos sons de freqüência entre 20 Hz e 20.000 Hz.

Abaixo de 20 Hz, temos o **infra-som**.

Acima de 20.000 Hz, temos o **ultra-som**.

A velocidade do som varia com o **meio** e com a **temperatura**.

Veja:

som	$V_{sólido} > V_{líquido} > V_{gases}$	no vácuo não se propaga
Luz	$V_{sólido} < V_{líquido} < V_{gases}$	$V_{vácuo} = c = 3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$

Som em relação à temperatura

Ar a 0 ºC $\rightarrow V = 331\frac{m}{s}$

Ar a 15 ºC $\rightarrow V = 340\frac{m}{s}$

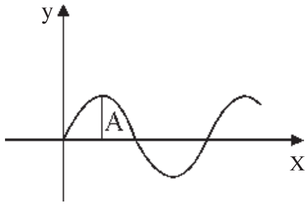
Água a 20 ºC $\rightarrow V = 1.482\frac{m}{s}$

Ferro $\rightarrow V = 4.480\frac{m}{s}$

Aço $\rightarrow V = 5.941\frac{m}{s}$

A percepção do som – características fisiológicas

1º) **Intensidade**: está relacionada com a energia da onda que se relaciona com a amplitude (A) da onda dando som forte e som fraco.



$\boxed{I_0 = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}} \rightarrow$ limiar de audibilidade

Corresponde a menor intensidade ouvida pelo ouvido humano.

↱ potência dada em watts (w)

$$\boxed{P = \frac{E}{t}} \begin{array}{l} \rightarrow \text{energia (J)} \\ \rightarrow \text{tempo (s)} \end{array} \Big\} \text{ Watts (w)}$$

$$\boxed{I = \frac{P}{A}} \begin{array}{l} \rightarrow \text{potência em Watts (w)} \\ \rightarrow \text{área em } m^2 \end{array}$$

↳ intensidade sonora em $\frac{W}{m^2}$

$$\boxed{N = 10 \log \frac{I}{I_0}}$$

↳ nível de intensidade auditiva [sensação sonora produzida no ouvido humano, dado em decíbel (dB)].

Veja:
sussuro → N = 10 a 20 dB
música suave → N = 30 a 40 dB
conversa normal → N = 60 a 70 dB
barulho de tráfego → N = 80 a 90 dB
motor de avião na decolagem → N = 160 a 170 dB

Aplicação:
Se o nível sonoro da conversa entre duas pessoas é de 70 dB e sabendo que $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$, determine a intensidade do som emitido por essas pessoas.

$$N = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 7\cancel{0} = 1\cancel{0} \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow$$

$$10^{+7} = \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow \boxed{I = 10^{-5} \frac{W}{m^2}}$$

2º) **Altura**: está relacionada com a freqüência. Som grave é o som de baixa freqüência; som agudo é o de alta freqüência.

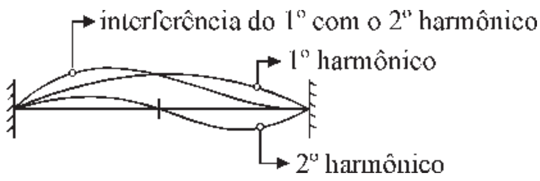
Relacionando freqüências sonoras, podemos definir intervalo entre dois sons assim:

$$\boxed{i = f_2 / f_1}$$

Se $\boxed{i = 1}$; então os sons são iguais.
Se $\boxed{i = 2}$; o intervalo constitui uma oitava, etc.

Notas:	dó		ré		mi		fá		sol		lá		si		dó
intervalos:		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$	

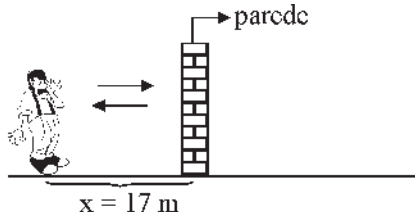
3º) **Timbre**: o timbre nos permite distinguir entre sons de mesma freqüência (altura) e intensidade (amplitude) emitidos por fontes diferentes devido à composição das freqüências do som fundamental com um, dois, três ou mais harmônicos.
Veja:



O timbre depende do número de harmônicos que acompanha o som fundamental e da intensidade relativa desses harmônicos.

Reflexão do som ocorre como nas demais ondas.

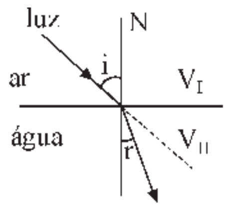
Teremos ECO se o tempo entre o som emitido por uma fonte e o refletido demorar mais de 0,1s para retornar à fonte.



↱ ida e volta
$\Delta S = V \cdot t$
$2X = 340 \cdot 0{,}1$
X = 17 m → distância mínima para ocorrer o eco

Para distâncias menores que 17m, ocorre **reverberação**, que é um reforço devido à sobreposição do som emitido com o refletido.

Refração do som: como as demais ondas, a sonora sofre refração ao mudar de meio variando de velocidade.

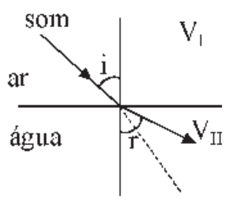


luz

$\boxed{V_I > V_{II}}$

$\boxed{i > r}$

↳ o raio se aproxima da normal



som

$\boxed{V_I < V_{II}}$

$\boxed{i < r}$

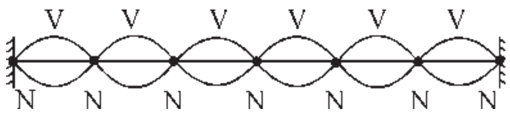
↳ a direção da onda se afasta da normal

Difração: as ondas sonoras por terem grande comprimento de onda sofrem grande difração, isto é, contornam obstáculos bem mais do que a luz.

Interferência: como as demais ondas, o som sofre interferência construtiva e destrutiva.

Os **batimentos** alternância de sons fortes e fracos, ocorre quando duas fontes sonoras vibram com freqüências próximas ocorrendo interferências destrutivas e construtivas de forma periódica.

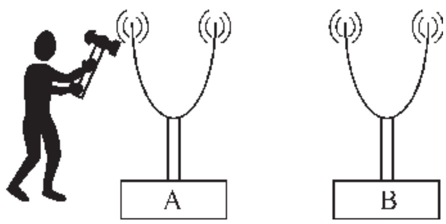
A onda estacionária é um caso particular de interferência, onde ocorre a superposição de duas ondas periódicas, a incidente e a refletida, por exemplo.



N $\rightarrow$ nós são pontos de (ID) interferência destrutiva devido aos pontos estarem em aposição de fase.

V $\rightarrow$ Ventres são pontos de (IC) interferência construtiva devido aos pontos estarem em fase.

Ressonância: ocorre quando uma fonte, ao vibrar com certa freqüência, faz vibrar outras fontes próximas por terem a mesma freqüência natural.



Ao colocar o diapasão A a vibrar, este faz o diapasão B, igual ao A, vibrar espontaneamente, sem tocá-lo, isto é ressonância.

Ondas em cordas

A velocidade de uma onda que se propaga numa corda depende:

– da tensão (T) que estica a corda;

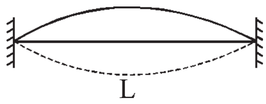
– da densidade linear da corda.

$\rho = \dfrac{m}{L}$ $\begin{array}{l} \rightarrow \text{massa da corda} \\ \rightarrow \text{comprimento da corda} \end{array}$

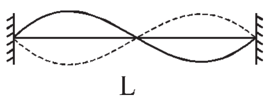
ρ $\rightarrow$ densidade linear

$\boxed{V = \sqrt{\dfrac{T}{\rho}}}$ $\rightarrow$ fórmula de Taylor

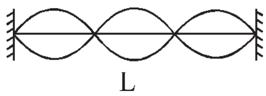
Freqüência numa corda de comprimento (L)



$\boxed{L = 1 \cdot \dfrac{\lambda}{2}}$ 1º harmônico ou fundamental



$\boxed{L = 2 \cdot \dfrac{\lambda}{2}}$ 2º harmônico



$\boxed{L = 3 \cdot \dfrac{\lambda}{2}}$ 3º harmônico

Generalizando: $L = n \cdot \dfrac{\lambda}{2}$ ou $\boxed{\lambda = \dfrac{2L}{n}}$ como:

$V = \lambda f \rightarrow \lambda = \dfrac{V}{f}$, temos:

$\dfrac{V}{f} = \dfrac{2L}{n} \rightarrow \dfrac{f}{V} = \dfrac{n}{2L} \rightarrow \boxed{f = V \cdot \dfrac{n}{2L}}$

Como $V = \sqrt{\dfrac{T}{\rho}} \Rightarrow \boxed{f = \dfrac{n}{2L} \cdot \sqrt{\dfrac{T}{\rho}}}$

n $\rightarrow$ nº de harmônicos: n = 1, 2, 3, 4 ...

Aplicação:

Determinar a freqüência do 2º harmônico da onda sonora emitida pela vibração de uma corda de 0,5m, submetida a uma tensão de 4 N e cuja densidade linear é de 0,04 $\dfrac{kg}{m}$.

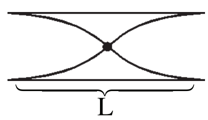
Solução:

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\rho}} = \frac{2}{2 \cdot 0{,}5}\sqrt{\frac{4}{0{,}04}} = 2 \cdot \sqrt{100}$$

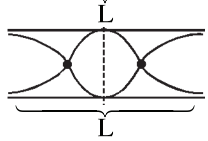
$f = \boxed{20\ \text{Hz}}$

Freqüência em tubos sonoros abertos nas duas extremidades

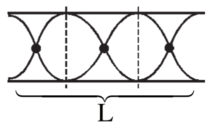
Na extremidade aberta sempre se forma um ventre



$\boxed{L = 1 \cdot \dfrac{\lambda}{2}}$ 1º harmônico ou fundamental



$\boxed{L = 2 \cdot \dfrac{\lambda}{2}}$ 2º harmônico



$\boxed{L = 3 \cdot \dfrac{\lambda}{2}}$ 3º harmônico

Generalizando: $L = n \cdot \dfrac{\lambda}{2}$ ou $\lambda = \dfrac{2L}{n}$ como:

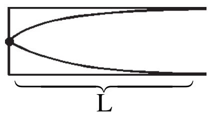
$V = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \dfrac{V}{f}$, temos:

$$\frac{V}{f} = \frac{2L}{n} \rightarrow \frac{f}{V} = \frac{n}{2L} \rightarrow \boxed{f = \frac{nV}{2L}}$$

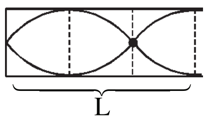
$n \rightarrow$ nº do harmônico: $n = 1, 2, 3 \ldots$

Freqüência em tubos sonoros fechados em uma das extremidades

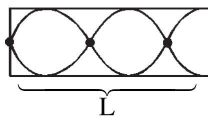
Na extremidade fechada sempre se forma um nó



$\boxed{L = 1 \cdot \dfrac{\lambda}{4}}$ 1º harmônico ou fundamental



$\boxed{L = 3 \cdot \dfrac{\lambda}{4}}$ 3º harmônico



$\boxed{L = 5 \cdot \dfrac{\lambda}{4}}$ 5º harmônico

Generalizando: $L = n \cdot \dfrac{\lambda}{4}$ ou $\lambda = \dfrac{4L}{n}$ como:

$V = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \dfrac{V}{f}$, temos:

$$\frac{V}{f} = \frac{4L}{n} \Rightarrow \frac{f}{V} = \frac{n}{4L} \rightarrow \boxed{f = \frac{n \cdot V}{4L}}$$

onde $n = 1, 3, 5, 7 \rightarrow$ harmônicos de ordem ímpar.

Exemplo de aplicação:
Qual a freqüência do 3º harmônico emitido por um tubo de 2m de comprimento, com uma das extremidades fechadas?

Solução:

$n = 3$ (3º harmônico)

$V = 340 \dfrac{m}{s}$ (no ar)

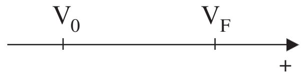
$L = 2m$

$$\boxed{f = \frac{n \cdot V}{4L}} = \frac{3 \cdot 340}{4 \cdot 2} = \frac{1.020}{8}$$

Efeito Doppler: ocorre quando a freqüência ouvida por um observador de uma fonte de ondas não é a emitida pela fonte devido ao movimento relativo entre fonte e observador.

$f \rightarrow$ freqüência da fonte
$f_a \rightarrow$ freqüência aparente ouvida pelo observador
$V \rightarrow$ velocidade do som no ar
$V_0 \rightarrow$ velocidade do observador
$V_F \rightarrow$ velocidade da fonte

$$\boxed{f_a = f \cdot \left(\frac{V \pm V_0}{V \mp V_F}\right)}$$

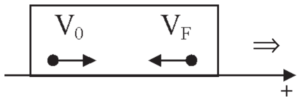


Os sinais da fórmula devem ser escolhidos de tal forma que:

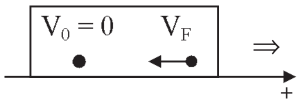
$\boxed{f_a > f}$ nas aproximações relativas;

$\boxed{f_a < f}$ nos afastamentos relativos.

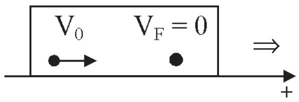
Veja situações possíveis a seguir.



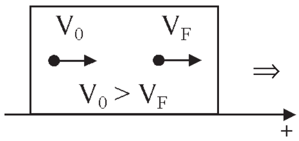
$\Rightarrow f_a = f \cdot \left(\dfrac{V + V_0}{V - V_F}\right)$



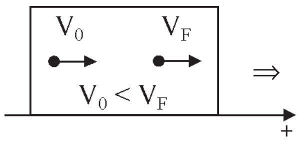
$\Rightarrow f_a = f \cdot \dfrac{V}{V - V_F}$



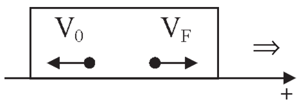
$\Rightarrow f_a = f \cdot \left(\dfrac{V + V_0}{V}\right)$



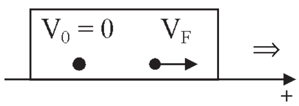
$\Rightarrow f_a = f \cdot \left(\dfrac{V + V_0}{V + V_F}\right)$



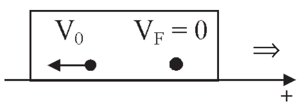
$\Rightarrow f_a = f \cdot \left(\dfrac{V + V_0}{V + V_F}\right)$



$\Rightarrow f_a = f \cdot \left(\dfrac{V - V_0}{V + V_F}\right)$



$\Rightarrow f_a = f \cdot \left(\dfrac{V}{V + V_F}\right)$



$\Rightarrow f_a = f \cdot \left(\dfrac{V - V_0}{V}\right)$

Aplicação:

Um observador parado em uma calçada ouve a buzina de um automóvel que está passando. A freqüência do som ouvida pelo observador é de 170 Hz, enquanto o carro se aproxima com uma velocidade de $10\frac{m}{s}$. Sabendo que a velocidade do som no ar é de $340\frac{m}{s}$, determine:

a) a freqüência da fonte;

b) a freqüência aparente do som, quando a fonte se afasta.

Solução:

a) $f_a = 170\,Hz$

$$\boxed{f_a = f \cdot \frac{V}{V - V_F}}$$

$V_F = 10\frac{m}{s}$

$$170 = f \cdot \frac{340}{340 - 10}$$

$V = 340\frac{m}{s}$

$$170 = f \cdot \frac{340}{330}$$

$$f = \frac{170 \cdot 330}{340}$$

$$\boxed{f = 165\ Hz}$$

b) $f = 165\ Hz$

$$f_a = f \cdot \left(\frac{V}{V + V_F}\right)$$

$V_F = 10\frac{m}{s}$

$$f_a = 165 \cdot \left(\frac{340}{340 + 10}\right)$$

$V = 340\frac{m}{s}$

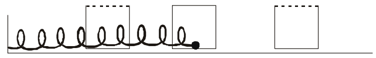
$$f_a = \frac{165 \cdot 340}{350}$$

$$f_a = 160\ Hz$$

EXERCÍCIOS

ONDAS

1. Um copo de massa 0,50kg, preso a uma mola de constante elástica 12,5N/m, realiza MHS em torno da posição de equilíbrio O, pela qual passa com velocidade 2,0m/s.
   a) Determine a energia mecânica total do sistema.
   b) Determine a amplitude e o período desse MHS.



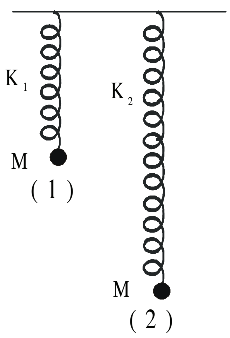
0

2. O pêndulo de Foucault – popularizado pela famosa obra de Humberto Eco – consistia em uma esfera de 28 quilogramas, pendurada na cúpula do Pantheon de Paris, por um fio de 67 metros de comprimento. Sabe-se que o período T de oscilação de um pêndulo simples é relacionado, com o seu comprimento L e com a aceleração da gravidade, g pela seguinte expressão:
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$
   a) Qual o período de oscilação do pêndulo de Foucault? Despreze as frações de segundo.
   b) O que aconteceria com o período deste pêndulo se dobrássemos a sua massa?

   Adote $\sqrt{10} = \pi$ e $g = 10m/s^2$.

3. Um corpo de massa 900 gramas executa um MHS de 2,4s de período quando pendurado na extremidade de uma mola. Se o substituirmos por outro de 400g de massa, o período de oscilação valerá:
   a) 1,60s
   b) 1,50s
   c) 2,25s
   d) 2,56s
   e) 1,06s

4. Duas molas ideais, sem massa e de constantes de elasticidade K1 e K2, sendo K1 < K2, acham-se penduradas no teto de uma sala. Em suas extremidades livres penduram-se massas idênticas.



Observa-se que, quando os sistemas oscilam verticalmente, as massas atingem a mesma velocidade máxima. Indicando por A_1 e A_2 as amplitudes dos movimentos e por E_1 e E_2 as energias mecânicas dos sistemas (1) e (2), respectivamente. Podemos dizer que:

a) $A_1 > A_2$ e $E_1 = E_2$
b) $A_1 < A_2$ e $E_1 = E_2$
c) $A_1 > A_2$ e $E_1 > E_2$
d) $A_1 < A_2$ e $E_1 < E_2$
e) $A_1 < A_2$ e $E_1 > E_2$

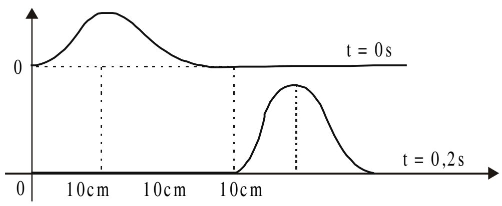
5. Numa região onde a aceleração da gravidade é g, o período T de um pêndulo simples de comprimento L é dado por T= $2\pi\sqrt{l/g}$. Um pêndulo simples, cuja massa é igual a 200 gramas, gasta 1,5s para deslocar-se de um extremo ao outro de sua trajetória, será:
a) 0,25s d) 3,0s
b) 0,75s e) 6,0s
c) 1,5s

6. Uma onda mecânica é dita transversal se as partículas do meio movem-se:
a) perpendicularmente à sua direção de programação;
b) paralelamente à direção de propagação de onda;
c) transportando matéria na direção de propagação da onda;
d) com a velocidade da luz na direção de propagação da onda;
e) em movimento retilíneo e uniforme.

7. Assinale qual das ondas citadas é longitudinal:
a) ondas em uma corda;
b) ondas na superfície de água;
c) ondas luminosas;
d) ondas eletromagnéticas;
e) ondas sonoras.

8. Na propagação de uma onda há, necessariamente, transporte de:
a) massa e energia;
b) quantidade de movimento e partículas;
c) energia e quantidade de movimento;
d) massa e partículas;
e) partículas e vibrações.

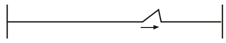
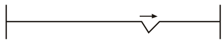
9. A figura representa, nos instantes t = 0s e t = 2,0s, configurações de uma corda sob tensão constante, na qual se propaga um pulso cuja forma não varia.
a) Qual a velocidade de propagação do pulso?
b) Indique, em uma figura, a direção e o sentido das velocidades dos pontos materiais A e B no instante T = 0s.

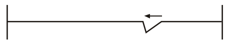
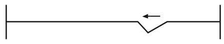


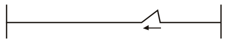
10. O gráfico representa a coordenada vertical y, em função do tempo t, de uma rolha que se move verticalmente em um tanque onde são produzidas ondas com cristas sucessivas a uma distância de 0,84m.
a) Qual a velocidade de propagação das ondas?
b) Em que instantes a velocidade da rolha é nula?

11. O gráfico representa a forma de uma corda, em um determinado instante, por onde se propagada uma sonda. Sabendo-se que cada divisão do gráfico é de 1cm e que a velocidade da onda é de 6cm . S^{-1}, a sua freqüência vale:
a) 4Hz c) 1/2Hz e) 2Hz
b) 1/4Hz d) 1Hz

12. O esquema representa um pulso que se propaga numa corda de extremidades fixas. A seta indica o sentido de propagação. Dentre os esquemas a seguir, o que corresponde ao pulso refletido é:

a)  d) 

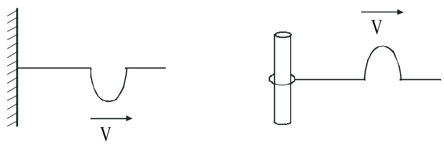
b)  e) 

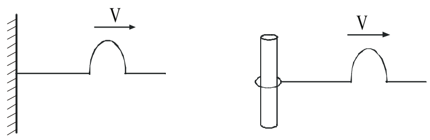
c) 

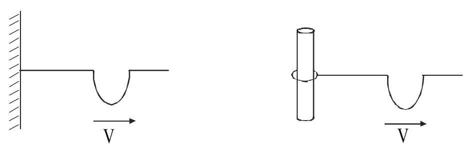
13. As figuras representam dois pulsos que se propagam em 2 cordas (I) e (II). Uma das extremidades da corda (I) é fixa e uma das extremidades da corda (II) é livre.

As formas dos pulsos refletidos em ambas as cordas são, respectivamente:

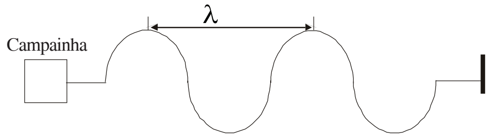
a) 

b) 

c) 

d) 

14. A lâmina de uma campainha elétrica imprime a uma corda esticada 60 vibrações por segundo.



Se a velocidade de propagação das ondas na corda for de 12m/s, então a distância λ entre duas cristais sucessivas, em metros, será de:
a) 0,6 c) 0,4 e) 0,2
b) 0,5 d) 0,3

15. Uma onda tem velocidade de 150m/s e comprimento igual a 125cm. Sua freqüência é de:
a) 12,5Hz
b) 75Hz
c) 80Hz
d) 100Hz
e) 20Hz

16. Isaac Newton demonstrou, mesmo sem considerar o modelo ondulatório, que a luz do sol, que vemos branca, é o resultado da composição adequada das diferentes cores. Considerando hoje o caráter ondulatório da luz, podemos assegurar que ondas de luz correspondentes às diferentes cores terão sempre, no vácuo:
a) o mesmo comprimento da onda;
b) a mesma freqüência;
c) o mesmo período;
d) a mesma amplitude;
e) a mesma velocidade.

17. Qual dos seguintes tipos de onda não é onda eletromagnética?
a) infravermelho;
b) radiação gama;
c) ondas luminosas;
d) ondas sonoras;
e) ondas de rádio.

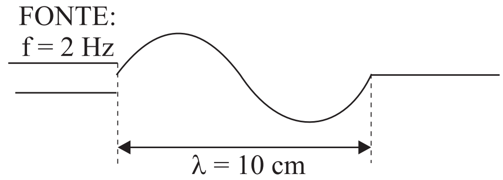
18. Uma fonte emite onda sonora de freqüência 500Hz, próximo à superfície de um lago; e sofre refração na água. Determinar o seu comprimento de onda no ar e na água, admitindo que as velocidades no ar e na água, sejam, respectivamente, 330m/s e 1500m/s.
a) 0,26m e 2,00m
b) 0,40m e 4,00m
c) 0,33m e 8,00m
d) 0,66m e 3,00m
e) n.d.a.

19. Para receber o eco de um som no ar, onde a velocidade de propagação é de 340m/s, é necessário que haja uma distância de 17m entre a fonte sonora e o anteparo onde o som é refletido na água, onde a velocidade da propagação do som é de 1600m/s, essa distância precisa ser de:
a) 34m
b) 60m
c) 80m
d) 160m
e) n.d.a.

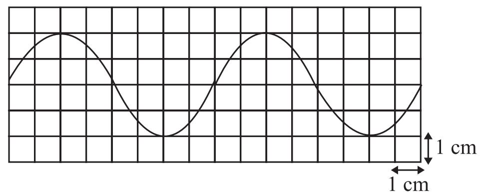
20. Quais as características da ondas sonoras que determinam a altura e a intensidade do som?
a) freqüência e amplitude;
b) freqüência e comprimento da onda;
c) comprimento da onda e freqüência;
d) amplitude e comprimento da onda;
e) amplitude e freqüência.

21. Considere os seguintes fenômenos:
I - Luz.
II - Som.
III - Perturbação propagando-se numa mola helicoidal esticada.
Podemos afirmar que:
a) I, II e III necessitam de um suporte material para propagar-se;
b) I é transversal, II é longitudinal e III tanto pode ser transversal como longitudinal;
c) I é longitudinal, II é transversal e III é longitudinal;
d) I e III podem ser longitudinais;
e) somente III é longitudinal.

22. Uma onda periódica é produzida numa corda tensa mediante uma fonte de freqüência 2Hz. Sendo 10 cm o comprimento da onda, determine a velocidade de propagação dessa onda na corda.



23. (UF-PI) A figura representa as ondas produzidas por uma fonte em 4s numa corda tensa. Determine, para essas ondas:



a) o comprimento de onda
b) a freqüência
c) o período
d) a velocidade de propagação
e) a amplitude

24. (UF-ES) Certa onda periódica apresenta, num meio A, comprimento de onda igual a 5 cm, num meio B, comprimento de onda igual a 7,5 cm. Sendo 2 Hz a freqüência da fonte que produziu essa onda, determine, em cada um dos meios:
a) a freqüência
b) o período da onda
c) a velocidade de propagação da onda

25. A velocidade de propagação das ondas em certa corda tensa é de 20 cm/s. Uma onda periódica é produzida por uma fonte e apresenta nessa corda comprimento de onda igual a 5 cm. Após certo tempo, essa onda reflete-se na extremidade fixa da corda. Para a onda refletida, determine:
a) a velocidade de propagação
b) o comprimento de onda
c) a freqüência
d) o período

26. (Fuvest-SP) Uma fonte oscila com freqüência de 0,5 Hz, produzindo ondas na superfície da água contida num tanque, onde a velocidade de propagação é de 20 m/s. Determine, para as ondas produzidas:
a) a freqüência
b) o período
c) o comprimento de onda

27. (PUC-SP) A relação entre o período (T) e a freqüência (f) de um movimento harmônico simples é:
a) f = T
b) fT = 1
c) 2T = f
d) 2f = T

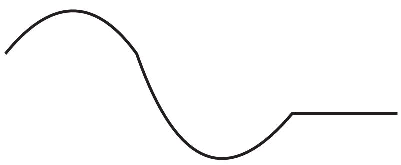
28. (PUC-MG) É uma característica de qualquer onda, exceto:
a) apresentar uma maneira única de vibrar, transversalmente ou longitudinalmente
b) mudar o comprimento de onda ao mudar de meio
c) manter sua freqüência ao mudar de meio
d) propagar-se no vácuo
e) transferir-se uma energia sem transportar-se matéria

29. (UF-MA) O comprimento de uma onda de 120 Hz de freqüência, que se propaga com velocidade de 6 m/s vale, em metro:
a) 0,05
b) 0,2
c) 0,5
d) 0,02
e) 20

30. (UF-PA) Uma onda tem freqüência de 10 Hz e se propaga com velocidade de 400 m/s. Então seu comprimento de onda vale, em metros:
a) 0,04
b) 0,4
c) 4
d) 40

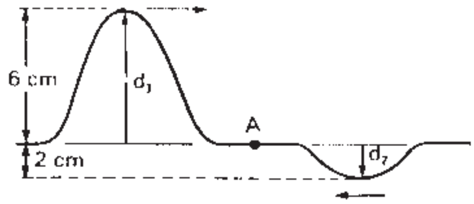
31. (UF-PR) Uma onda tem velocidade igual a 150 m/s e comprimento de onda igual a 125 cm. Sua freqüência é de:
a) 12,5 Hz
b) 75 Hz
c) 80 Hz
d) 120 Hz

32. (UF-ES) Uma onda propaga-se em uma corda com velocidade de 4 m/s, conforme ilustra a figura. Observa-se que o ponto P da corda em intervalos de 2s ocupa duas posições opostas de afastamento máximo em relação à posição inicial. A freqüência da onda é de:
a) 0,25 Hz
b) 0,5 Hz
c) 0,75 Hz
d) 1,25 Hz

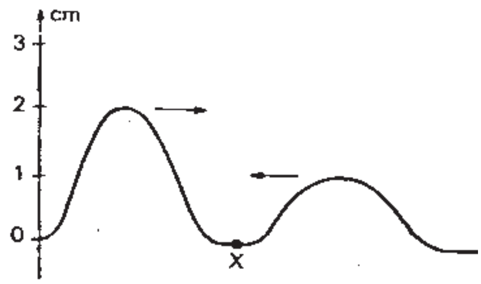


33. (UF-ES) Na questão anterior, a onda apresenta um comprimento de onda igual a:
a) 2 cm
b) 4 cm
c) 16 cm
d) 8 cm
e) 12 cm

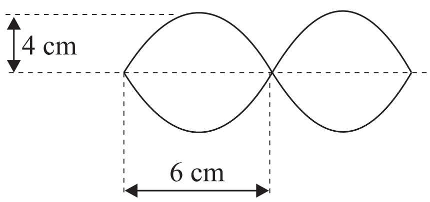
34. (FC-Chagas-SP) Duas ondas não-periódicas se propagam num mesmo meio, como mostra a figura, com velocidade de 25 m/s. No ponto A ocorre a superposição. Determine o deslocamento do ponto A no instante de superposição e a velocidade das ondas após a superposição.



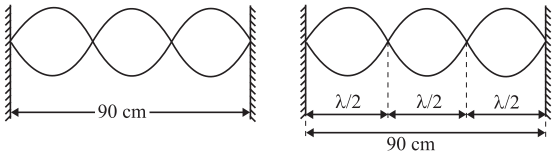
35. (FC-Chagas-SP) Duas ondas não-periódicas se propagam numa corda como mostra a figura, com velocidade de 10 m/s. Determine o deslocamento do ponto X no instante em que as ondas se superpõem. Qual a velocidade das ondas nos instantes posteriores à superposição?



36. (UF-MG) A onda estacionária cujo perfil é representado na figura tem amplitude 4 cm e a distância entre os dois nós consecutivos é de 6 cm. Determine, para as ondas que se superpõem, a amplitude e o comprimento de onda.



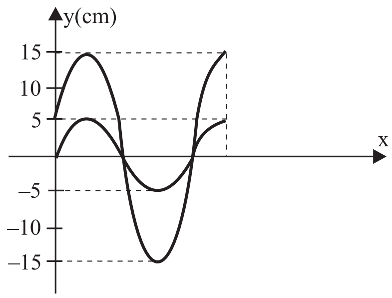
37. (OSEC-SP) Uma corda tense de comprimento 90 cm vibra com freqüência 200 Hz, estabelecendo-se entre suas extremidades o estado estacionário representado na figura. Determine o comprimento de onda e a velocidade de propagação das ondas que se superpõem.



38. (Cesesp-PE) Duas fontes, F_1 e F_2, produzem ondas em fase com freqüência 50 Hz na superfície da água, onde a velocidade de propagação é 2 m/s. Determine se, num ponto situado a 12 cm da fonte F_1 e 6 cm da fonte F_2, a interferência é construtiva ou destrutiva.

39. (F.C.Chagas-SP) Quando duas ondas interferem, a onda resultante apresenta sempre pelo menos uma mudança em relação às ondas componentes. Tal mudança se verifica em relação à(ao):
a) comprimento de onda
b) fase
c) amplitude
d) período
e) freqüência

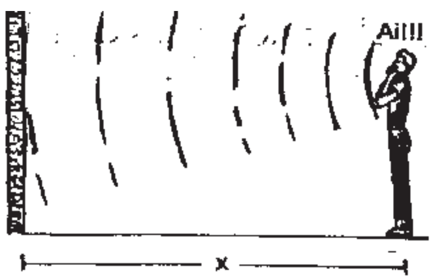
40. (UF-PI) A figura representa duas ondas transversais se propagando simultaneamente. A superposição dessas ondas resulta numa onda cuja amplitude, em centímetros, é de:
a) zero
b) 5
c) 10
d) 15
e) 20



41. (F.C.Chagas-SP) Em dado intervalo de tempo, existe uma onda transversal estacionária em uma mola perfeitamente elástica. Pode-se afirmar corretamente, que nesse intervalo de tempo:
a) todos os pontos da mola estão imóveis.
b) os nodos se movem com velocidade escalar constante.
c) existem o ponto médio da mola que está móvel.
d) existem nodos e ventres na mola.
e) o comprimento de onda diminui.

42. (UF-PI) Sendo 20 Hz a freqüência sonora mais baixa audível pelo homem, determine seu comprimento de onda no ar, onde a velocidade de propagação é 340 m/s.

43. (UNIP-SP) Ao visitar a "Caverna do Eco", uma pessoa grita e ouve o eco do som emitido 3s após a emissão. Sendo de 340 m/s a velocidade do som no ar, determine a distância da pessoa ao obstáculo que refletiu o som.



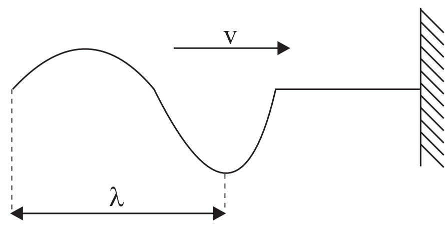
44. (UC-PR) Admitindo que em certa região a velocidade do som no ar seja de 400 m/s, qual deveria ser a distância mínima do obstáculo refletor à pessoa para que ela pudesse perceber o eco?

45. (FVG-SP) Quais os três maiores comprimentos de onda que se podem estabelecer estacionariamente numa corda tensa de comprimento 2,4 m?

46. (UF-BA) A figura representa duas cordas diferentes ligadas entre si. Na corda AB, as ondas se propagam com velocidade de 5 m/s e na corda BC, com velocidade de 2 m/s. Em A, uma fonte de freqüência 10 Hz produz ondas periódicas que se propagam ao longo das duas cordas. Determine, em cada uma das cordas:

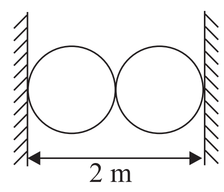
a) a freqüência das ondas
b) o período das ondas
c) o comprimento de ondas das ondas

47. (PUC-SP) Uma onda periódica se propaga ao longo de uma corda tensa fixa em uma parede, como mostra a figura. Suas características são: freqüência f = 5 Hz, comprimento de onda l = 0,5 cm.



Determine:
a) a velocidade de propagação da onda na corda.
b) a freqüência e o comprimento de onda da onda refletida na extremidade fixa da corda.

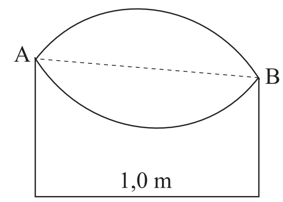
48. (EN-RJ) Numa corda de 2 m de comprimento, estabelece-se o estado estacionário representado na figura. Sendo a velocidade de propagação das ondas na corda de 20 m/s determine o comprimento de onda e a freqüência das ondas que se superpõem.



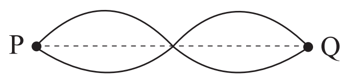
49. (UF-MG) A tabela indica as distâncias de três pontos, A, B e C a duas fontes, F_1 e F_2, que vibram em fase, produzindo ondas de freqüência 200 Hz num meio onde a velocidade de propagação é de 400 m/s. Para cada um dos pontos, estabeleça se a interferência é construtiva ou destrutiva.

	d_1 (à fonte F_1)	d_2 (à fonte F_2)
A	8m	5m
B	12m	10m
C	7m	7m

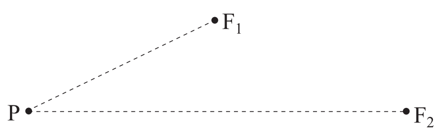
50. (Fatec-SP) A figura anexa representa uma onda estacionária numa corda fixa em A e B. A velocidade da onda nela produzida é de 2,0 m/s. O comprimento da onda em metros e a freqüência em Hz, são, respectivamente.
a) 2 e 1
b) 2 e 2
c) 1 e 1
d) 1 e 2
e) 0,5 e 1



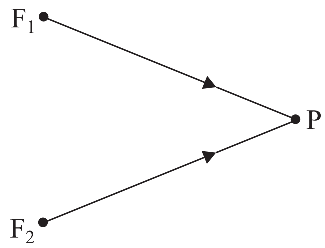
51. (Cesgranrio-RJ) Uma corda de 25 cm de comprimento, fixa nas extremidades P e Q vibra na configuração estacionária representada na figura.
Sabendo-se que a freqüência de vibração é de 1000 Hz, a velocidade de propagação das ondas ao longo da corda vale:
a) 125 m/s
b) 250 m/s
c) 400 m/s
d) 500 m/s
e) 4000 m/s



52. (EN-RJ) Dois alto-falantes localizados em F_1 e F_2, emitem sons de mesma amplitude, mesma freqüência, e mesma fase. Em um ponto P encontra-se um ouvinte. Sabe-se que $\overline{F_1P}$ $\overline{F_2P}$, que o comprimento de onda do som emitido é de 2,0 m e que F_2P = 8,0m. Para que o ouvinte em P perceba interferência construtiva, o maior valor possível de $\overline{F_1P}$ é:
a) 8,0 m
b) 7,0 m
c) 6,0 m
d) 7,5 m
e) 8,5 m



53. (UF-RS) Em um tanque de ondas, duas fontes, F_1 e F_2, oscilam com a mesma freqüência e sem diferença de fase, produzindo ondas que se superpõem no ponto P, como mostra a figura. A distância entre F_1 e P é de 80 cm e entre F_2 e P é de 85 cm. Para qual dos valores de comprimento de onda das ondas produzidas por F_1 e F_2 ocorre um mínimo de intensidade (interferência destrutiva) no ponto P?
a) 1,0 cm
b) 2,5 cm
c) 5,0 cm
d) 10 cm
e) 25 cm



54. (UF-PI) Determine o comprimento de onda no ar do som de maior freqüência audível pelo homem (20 000 Hz). A velocidade do som no ar vale 340 m/s.

55. (FEI-SP) Qual a distância mínima entre uma pessoa e o obstáculo refletor do som para que seja possível perceber o eco, num meio onde as ondas sonoras se propagam com velocidade de 200 m/s?

56. (UF-MG) O sonar é um aparelho utilizado em submarinos para determinar a distância de um obstáculo qualquer. Para tal, é emitido um sinal sonoro e o aparelho registra o tempo, até ser recebido o sinal refletido pelo obstáculo. Admitindo que esse intervalo de tempo tenha sido de 3s e sendo 1500 m/s a velocidade das ondas sonoras na água do mar, determine a distância do obstáculo ao submarino.

57. (UNIP-SP) A tabela seguinte informa níveis sonoros de alguns ambientes comuns em nossa sociedade, identifique as que expressam valores corretos:

[illegible]		[illegible]
[illegible]	[illegible]	10
[illegible]	[illegible]	18
[illegible]	[illegible]	50
[illegible]	[illegible]	60
[illegible]	[illegible]	80
[illegible]	[illegible]	110
[illegible]	[illegible]	100
[illegible]	[illegible]	120
[illegible]	[illegible]	130

58. (Fatec-SP) Um som tem freqüência igual a 100 Hz. Determine a freqüência do som que está uma oitava acima, do som que está uma oitava abaixo e do som que guarda com ele intervalo de uníssimo. Indique qual dos sons considerados é o mais grave e qual é o mais agudo.

59. (FGV-SP) Na tabela seguinte, qual dos itens expressa corretamente características de uma onda sonora?

	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible])	[illegible]	[illegible]	300 000 [illegible]/[illegible]
[illegible])	[illegible]	[illegible]	340 [illegible]/[illegible]
[illegible])	[illegible]	[illegible]	340 [illegible]/[illegible]
[illegible])		[illegible]	300 000 [illegible]/[illegible]

60. (UF-PI) Uma onda sonora é produzida por uma fonte que produz 200 vibrações por segundo. O período dessa onda, em segundos será:

a) $\frac{1}{200}$

b) $\frac{1}{100}$

c) zero

d) 100

61. (PUC-SP) O som que está uma oitava acima de outro é 400 Hz, tem freqüência de:
a) 408 Hz
b) 1600 Hz
c) 800 Hz
d) 3200 Hz

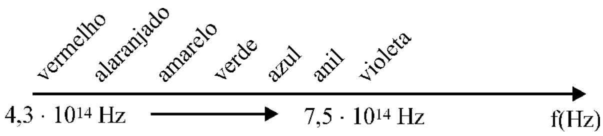
62. (ITA-SP) O que permite decidir se uma dada nota musical provém de um violino ou de um trombone é:
a) a diferença entre as alturas dos sons.
b) a diferença entre os timbres dos sons.
c) a diferença entre as intensidades dos sons.
d) a diferença entre as fases das vibrações.

CAPÍTULO 5
ÓPTICA

1. Conceitos Básicos

Óptica: estuda as ondas eletromagnéticas na freqüência das radiações visíveis ao ser humano que denominamos de **luz**.

Veja espectro visível:

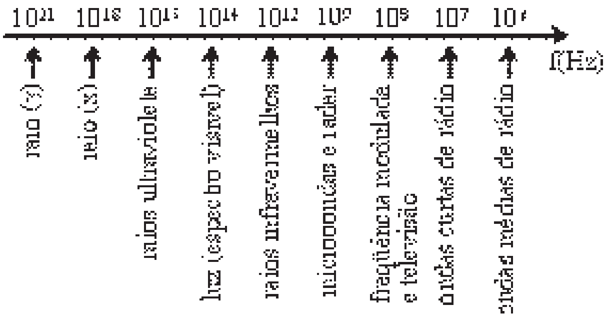


Como toda a onda, a luz é energia que se propaga sem deslocamento de matéria.

Quem gera a onda é a vibração dos elétrons de uma fonte, fonte de luz, ondas de rádio em antenas de metal, etc.

Os raios infravermelhos são produzidos por corpos aquecidos e são invisíveis; e os ultravioletas, por corpos muito aquecidos e também são invisíveis.

Veja escala de freqüência das ondas eletromagnéticas, espectro eletromagnético.



No **vácuo** todas as ondas eletromagnéticas têm a mesma velocidade que é máxima e vale :

$$V = C = 3 \cdot 10^8 \, m/s \overset{ou}{=} 300.000 \, km/s$$

e as ondas com maior freqüência terão o menor comprimento de onda dada pela equação $\boxed{V = \lambda \cdot f}$.

Aplicação:

Sabendo que a freqüência da luz **vermelha** é de $4,3 \cdot 10^{14}$ Hz e da luz **violeta** é de $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz e sabendo que a luz no vácuo se propaga com velocidade de $3 \cdot 10^8$ m/s. Calcule os comprimentos de ondas respectivas.

Solução:

vermelho

$V = \lambda \cdot f$

$3 \cdot 10^8 = \lambda \cdot \mathbf{4{,}3 \cdot 10^{14}}$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{4{,}3 \cdot 10^{14}}$$

$$\boxed{\lambda \cong 0{,}7 \cdot 10^{-6}\,\text{m}}$$

violeta

$V = \lambda \cdot f$

$3 \cdot 10^8 = \lambda \cdot \mathbf{7{,}5 \cdot 10^{14}}$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{7{,}5 \cdot 10^{14}}$$

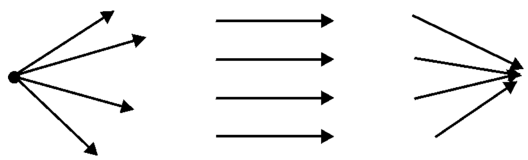
$$\boxed{\lambda \cong 0{,}4 \cdot 10^{-6}\,\text{m}}$$

Note que para a maior freqüência (violeta) obtemos o menor comprimento de onda e para a menor freqüência (vermelho) obtemos o maior comprimento de onda.

A óptica estuda os fenômenos relacionados com a luz quanto à propagação, **óptica geométrica** e quanto à natureza da luz, **óptica física**.

As **fontes de luz** podem ser **primárias**, se emite luz própria (sol, lâmpada acesa, etc.), ou **secundária**, se reflete a luz que recebe (lua, a Terra, mesa, cadeira, etc.)

O **raio de luz** é um segmento de reta que representa a direção e sentido de propagação da luz. Um conjunto de raios forma um **feixe** que pode ser:

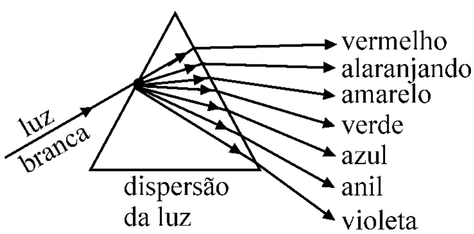


divergente paralelo convergente

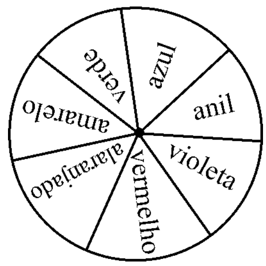
A luz branca é constituída de **7** cores das radiações visíveis. A luz branca é **policromática** assim como qualquer outro feixe constituído da mistura de duas ou mais cores. Um feixe de uma cor só é dito de **monocromática**, luz verde por exemplo.

Para decompor a luz branca nas sete cores usamos o prisma e para recompor usamos o disco de Newton.

Prisma óptico: pela **refração** a luz ao mudar de meio faz com que cada cor tome sua direção própria em função de sua freqüência e velocidade.



Disco Newton: girando o disco com as 7 cores você o verá branco.



Do ponto de vista óptico, os meios são classificados em:

- **transparente**: permite a passagem regular da luz, deixando ver com nitidez um objeto através dele; Exemplos: ar, água.
- **translúcido**: a luz passa de forma irregular, não permitindo ver com nitidez um objeto através dele; Exemplos: vidro fosco, papel vegetal.
- **opaco**: não permite a passagem da luz, não sendo possível ver um objeto através dele; Exemplo: parede de tijolos.

2. Reflexão, Refração e Cor

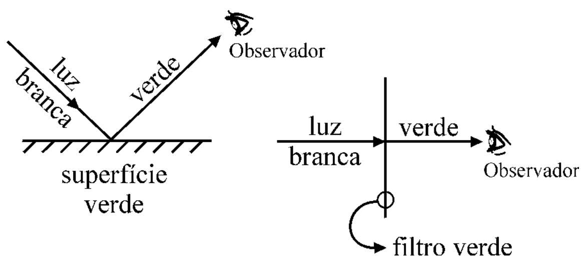
Vemos os objetos da cor da luz que refletem, e cada objeto reflete a luz da cor que tem e absorve as demais.

Através de um **filtro** (corpo transparente que só deixa passar a luz da cor que tem) podemos escolher uma determinada cor obtendo feixes monocromáticos desejados.

Assim, podemos obter a cor verde de um feixe de luz policromática branca de duas maneiras:

– **por reflexão** sobre uma superfície de cor verde que irá refletir esta cor e absorver as demais; ou

– **por refração**, num filtro verde que deixará passar o verde e vai absorver as demais. Veja:

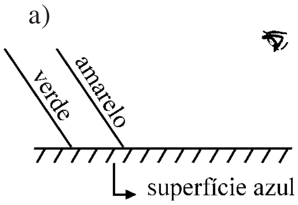


A "cor" preta é ausência de radiação. Um corpo negro absorve todas as radiações e não reflete nenhuma. Daí o motivo que roupas escuras aquecem mais que roupas claras.

Aplicação:
Qual a cor vista pelo observador?

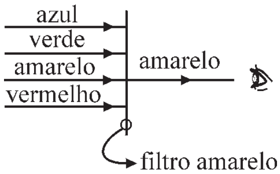
Solução:

a)



Observador vê preto, pois a superfície azul só pode refletir o azul, que por não incidir não reflete nada.

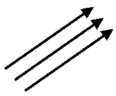
b)



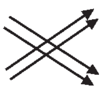
Observador vê amarelo, pois no filtro amarelo incide o amarelo que o filtro deixa passar.

3. Princípios da Propagação da Luz

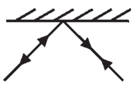
1º) Em meios transparentes, homogêneos e isótropos (mesmas propriedades físicas e químicas em todas as direções) a luz se propaga em linha reta (propagação retilínea da luz).



2º) Quando dois raios de luz se cruzam, cada um segue o seu caminho, como se não tivesse havido cruzamento (independência dos raios).



3º) A trajetória de um raio de luz não se modifica quando se inverte o sentido de sua propagação (reversibilidade dos raios luminosos).



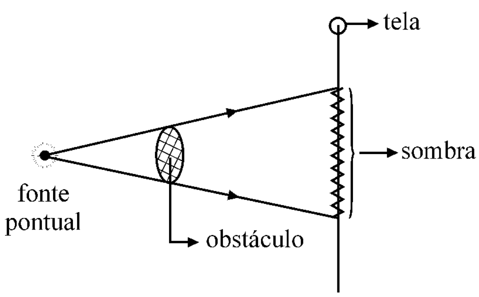
A sombra, a penumbra, eclipses, inversão da imagem na câmera escura, entre outros fenômenos se devem aos princípios da propagação da luz.

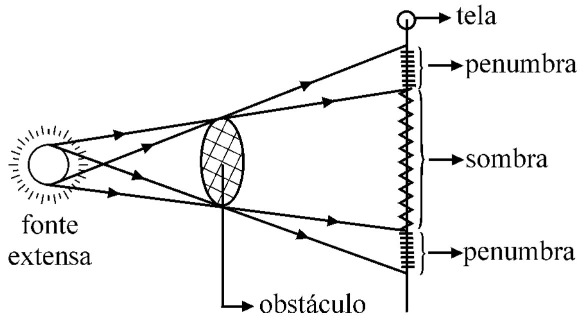
Formação de sombra e penumbra

Uma fonte de luz **pontual** ou **puntiforme**, isto é, cujas dimensões são desprezíveis, reduzidas a um ponto, **cria sombra** e uma fonte **extensa** cria sombra e penumbra.

Sombra: região onde não chega **nada** da luz da fonte.

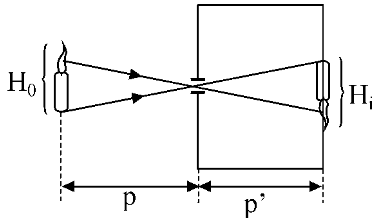
Penumbra: região onde chega **parte** da luz da fonte. Veja:





Câmara escura de orifício:

A imagem da fonte de luz (vela) se forma invertida no interior da câmara.

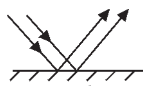


$$\boxed{\frac{H_i}{H_0} = \frac{p'}{p}}$$

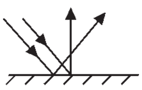
H_i → altura da imagem (tamanho);
H_0 → altura do objeto;
p → distância do objeto ao orifício;
p' → distância da imagem ao orifício ou profundidade de caixa.

4. Reflexão e Formação de Imagens em Espelhos Planos, Côncavos e Convexos

Na reflexão, a luz incide nos obstáculos e retorna ao meio de origem.



regular



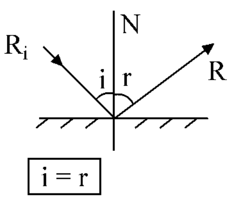
difusa

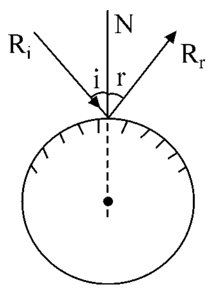
É **regular** quando ocorre em superfícies polidas ou espelhadas produzindo imagens, e **irregular** ou difusa quando ocorre em superfícies rugosas não polidas. Os corpos em geral são vistos graças à reflexão difusa da luz neles incidente permitindo levar a imagem em todas as direções e sentidos.

Leis da reflexão

1ª) O ângulo de incidência (i) é igual ao ângulo de reflexão (r) $\boxed{i = r}$

2ª) O raio incidente (R_i), o raio refletido (R_r) e a reta normal (perpendicular) a superfície refletora (N) estão contidos no mesmo plano.





5. Formação de Imagens

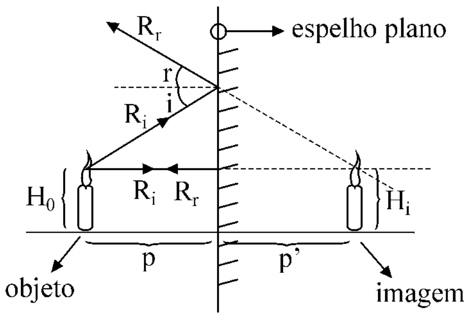
Imagem produzida por um espelho plano, côncavo ou convexo

O ponto de encontro dos raios refletidos determina a imagem real formada, e se for o ponto de encontro do prolongamento dos raios refletidos, a imagem é denominada de **virtual**.

A imagem **real** sempre se forma na frente do espelho, é invertida em relação ao objeto e pode ser projetada em telas.

A imagem **virtual** sempre se forma atrás do espelho, é direita em relação ao objeto e não é possível ser projetada em telas.

Vejamos as características da imagem formada por um espelho **plano**.



Note que a imagem de um ponto da chama vale para os pontos todos do objeto (vela) e constatamos que:

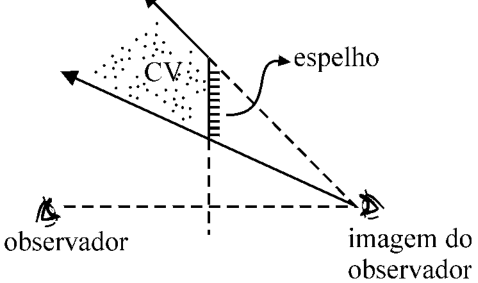
- a imagem é **virtual**, pois é determinada pelo ponto de encontro do prolongamento dos raios refletidos (R_r);
- a imagem é direita, pois a chama **imagem** da vela está voltada para cima como a chama **objeto**;
- a imagem e o objeto tem mesmo tamanho $\boxed{H_0 = H_i}$;
- a imagem e o objeto são simétricos em relação ao espelho, pois $\boxed{p = p'}$.

p $\rightarrow$ distância do objeto até o espelho
p' $\rightarrow$ distância da imagem até o espelho
$H_0 \rightarrow$ tamanho do objeto (altura do objeto)
$H_i \rightarrow$ altura da imagem

Campo visual de um espelho plano

É a região do espaço que o espelho permite ver a um observador. O campo visual depende do tamanho do espelho e da posição do observador em relação ao espelho. Veja:

CV $\rightarrow$ região do campo visual

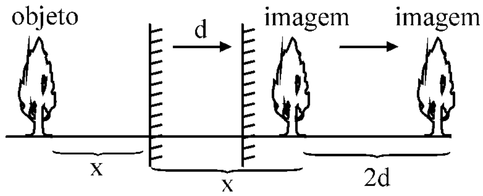


Para determinar o campo visual, basta obter a imagem do observador atrás do espelho e a partir dela traçar um raio pela extremidade superior do espelho e outro pela extremidade inferior.

A região entre os raios é o campo visual.

Translação e rotação de um espelho plano

1º) Quando um espelho se desloca **d**, a imagem de um objeto colocado frente ao espelho se desloca **2d**.



$$\text{Logo} \begin{cases} V_i = \dfrac{2d}{\Delta t} \\ V_e = \dfrac{d}{\Delta t} \end{cases}$$

$$\boxed{V_i = 2V_e}$$

$V_e \rightarrow$ velocidade do espelho
$V_i \rightarrow$ velocidade da imagem

Caso ambos se desloquem, objeto e espelho, use:

$$\boxed{V_i = 2V_r}$$

$V_r \rightarrow$ velocidade relativa

Mesmo sentido: $V_r = |V_0 - V_e| \begin{cases} \rightarrow V_0 \\ \rightarrow V_e \end{cases}$

Sentidos opostos: $Vr = |V_0| + |V_e| \begin{cases} \rightarrow V_0 \\ \leftarrow V_e \end{cases}$

$V_0 \rightarrow$ velocidade do objeto
$V_e \rightarrow$ velocidade do espelho

Aplicação:

Um motorista, a 80 km/h, vê, pelo espelho retrovisor, um carro parado no acostamento. Qual a velocidade da imagem que vê?

Solução:

$$\boxed{V_i = 2V_e} = 2 \cdot 80 = 160\,\text{km / h}$$

Caso o carro no acostamento estivesse se movendo no mesmo sentido do motorista com velocidade de 30 km/h, qual a velocidade da imagem que veria?

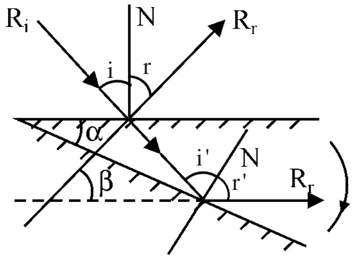
Solução:

$$|V_0 - V_e| = |30 - 80| = 50$$

$$V_i = 2V_r$$

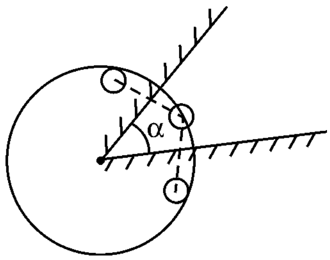
$$V_i = 2 \cdot 50 = 100\,\text{km / h}$$

2º) Quando um espelho gira em ângulo (α), o raio que ele reflete (R_r) gira (β), onde $\boxed{\beta = 2\alpha}$.



Aplicação:
Se $\alpha = 30º$, então $\beta = 60º$

Associação de dois espelhos planos formando ângulo



O número de imagens formadas é dado por

$$\boxed{N = \frac{360}{\alpha} - 1}$$

Aplicação:
Se $\alpha = 30º$, teremos

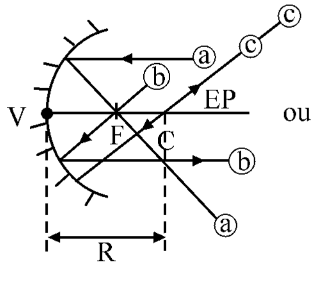
$$N = \frac{360}{30} - 1 = 12 - 1 = 11 \text{ imagens.}$$

Vejamos as características da imagem formada por espelhos **côncavos** e **convexos**.

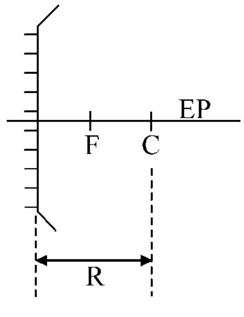
Para obter as imagens neste tipo de espelho, usamos para facilitar os seguintes raios:

a) Raio que incide no espelho paralelo ao eixo principal (EP) se reflete passando pelo foco (F).
b) Raio que incide no espelho passando pelo foco se reflete paralelamente ao eixo principal.
c) Raio que incide no espelho passando pelo centro de curvatura do espelho se reflete sobre si mesmo.

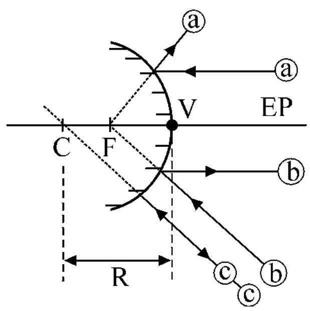
Côncavo: espelhado pelo lado de dentro



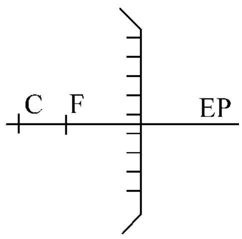
ou



Convexo: espelhado pelo lado de fora.

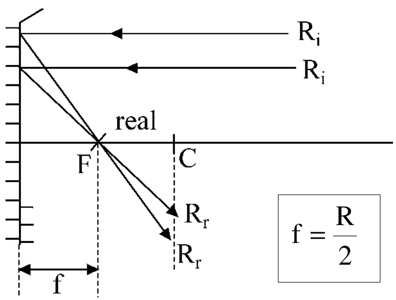


ou

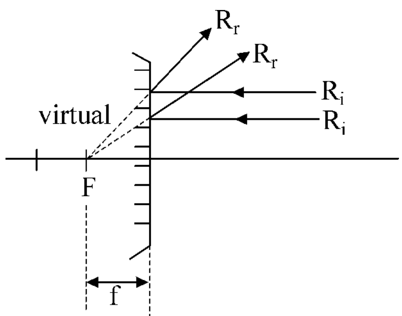


Por ser parte, calota, de uma esfera, os espelhos côncavo e convexo possuem:

R $\rightarrow$ raio de curvatura do espelho
C $\rightarrow$ centro de curvatura do espelho
V $\rightarrow$ vértice ou pólo da calota
EP $\rightarrow$ eixo principal que passa por C e V
F $\rightarrow$ foco imagem é o ponto de encontro dos raios refletidos (R_r) (foco real) ou de seus prolongamentos (foco virtual), provenientes de raios incidentes (R_i) paralelos ao EP. Veja:



$$\boxed{f = \frac{R}{2}}$$



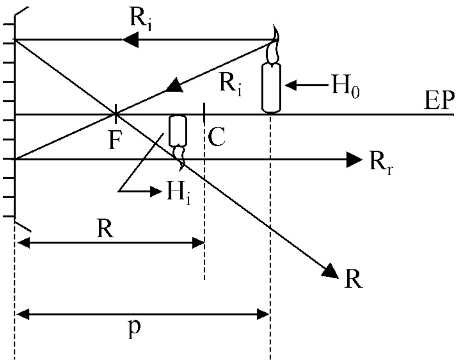
f $\rightarrow$ distância focal e distância entre o foco (F) e o vértice (V)

O espelho côncavo tem **5** casos de formação de imagens enquanto que o convexo só tem **1** caso. Vejamos:

Espelho côncavo:

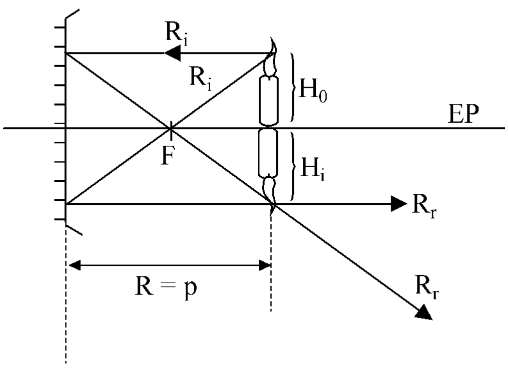
1º caso: Quando o objeto, vela, é colocado a uma distância (p) maior que o raio (R) do espelho.

$$\boxed{p > R}$$



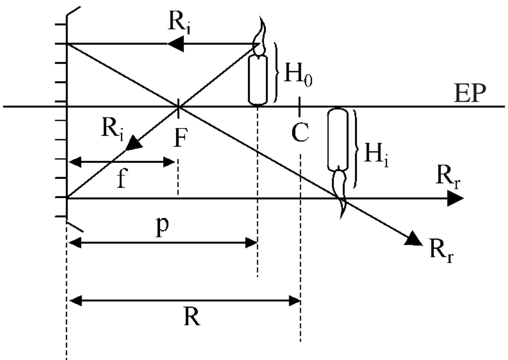
Note que a imagem formada é:
– real
– invertida
– menor $\boxed{H_i < H_0}$
Real pois os (R_r) se cruzam.

2º caso: Quando $\boxed{p = R}$



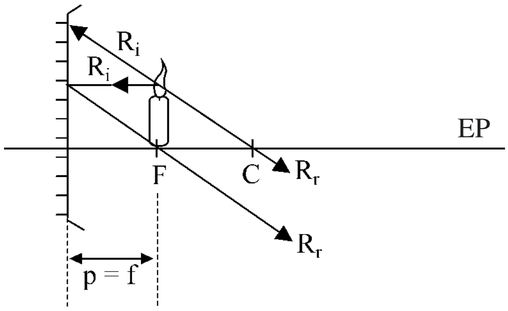
Note que a imagem formada é:
– real
– invertida
– igual $\boxed{H_i = H_0}$

3º caso: $\boxed{f < p < R}$



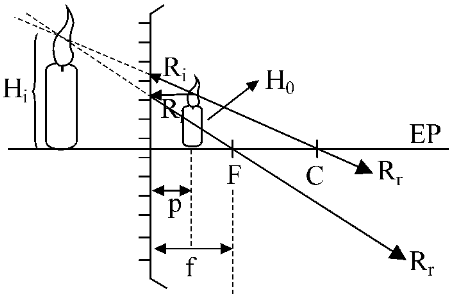
Note que a imagem é:
– real
– invertida
– maior $\boxed{H_i > H_0}$

4º caso: $\boxed{p = f}$



Note que não há formação de imagem (imagem imprópria), pois os (R_r) são paralelos e não se cruzam.

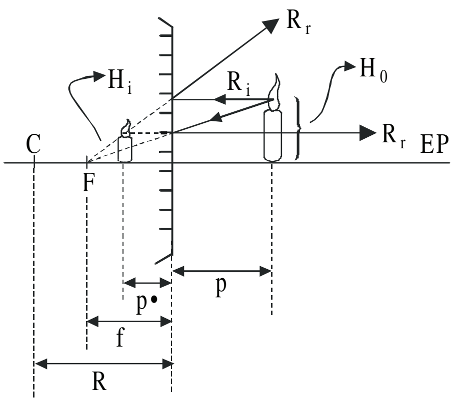
5º caso: $\boxed{p < f}$



Note que a imagem é:
– virtual
– direita
– maior $\boxed{H_i > H_0}$

Virtual, pois só o prolongamento dos (R_r) se cruzam.

Espelho **convexo**: único caso.

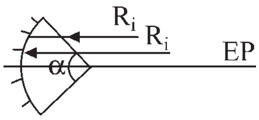


Note que a imagem é:
– virtual
– direita
– menor $\boxed{H_i < H_0}$

Equações de Gauss para os espelhos

Estas equações determinam analiticamente (matematicamente) os valores e características de p, p’, H_i, H_0, f, R, etc. dos objetos e imagens.

Para produzir imagens nítidas, é necessário que:



1º) $\alpha \leq 10º \rightarrow$ ângulo de abertura do espelho

2º) os R_i sejam próximos ao EP e paralelos

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}} \quad \boxed{f = \frac{R}{2}} \quad \boxed{A = \frac{-p'}{p}} \text{ ou } \boxed{A = \frac{H_i}{H_0}}$$

A $\rightarrow$ ampliação ou aumento linear, informa quantas vezes a imagem ampliou ou reduziu em relação ao objeto.

Para aplicar as equações, use os sinais:

$$\left.\begin{matrix} f > 0 & (+) \\ R > 0 & (+) \end{matrix}\right\} \text{para espelhos côncavos}$$

$$\left.\begin{matrix} f < 0 & (-) \\ R < 0 & (-) \end{matrix}\right\} \text{para espelhos convexos}$$

$$\left.\begin{matrix} p' > 0 & (+) \\ A < 0 & (-) \end{matrix}\right\} \text{para imagem real}$$

$$\left.\begin{matrix} p' < 0 & (-) \\ A > 0 & (+) \end{matrix}\right\} \text{para imagem virtual}$$

Aplicação:

Um objeto de 4 cm de altura é colocado verticalmente sobre o eixo principal de um espelho convexo com raio de curvatura igual a 20 cm. A distância do objeto até o espelho é de 20 cm. Determine f, p’, A, H_i e tipo de imagem.

Solução:
H_0 = 4 cm
p = 20 cm
R = 20 cm

Trata-se do único caso do espelho convexo onde a imagem é:
– virtual
– direita
– menor

$$\boxed{f = \frac{R}{2}} \rightarrow f = \frac{-20\,cm}{2} \rightarrow \boxed{f = -10\,cm}$$

negativo, pois é espelho convexo

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}} \rightarrow \frac{-1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'} \rightarrow \frac{-2p'}{\cancel{20p'}} = \frac{p'+20}{\cancel{20p'}}$$

$$-3p' = 20 \rightarrow p' = \frac{-20}{3} \rightarrow \boxed{p' = -6{,}6\,cm}$$

negativo, pois a imagem é virtual

$$\boxed{A = \frac{-p'}{p}} \rightarrow A = \frac{\frac{+20}{3}}{20} = \frac{1}{3} \rightarrow$$ A imagem reduzida a $\frac{1}{3}$ do objeto.

$$\boxed{A = \frac{H_i}{H_0}} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{H_i}{4} \rightarrow \boxed{H_i = \frac{4}{3}\text{ cm}}$$

6. Refração da Luz

Ocorre quando a luz muda de meio, variando de velocidade e, normalmente, de direção.

A velocidade da luz, como já vimos, é máxima no vácuo e vale $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ para todas as cores.

Nos outros meios materiais a velocidade da luz é menor e diferente para cada cor, assim:

$$V_{vermelho} > V_{alaranjado} > V_{amarelo} > V_{verde} > V_{azul} > V_{anil} > V_{violeta}$$

O índice de refração absoluto para uma dada luz monocromática é a razão:

$$\boxed{n = \frac{c}{V}} \quad \begin{matrix} c \rightarrow \text{velocidade da luz no vácuo} \\ V \rightarrow \text{velocidade da luz no meio considerado} \end{matrix}$$

Como:
c > V, então n > 1

Para a luz monocromática amarela do sódio, a 20 ºC vale os índices da tabela:

água pura	n = 1,33
diamante	n = 2,42
vidro crown	n = 1,52
álcool etílico	n = 1,36

Aplicação:

Qual a velocidade da luz amarela no diamante?

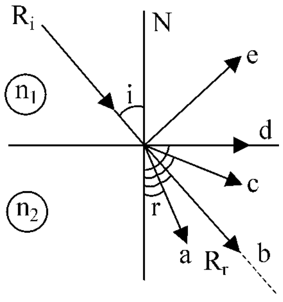
Solução:

$$\boxed{n = \frac{c}{V}} \rightarrow V = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2{,}42} \cong 1{,}24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{ou } V = \frac{300.000 \text{ km/s}}{2{,}42} = 123.966{,}94 \text{ km/s}$$

Note que a velocidade passa de 300.000 km/s para 123.966,94 km/s.

As leis de Snell-Descartes, vistas para as ondas, valem para a óptica.



1º) R_i, R_r, N estão contidos no mesmo plano

2º) $\boxed{n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r}$

Como $\boxed{n = \frac{C}{V}}$ temos

$$\frac{\cancel{C}}{V_i} \cdot \text{sen } i = \frac{\cancel{C}}{V} \cdot \text{sen } r$$

$$\boxed{\frac{\text{sen } i}{V_i} = \frac{\text{sen } r}{V_2}}$$

$R_i \rightarrow$ raio incidente
$R_r \rightarrow$ raio refratado
$n_1 \rightarrow$ índice de refração do meio 1
$n_2 \rightarrow$ índice de refração do meio 2
$i \rightarrow$ ângulo de incidência
$r \rightarrow$ ângulo de refração

se: $\boxed{n_1 < n_2}$ o raio refratado (R_r) se aproxima da normal (N), caminho **a**, onde então $\boxed{i > r}$

se: $\boxed{n_1 = n_2}$ o raio refratado (R_r) segue na mesma direção, caminho **b**, onde então $\boxed{i = r}$

se: $\boxed{n_1 > n_2}$ o raio refratado (R_r) se afasta da normal (N), caminho **c**, onde então $\boxed{i < r}$

Ângulo limite e reflexão total

No último caso, pode ocorrer que o ângulo i seja tal que o ângulo r = 90º, caminho **d**. Dizemos então que i é o **ângulo limite** $\boxed{i = L}$

Onde:

$$n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r \begin{cases} r = 90º \\ i = L \end{cases}$$

$$n_1 \text{ sen } L = n_2 \underbrace{\text{sen } 90º}_{1}$$

$$\boxed{\text{sen } L = \frac{n_2}{n_1}} \text{ onde } n_1 > n_2.$$

Caso o ângulo de incidência (i) seja maior que o ângulo limite (L) determinado pela expressão anterior, teremos não mais **refração** mas **reflexão**, caminho **e** denominada neste caso de **reflexão total**.

Aplicação:

Um raio de luz está passando do vidro (n_1 = 1,50) para a água (n_2 = 1,33). Determine o ângulo limite de incidência para o dioptro: vidro – água.

↳ Dois meios separados por uma superfície.

Solução:

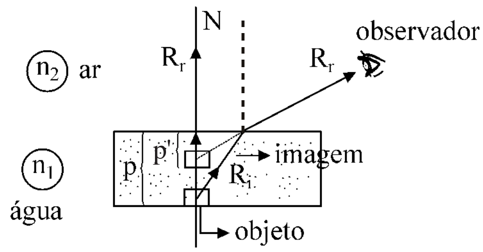
$$\text{sen } L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}33}{1{,}50} = 0{,}887 \rightarrow \text{sen } L = 0{,}887$$

$$L = 62{,}50º$$

Dioptro plano (profundidade aparente)

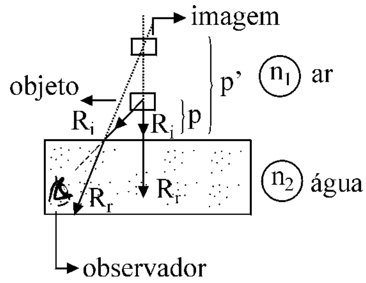
Quando o observador e o objeto estão em meios de índices diferentes $n_1 \neq n_2$, o que o observador vê é a imagem:

– mais próxima se $n_1 > n_2$
– mais afastada se $n_1 < n_2$
$n_1 \rightarrow$ meio onde está o R_i
$n_2 \rightarrow$ meio onde está o R_r



$n_1 > n_2$

$$\boxed{\frac{p'}{p} = \frac{n_2}{n_1}}$$



$n_1 < n_2$

$$\boxed{\frac{p'}{p} = \frac{n_2}{n_1}}$$

Aplicação:

Um objeto é colocado a 2m de profundidade na água cujo índice de refração é $\frac{4}{3}$. Um observador fora da água vê a imagem a que profundidade?

Solução:

$n_1 = n_{H_2O} = \frac{4}{3}$

$n_2 = n_{ar} = 1$

p = 2m

p' = ...

$$\frac{p'}{p} = \frac{n_2}{n_1}$$

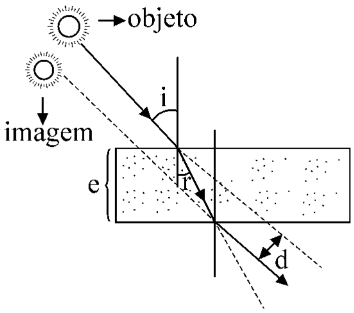
$$\frac{p'}{2} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \rightarrow p' = \frac{2 \cdot 3}{4} = \frac{6}{4} = 1{,}5\text{m}$$

Lâminas de faces paralelas

Ao atravessar uma lâmina de faces paralelas, a luz sofre um deslocamento lateral dado pela expressão:

$$\boxed{d = e\,\frac{\text{sen}\,(i - r)}{\cos r}}$$

Veja:



e → espessura da lâmina
d → desvio lateral
i → ângulo de incidência
r → ângulo de refração

Aplicação:

Um raio de luz incide numa lâmina de vidro de 10mm de espessura com ângulo de incidência de 60º. Determine o desvio lateral que o raio vai sofrer ao atravessar o vidro cujo índice de refração é $\sqrt{3}$ e está imerso no ar.

e = 10 mm
i = 60º
r = ...
d = ...

$$\boxed{n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r}$$

$$n_{ar} \cdot \text{sen } i = n_{vidro} \cdot \text{sen } r$$

$$i \cdot \text{sen}\,60º = \sqrt{3} \cdot \text{sen}\,r$$

$$\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{2} = \cancel{\sqrt{3}} \cdot \text{sen}\,r$$

$$\text{sen}\,r = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{r = 30º}$$

$$\boxed{d = e\,\frac{\text{sen}\,(i - r)}{\cos r}}$$

$$d = 10 \cdot \frac{\text{sen}\,(60º - 30º)}{\cos 30º}$$

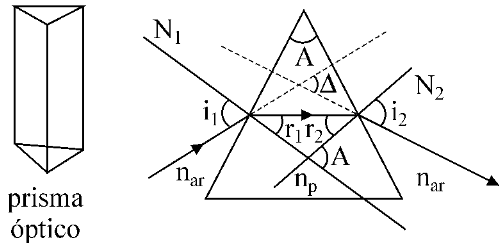
$$d = 10 \cdot \frac{\text{sen}\,30º}{\cos 30º}$$

$$d = 10 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 10 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$d = \frac{10}{1{,}73} = \boxed{5{,}78 \text{ mm}}$$

Prisma óptico de faces não paralelas

Ao atravessar um prisma óptico de faces não paralelas, um raio sofre um duplo desvio ao entrar e ao sair do prisma. Veja:



A → ângulo de refringência do prisma

$$\boxed{A = r_1 + r_2}$$

$$\boxed{\Delta = i_1 + i_2 - A}$$

$$\boxed{n_{ar} \cdot \text{sen } i_1 = n_p \cdot \text{sen } r_1}$$

$$\boxed{n_p \cdot \text{sen } r_2 = n_{ar} \cdot \text{sen } i_2}$$

n_p → índice de refração do prisma
i_1 → ângulo de incidência de entrada
r_1 → ângulo de refração de entrada
r_2 → ângulo de incidência de saída
i_2 → ângulo de refração de saída
N_1 e N_2 → reta normal à face de entrada e de saída
Δ → desvio total sofrido pelo raio ao atravessar o prisma

Aplicação:

Um raio de luz monocromática incide na face de um prisma com $i_1 = 45º$.

O ângulo de refringência do prisma é de 60º e o índice de refração é $\sqrt{2}$. Determine o desvio produzido pelo prisma, que está imerso no ar.

Solução:

Dados:
$i_1 = 45º$
$r_i = ...$
$r_2 = ...$
$A = 60º$
$n_1 = n_{ar} = 1$
$n_2 = n_p = \sqrt{2}$

* Ao entrar no prisma, temos:

$$n_{ar} \cdot \text{sen } i_1 = n_p \cdot \text{sen } r_1$$

$$1 \cdot \text{sen}\,45º = \sqrt{2} \cdot \text{sen}\,r_1$$

$$\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2} = \cancel{\sqrt{2}}\,\text{sen}\,r_1$$

$$\boxed{\text{sen}\,r_1 = \frac{1}{2}} \rightarrow \boxed{r_1 = 30º}$$

* Dentro do prisma, temos:

$$A = r_1 + r_2$$

$$60º = 30º + r_2 \rightarrow \boxed{r_2 = 30º}$$

* Ao sair do prisma, temos:

$$n_p \cdot \text{sen } r_2 = n_{ar} \cdot \text{sen } i_2$$

$$\sqrt{2} \cdot \text{sen}\,30º = 1 \cdot \text{sen}\,i_2$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \text{sen}\,i_2 \rightarrow \boxed{i_2 = 45º}$$

* Cálculo do desvio:

$$\Delta = i_1 + i_2 - A$$

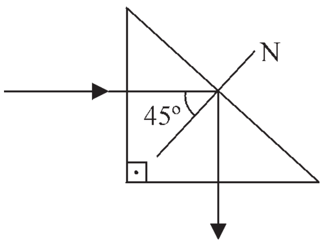
$$\Delta = 45º + 45º - 60º$$

$$\boxed{\Delta = 30º}$$

Quando ocorre como neste problema, onde $\boxed{r_1 = r_2}$ e $\boxed{i_1 = i_2}$, dizemos que o desvio sofrido pelo raio é **mínimo** (desvio mínimo).

Aplicação:

Quando o ângulo de incidência em uma das faces do prisma for maior que o ângulo limite, o prisma funciona como espelho pois ocorre reflexão total. Veja:



Para:

$n_p = 1{,}5$

$n_{ar} = 1 \therefore$ temos:

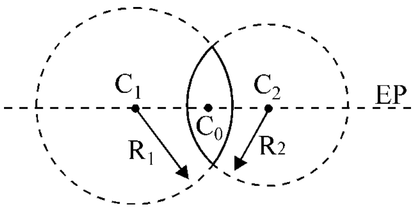
$$\text{sen}\,L = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}67$$

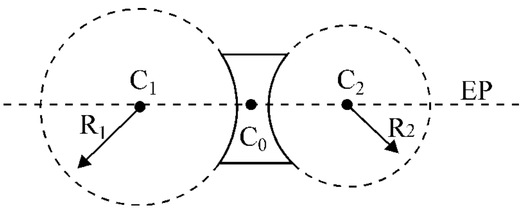
$$\boxed{L = 41{,}8^\circ}$$

Como i = 45° é maior que o L = 41,8° ocorre reflexão total.

7. Lentes e Instrumentos Ópticos

Uma lente esférica é um corpo homogêneo e transparente, limitado por duas superfícies esféricas ou uma esférica e outra plana.

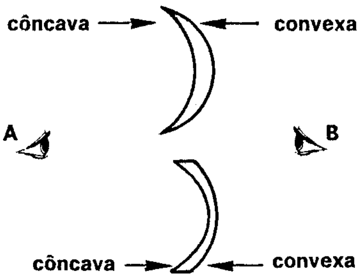




Esse esquema nos permite determinar os elementos geométricos de uma lente:

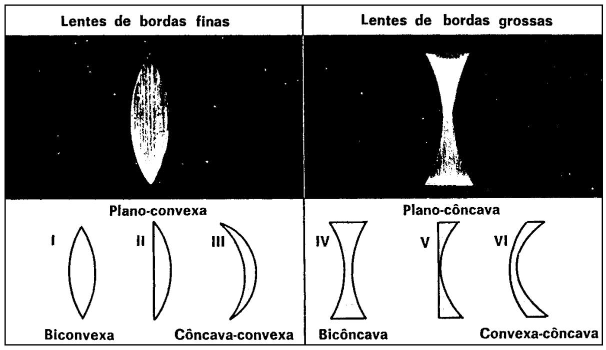
- os **centros de curvatura** das faces (C_1 e C_2);
- os **raios de curvatura** das faces (R_1 e R_2);
- o **eixo principal**, que corresponde à reta que passa pelos centros de curvatura C_1 e C_2;
- o **centro óptico** da lente (C_0), que é o cruzamento entre o eixo principal e a lente delgada.

Ao examinar uma lente, devemos considerar não apenas seus elementos geométricos, mas também suas faces que podem ser **côncavas** ou **convexas**. Assim, no esquema a seguir, o observador A está diante das faces côncavas das lentes, enquanto o observador B está diante das faces convexas.

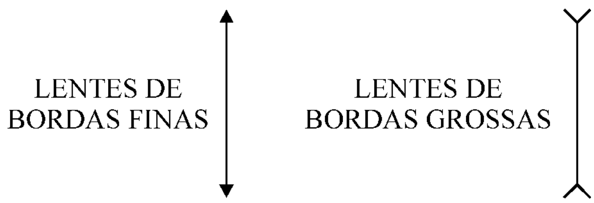


Além de serem de vidro ou plástico, esféricas e estarem imersas no ar, as lentes que vamos estudar têm ainda outra característica: são **lentes delgadas**, ou seja, de pequena espessura.

As lentes delgadas são classificadas de acordo com a espessura de suas bordas, como podemos observar no quadro que segue:

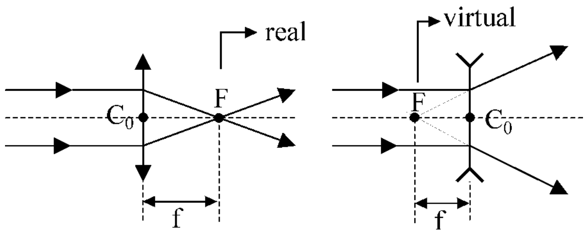


Para simplificar o estudo das lentes, convencionou-se representá-las da seguinte forma:



Lentes convergentes e divergentes

Quando usadas no **ar**, onde $\boxed{n_{lente} > n_{meio}}$, as lentes de bordas finas são convergentes e de bordas grossas, divergentes.

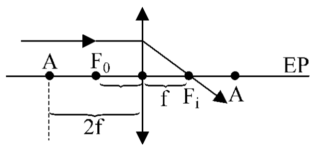


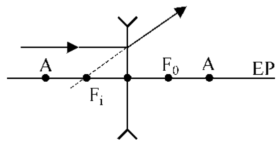
Se $\boxed{n_{lente} < n_{meio}}$, o comportamento inverte.

F $\rightarrow$ foco: ponto de encontro dos raios refratados (foco real) ou do prolongamento destes raios (foco virtual)

f $\rightarrow$ distância focal que vai do foco (F) até o centro óptico (C_0)

Por ser transparente, uma lente funciona nos dois lados dando origem a dois focos com a mesma distância focal.



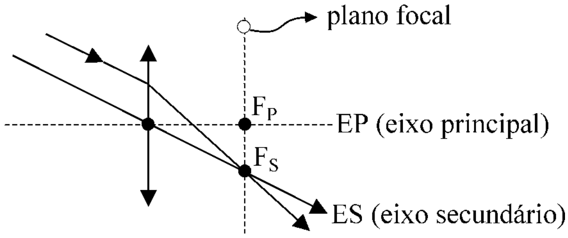


$F_0 \rightarrow$ foco objeto

$F_i \rightarrow$ foco imagem

A $\rightarrow$ ponto antiprincipal; ocorre a uma distância 2f da lente e é usado para obter a formação de imagens

Raios incidentes na lente, paralelos a um eixo secundário (ES), vão determinar, no plano focal, focos secundários. Veja ilustração:



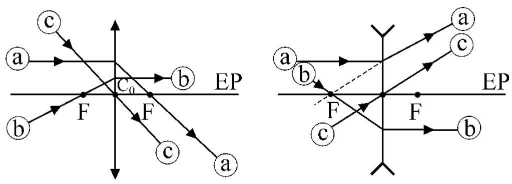
Vejamos alguns **raios** usados para obtermos graficamente as imagens formadas pelas lentes, como ocorreu com os espelhos.

a) Raio que incide na lente paralela ao EP se refrata passando pelo foco (F) ele ou o seu prolongamento.

b) Raio que incide na lente passando pelo foco (F) ele ou o seu prolongamento, se refrata paralelamente ao EP.

c) Raio que incide na lente passando pelo centro óptico (C_0) não sofre desvio.

Veja:

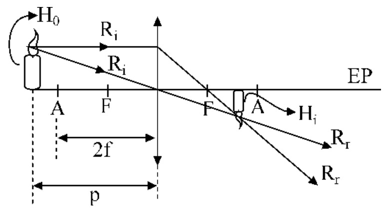


Determinação gráfica de imagens

Ocorrem **5** casos para lentes convergentes e **1** caso para lentes divergentes. Usando os raios vistos, vamos obter as imagens.

Lentes convergentes

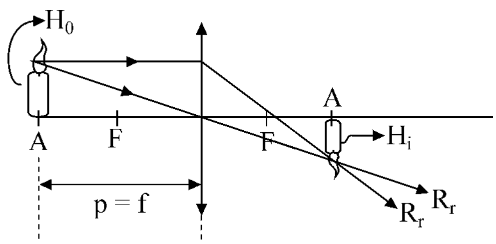
1º caso: o objeto é colocado a uma distância maior do que duas vezes a distância focal, isto é, $\boxed{p > 2f.}$



A imagem é formada pelo ponto de encontro dos raios refratados (imagem real) ou de seus prolongamentos (imagem virtual).

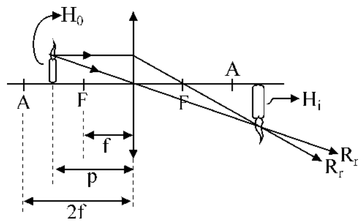
Neste 1º caso, a imagem é:
– real
– invertida
– menor $\boxed{H_i < H_0}$

2º caso: $\boxed{p = 2f}$ Veja:



A imagem é:
– real
– invertida
– igual $\boxed{H_i = H_0}$

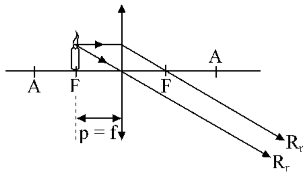
3º caso: $\boxed{f < p < 2f}$ Veja:



A imagem é:
– real
– invertida
– maior

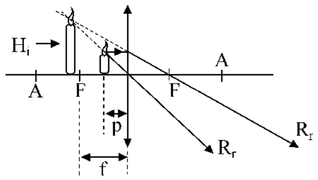
Este caso é utilizado em projetor de slides, filmes, retroprojetor, etc.

4º caso: $\boxed{p = f}$ Veja:



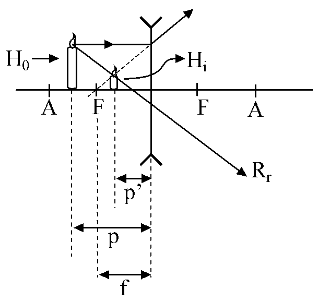
Note que os raios refratados (R_r) são paralelos, não se cruzam e então não há formação de imagem. Diz-se que a imagem é imprópria.

5º caso: $\boxed{p < f}$ Veja:



A imagem é:
– virtual: pois foi determinada pelo prolongamento dos R_r
– direita
– maior $\boxed{H_i > H_0}$
Este caso é utilizado como lupa.

Lentes divergentes: único caso
Em qualquer lugar que se coloque o objeto, as características da imagem são sempre as mesmas. Veja:



A imagem é:
– virtual
– direita
– menor $\boxed{H_i < H_0}$

Equações de Gauss para as lentes e outras.

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}} \qquad \boxed{A = \frac{-p'}{p} \qquad A = \frac{H_i}{H_0}}$$

$$\boxed{V = \frac{1}{f}} \qquad \boxed{V = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

↳ equação dos fabricantes de lentes

Cuidados e convenções de sinais ao usar as equações

V → vergência ou convergência, fornece o "grau" da lente que denominamos de dioptria (d_i). Ao calcular a vergência, a distância focal (f) deve estar em metros.

$$\left.\begin{matrix} V > 0 & (+) \\ f > 0 & (+) \end{matrix}\right\} \text{para lente convergente}$$

$$\left.\begin{matrix} V < 0 & (-) \\ f < 0 & (-) \end{matrix}\right\} \text{para lente divergente}$$

$R > 0$ (+) → para faces convexas

$R < 0$ (–) → para faces côncavas

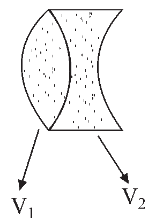
$$\left.\begin{matrix} p' > 0 & (+) \\ A < 0 & (-) \end{matrix}\right\} \text{para imagem real}$$

$$\left.\begin{matrix} p' < 0 & (-) \\ A > 0 & (+) \end{matrix}\right\} \text{para imagem virtual}$$

Associação de lentes

Normalmente, aparelhos como microscópio, luneta, máquina fotográfica, projetores, pessoa usando óculos, etc. usam uma associação de lentes que podem ser:

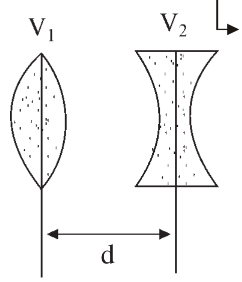
1º) Justapostas: $\boxed{V = V_1 + V_2}$
↳ vergência resultante



$$V_1 = \frac{1}{f_1}$$

$$V_2 = \frac{1}{f_2}$$

2º) Separadas: $\boxed{V = V_1 + V_2 - V_1 \cdot V_2 \cdot d}$
↳ Vergência resultante



Aplicação 1:
* O olho humano e dos animais é uma lente convergente que pode ser associada a outra lente para correção da visão, como:
Miopia: correção com lente divergente;

Hipermetropia: correção com lente convergente;
Presbiopia: ou vista cansada, correção com lente convergente;
Astigmatismo: correção com lentes cilíndricas com efeito convergente.

* **Microscópio**: duas lentes convergentes separadas.
* **Luneta**: duas lentes convergentes separadas.
* **Projetores**: basta uma lente – 3º caso.
* **Máquina fotográfica**: lentes convergentes e divergentes.

Aplicação 2:

Um objeto de 6 cm de altura é colocado a 60 cm de uma lente convergente de distância focal 20 cm. Determine:

a) p' = ... c) H_i = ...
b) A = ... d) V = ...

Solução:
Trata-se do 1º caso pois:

$$\begin{cases} f = +20\,\text{cm (positivo, pois é convergente)} \\ p = 60\ ;\ H_0 = 6\ \text{cm} \end{cases}$$

→ p > 2f: imagem **real**, **invertida** e menor.

a) $\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'} \Rightarrow$

$$\frac{3p'}{\cancel{60p'}} = \frac{p'+60}{\cancel{60p'}} \Rightarrow 2p' = 60 \rightarrow \boxed{p' = 30\,\text{cm}}$$

O sinal positivo indica imagem real

b) $\boxed{A = \frac{-p'}{p}} \Rightarrow A = \frac{-30\,\text{cm}}{60\,\text{cm}} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{2}}$

O sinal negativo indica imagem real e invertida

c) $\boxed{A = \frac{H_i}{H_0}} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{H_i}{6} \Rightarrow \boxed{H_i = -3\,\text{cm}}$

O sinal negativo só indica que a imagem é invertida

d) $\boxed{V = \frac{1}{f}} \Rightarrow V = \frac{1}{0{,}2\,\text{m}} \Rightarrow \boxed{V = 5\ \text{di}}$

ou 5 graus

Aplicação 3:

Duas lentes de distância focal 20 cm e –10 cm são associadas. Qual a convergência da associação, quando:
a) justapostas.
b) separadas de 5 cm.

Solução:

a) $\boxed{V_1 = \frac{1}{f_1}} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{0{,}20\,\text{m}} = 5\,\text{di}$

$\boxed{V_2 = \frac{1}{f_2}} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{-0{,}10\,\text{m}} = -10\,\text{di}$

$\boxed{V = V_1 + V_2} \Rightarrow V = 5\ \text{di} - 10\ \text{di} \Rightarrow \boxed{V = -5\ \text{di}}$

b) $V = V_1 + V_2 - V_1 \cdot V_2 \cdot d$

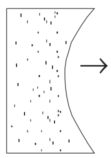
$V = 5 - 10 - (5) \cdot (-10) \cdot 0{,}05$

$V = -2{,}5$ di

Aplicação 4:

Uma lente plano-côncava, com índice de refração igual a 1,5 e raio da face côncava de 10 cm, está imersa no ar. Determine:
a) a convergência da lente;
b) a distância focal da lente.

Solução:
a) $R_1 = \infty$ (face plana tem raio infinito)
$R_2 = -10$ cm (negativo por ser face côncava)
$n_{ar} = 1$
$n_{lente} = 1{,}5$



→ plano-côncava é lente de bordas grossas

$$V = \left(\frac{n_{lente}}{n_{meio}} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$V = \left(\frac{1{,}5}{1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{0{,}1}\right) \text{ como } \frac{1}{\infty} = 0$$

$$V = (0{,}5) \cdot \left(\frac{-1}{0{,}1}\right) \Rightarrow \boxed{V = -5\ \text{di}}$$

b) $\boxed{V = \frac{1}{f}} \rightarrow f = \frac{1}{V} = \frac{1}{\frac{-5}{m}} = \frac{-1m}{5} = -0{,}2m$ ou

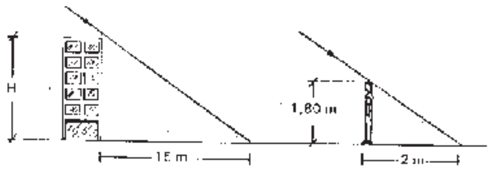
$\boxed{f = -20\ \text{cm}}$

EXERCÍCIOS

ÓPTICA

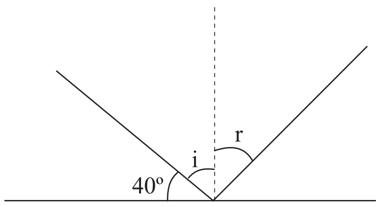
1. (UC-PR) O sol se encontra a 150.000.000 km da terra. Determine o tempo que a luz do sol gasta para chegar ao nosso planeta, sendo de 300.000 km/s a velocidade da luz no vácuo.

2. (UFSCAR-SP) Um prédio projeta no solo uma sombra de 15m de extensão no instante em que uma pessoa de 1,80m projeta uma sombra de 2m. Determine a altura do prédio.



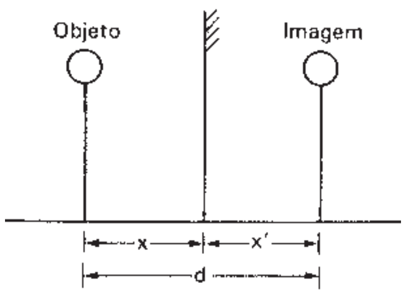
3. (UF-RJ) Têm-se três cartões, um branco, um vermelho e um azul. Como se apresentam esses cartões num ambiente iluminado pela luz vermelha?
a) Branco e vermelho se apresentam amarelos e o cartão azul se apresenta preto.
b) Branco e vermelho se apresentam vermelhos e o cartão azul se apresenta preto.
c) O cartão azul se apresenta vermelho e os cartões branco e vermelho se apresentam na cor azul.
d) O cartão azul se apresenta preto e os cartões branco e vermelho se apresentam na cor laranja.

4. (UF-BA) Um raio luminoso forma com a superfície plana na qual incide um ângulo de 40º. Determine o ângulo de reflexão desse raio.

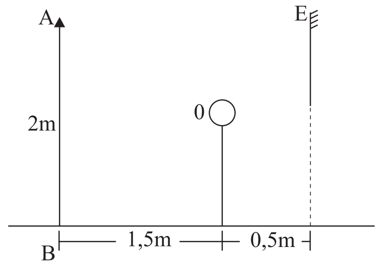


5. O raio refletido por uma superfície plana forma um ângulo de 30º com ela. Determine o ângulo de incidência desse raio.

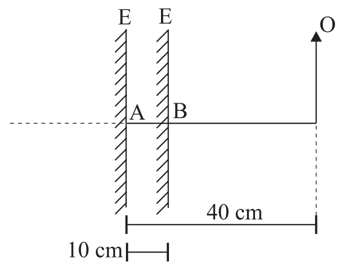
6. (UF-RS) Um objeto se encontra a 20 cm de um espelho plano vertical. A que distância do objeto se forma a imagem fornecida pelo espelho?



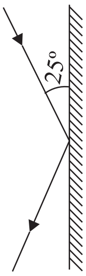
7. (UFSCAR-SP) O observador O está olhando para a imagem A'B' do objeto AB fornecida pelo espelho plano E. Trace os raios luminosos que permitem ao observador ver essa imagem. Determine o tamanho mínimo do espelho para que isso seja possível.



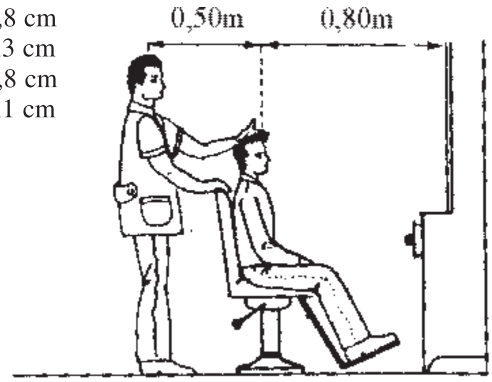
8. (PUC-RS) Um espelho plano E fornece uma imagem de um objeto O quando posto na posição A. Deslocando o espelho para a posição B e mantendo a posição do objeto O, a distância entre a antiga e a nova imagem passa a ser de:
a) 10 cm
b) 20 cm
c) 30 cm
d) 40 cm
e) 50 cm



9. (UF-PI) A figura representa um raio de luz que incide num espelho plano e por ele é refletido. Os ângulos de incidência e reflexão desse raio de luz são, respectivamente:
a) 25º e 25º
b) 25º e 65º
c) 65º e 65º
d) 65º e 25º
e) 90º e 90º



10. (Cesgranrio-RJ) Sentado na cadeira da barbearia, um rapaz olha no espelho a imagem do barbeiro, em pé atrás dele. As dimensões relevantes são dadas na figura. A que distância (horizontal) dos olhos do rapaz fica a imagem do barbeiro?
a) 1,0 cm
b) 1,8 cm
c) 1,3 cm
d) 0,8 cm
e) 2,1 cm

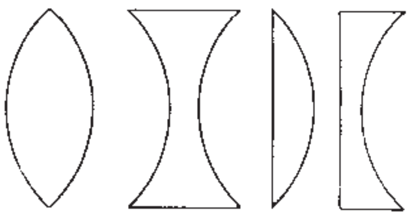


11. (UF-MA) Um espelho esférico côncavo cujo raio de curvatura vale 60 cm fornece uma imagem real e invertida com altura de 6 cm de um objeto real de altura de 2 cm. Determine a abscissa do objeto.

12. (UE-CE) O índice de refração de um meio transparente é de 1,5. A velocidade da luz no vácuo é 3.10^5 km/s. Determine a velocidade da luz no meio em questão.

13. (OSEC-SP) Uma brincadeira comum é queimar uma folha de papel concentrando sobre ela os raios solares que atravessam uma lente de vidro. Pergunta-se:
I) Que lentes podem ser usadas para essa brincadeira e como se classificam em vista de seu comportamento óptico?
II) Como se chama o ponto no qual se concentram os raios luminosos após atravessarem a lente?
a) biconvexa, côncavo-convexa, lentes convergentes e foco
b) bicôncova e foco
c) plano-côncova e lente

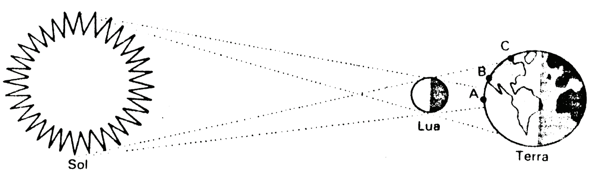
14. (UF-MG) Qual ou quais das lentes de vidro esquematizadas poderiam ser utilizadas para acender um cigarro concentrando a luz do sol?



15. (UF-RS) Determine a vergência de uma lente delgada convergente cuja distância focal vale 20 cm.

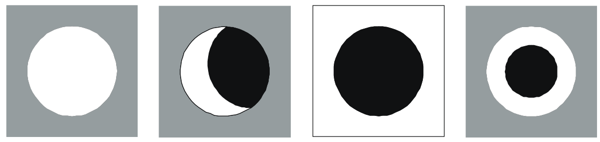
Este enunciado refere-se aos exercícios 16 a 18

A figura mostra um eclipse solar. Três pessoas olham na direção do Sol: uma do ponto **A**, uma do ponto **B** e uma do ponto **C**. Os observadores utilizam filtros para não ferir a retina (por exemplo, alguns negativos de filme fotográfico queimado sobrepostos).

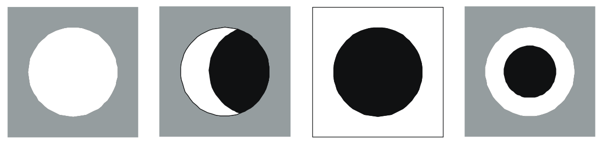


16. Qual das opções representa o que é observado do ponto **A**?

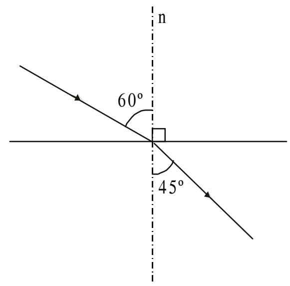
17. Qual das opções representa o que é observado do ponto **B**?



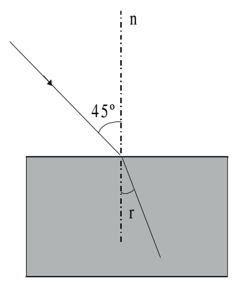
18. Qual das opções representa o que é observado do ponto **C**?



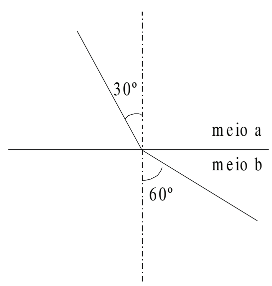
19. A figura representa um raio de luz que passa do ar para outro meio. Determine o índice de refração desse novo meio.



20. Sobre uma lâmina transparente de índice de refração $\sqrt{2}$ incide um raio luminoso sob um ângulo de 45º com a normal. Qual o valor do ângulo de refração?

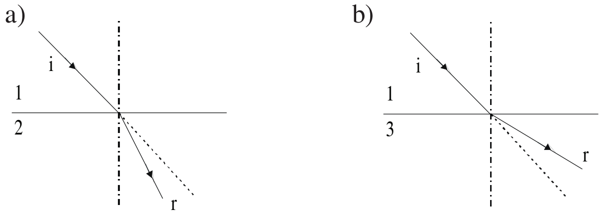


21. Um raio de luz atravessa a superfície de separação de dois meios transparentes, **a** e **b**. O índice de refração absoluto do meio **b** é $\sqrt{2}$.



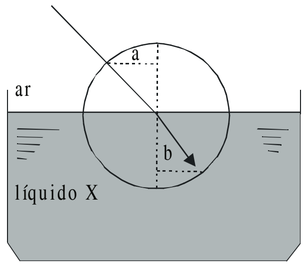
a) Qual dos meios é mais refringente?
b) Qual o índice de refração do meio **a** em relação ao meio **b**?
c) Qual o índice de refração absoluto do meio **a**?

22. (Fuvest-SP) As figuras **a** e **b** indicam os raios de luz incidente **i** e refratado **r** na interface entre um meio 1 e os meios 2 e 3, respectivamente.

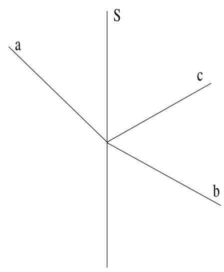


a) Represente graficamente a refração de um raio de luz que passa do meio 2 para o meio 3.
b) Um desses três meios é o vácuo. Qual deles? Justifique.

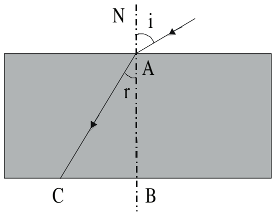
23. Numa experiência, faz-se um feixe luminoso passar do ar para um líquido transparente X. Através de um disco vertical, foram medidas as distâncias:
a = 30cm
b = 20cm
Qual o índice de refração do líquido X?



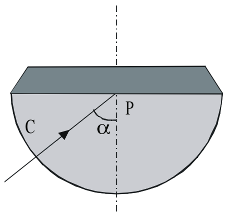
24. (Fuvest-SP) Um raio luminoso atinge a superfície de separação S entre dois meios transparentes, sofrendo reflexão e refração. A figura mostra o fenômeno sem indicar as orientações dos raios. Podemos afirmar que as semi-retas **a**, **b** e **c** representam, respectivamente, os raios de:
a) incidência, refração e reflexão;
b) refração, incidência e reflexão;
c) reflexão, refração e incidência;
d) incidência, reflexão e refração;
e) reflexão, incidência e refração.



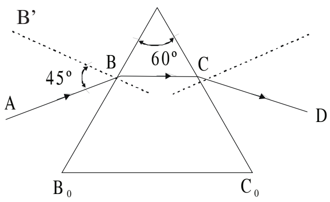
25. Um raio luminoso atinge o ponto **A** de uma placa de vidro transparente, de índice de refração igual a 1,5 e espessura de 1,2 cm, segundo o esquema. A linha NAB é normal à superfície. Sendo o ângulo **r** de 30º, pergunta-se:
a) Qual o valor da distância BC?
b) Qual o valor do seno de **i**?



26. Para a determinação do índice de refração n_1 de uma lâmina fina de vidro L, foi usado o dispositivo da figura, em que C representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração $n_2 = 1{,}80$. Faz-se incidir no ponto P um feixe fino de luz monocromática, sob um ângulo α, no mesmo plano do papel. Observa-se que, para $\alpha > 45º$, o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de n_1?



27. A figura representa o trajeto ABCD de um raio luminoso que incide num prisma (mergulhado no ar) segundo um ângulo de 45º com a normal BB', percorre-o internamente segundo BC, paralelo a B_0C_0, e sai desviado de um certo número de graus em relação à direção original. Calcular o valor do índice de refração do prisma.



28. Um prisma óptico tem como secção principal um triângulo retângulo isósceles e encontra-se imerso no ar. Qual o valor mínimo do índice de refração do prisma para que um raio luminoso, que incide perpendicularmente a uma das faces menores, sofra reflexão total no interior do prisma?

CAPÍTULO 6
ELETRICIDADE
E
ELETROMAGNETISMO

Estuda os fenômenos elétricos, basicamente relacionados às cargas dos prótons, dos elétrons, dos cátions e ânions.

Eletrostática: Estuda as propriedades das cargas em repouso e de corpos eletrizados. A carga elétrica é uma propriedade de certas partículas interagirem.

1. Conceitos Básicos

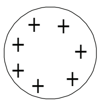
Carga elementar (e): É a carga de um próton (+) ou de um elétron (–) que, por terem comportamentos contrários, possuem sinal contrário.

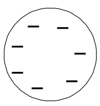
Unidade de carga: A quantidade de carga do elétron ou do próton ou de um corpo eletrizado é dada em Coulomb (C) e representaremos por **Q** ou **q**.
Ex.: Q = 4C; q = –2C etc.

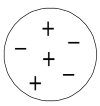
A carga do próton é em módulo igual a carga do elétron e vale $1{,}6 \cdot 10^{-19}$C.

$q = e = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}C$
→ carga elementar

Corpo eletrizado: um átomo é uma partícula neutra, isto é, o número de cargas positivas é igual ao número de cargas negativas. Ao perder ou receber elétrons, o átomo se **eletriza** ficando um **íon**; cátion (+) se perdeu elétrons e ânion (–) se ganhou elétrons. O mesmo ocorre com os corpos, onde:


→ eletrizado positivamente, nº + > nº –


→ eletrizado negativamente, nº + < nº –


→ neutro, nº + = nº –

Aplicação:
Para formar **1 Coulomb** de carga, são necessárias quantas cargas elementares (prótons ou elétrons)?

Q = 1C
$q = e = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}C$
n = ...
$\boxed{Q = n \cdot e}$

$1\cancel{C} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \cancel{C} \cdot n$

$$n = \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}625 \cdot 10^{19} =$$

$6{,}25 \cdot 10^{18}$ cargas elementares

Logo: $\boxed{\begin{array}{l} 1e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}C \\ 1C = 6{,}25 \cdot 10^{18} \text{ cargas elementares} \end{array}}$

– Sub-unidades do Coulomb
1 C → um Coulomb
1 mC → 10^{-3} C → mili-Coulomb
1 μC → 10^{-6}C → micro-Coulomb
1 nC → 10^{-9}C → nano-Coulomb
1 pC → 10^{-12}C → pico-Coulomb

Exemplo: $Q = 2\mu C = 2 \cdot 10^{-6}C$
$Q = -3nC = -3 \cdot 10^{-9}C$

2. Condutores e Isolantes

Condutores: substâncias que permitem o movimento ordenado de cargas, o que constitui a corrente elétrica. São elas:
- **Sólidos**: os metais, ouro, cobre, alumínio, etc.
- **Líquidos**: as soluções iônicas, como água salgada, corpo humano, seiva das árvores, etc.
- **Gases**: gases em baixa pressão: Ex.: lâmpada fluorescente, etc.

Isolantes: não permitem o movimento ordenado de cargas. São elas:
- **Sólidos**: vidro, borracha, plástico, cerâmicas, etc.
- **Líquidos**: água pura, soluções moleculares como álcool, gasolina, etc.
- **Gases**: gases em alta pressão como o ar atmosférico.

Os **semicondutores** têm propriedades intermediárias entre os condutores e os isolantes. Ex.: silício-germânio, etc.
Os **supercondutores** são substâncias que em outras condições de temperatura são ótimos condutores.

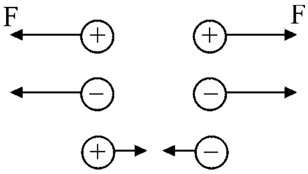
Constituição da corrente:
– Nos sólidos é de elétrons (–)
– Nos líquidos é de íons cátions (+) e ânions (–)
– Nos gases é de íons cátions (+) e ânions (–)

Observe que **nunca** é de **prótons** (+), devido ao fato de estes estarem presos no núcleo do átomo.

3. Princípios da Eletrostática

1º) Princípio da atração e repulsão

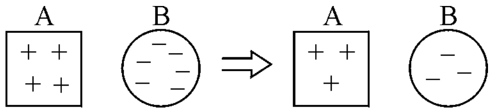
"Cargas de mesmo sinal se repelem e de sinais contrários se atraem."



2º) Princípio da conservação das cargas elétricas

"Dois ou mais corpos isolados, ao trocarem cargas entre si, não alteram a soma algébrica total de sua quantidade de carga."

Exemplo:



$q_A = 3C$ $\quad q_B = -6C$ $\qquad q'_A = 1C$ $\quad q'_B = -4C$

antes $\qquad\qquad$ depois

$$q_A + q_B \qquad\qquad q'_A + q'_B$$

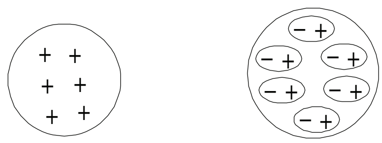
$$\underbrace{3C - 6C}_{-3C} = \underbrace{1C - 4C}_{-3C}$$

4. Fenômeno da Indução e da Polarização Eletrostática

Indução eletrostática ocorre quando aproximamos um **condutor** neutro de um corpo eletrizado, onde o neutro sofre **uma separação** de cargas devido a ação do eletrizado. Veja:

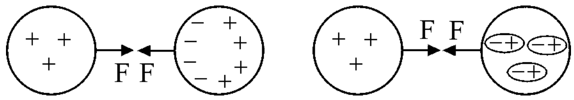
eletrizado (indutor) $\qquad$ neutro condutor (induzido)

Polarização eletrostática ocorre quando aproximamos um **isolante** neutro de um corpo eletrizado, onde o neutro sofre **uma orientação** de suas cargas devido à ação do eletrizado. Veja:



eletrizado (indutor) $\qquad$ neutro isolante (induzido)

O fenômeno da indução e da polização explicam porque ocorre atração entre um corpo **eletrizado** e um corpo **neutro** induzido.

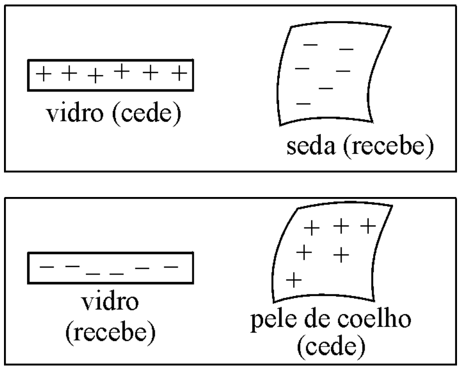


Note que: No condutor, as cargas se deslocam, e no isolante, se orientam.

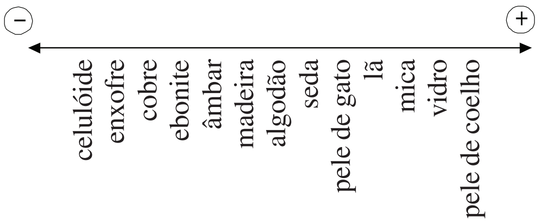
5. Processos de Eletrização: como eletrizar um corpo?

1º) Por atrito

Quando atritamos corpos de natureza diferente, um cede elétrons e o outro recebe, se eletrizando com cargas de sinais contrários. Exemplo:

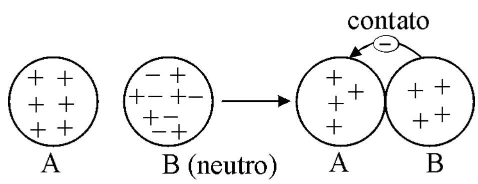


– Note que o mesmo vidro que com a seda se eletriza positivamente, com a pele de coelho se eletriza negativamente.
– Para se conhecer os sinais das cargas elétricas dos corpos após o atrito, faz-se uso de uma tabela que ordena os materiais, denominada de série **triboelétrica** a seguir.

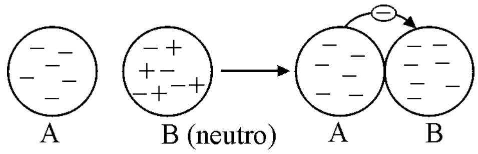


2º) Por contato

Um corpo condutor neutro, ao ser posto em contato com um condutor eletrizado, eletriza-se com carga de mesmo sinal. Veja:



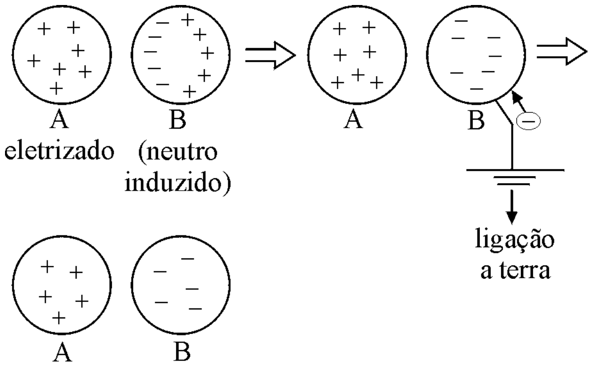
– Passou elétrons do neutro para o eletrizado, já que os prótons não se deslocam.



– Passou elétrons do eletrizado para o neutro.

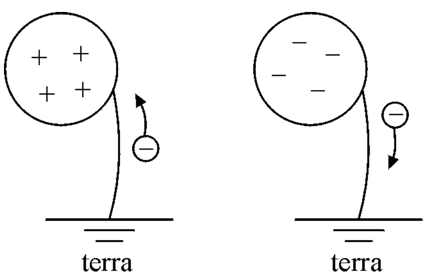
3º) Eletrização por indução

Um corpo **A** eletrizado é **aproximado** de um corpo **B**, condutor neutro, que sofre indução eletrostática e, ao ser ligado a terra, eletriza-se com carga de sinal contrário ao de **A**, assim permanecendo se retirada a ligação a terra e afastados **A** e **B**. Veja:



Observações:

- Na descarga entre corpos e substâncias, sempre passa carga do corpo que tiver maior densidade de **íons** ou **elétrons** para o que tiver menos. Exemplo: Entre dois corpos positivos passam elétrons do menos positivo para o mais positivo, já que os prótons não se deslocam.
- Na descarga entre nuvem e chão ou chão e nuvem (raio-relâmpago), a descarga **inicial** pode ocorrer da nuvem para o chão, se a nuvem estiver eletrizada negativamente e, do chão para a nuvem, se a nuvem estiver eletrizada positivamente. Devido à ionização do ar, após a descarga inicial, ocorre um vaivém de íons.
- Um prédio com pára-raios vai ocasionar mais descargas, porém em lugar seguro.
- Um corpo eletrizado não-esférico tem maior concentração de cargas nas pontas (poder das pontas) devido à repulsão entre as cargas.
- A terra é considerada um corpo neutro, tanto podendo **ceder** ou **receber** elétrons.

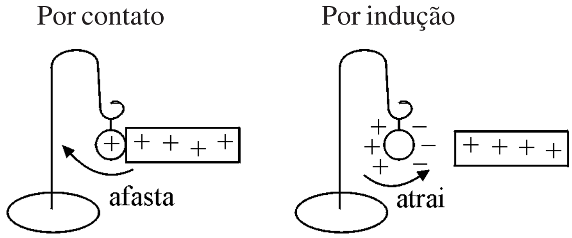


6. Eletroscópios

São dispositivos utilizados para detectar se um corpo está ou não eletrizado. Tem dois tipos:

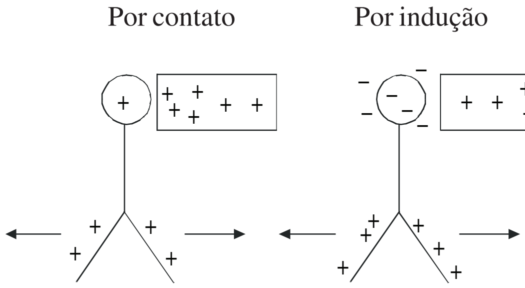
1º) Pêndulo elétrico

Quando posto em contato com um corpo eletrizado, se eletriza e se afasta, se só aproximado, sofre indução e é atraído. Veja:



2º) Eletroscópio de folhas

Quando posto em contato com um corpo eletrizado, o eletroscópio se eletriza e as lâminas se afastam, se só aproximado o eletroscópio sofre indução e as lâminas também se afastam. Veja:



7. Lei de Coulomb

A força de interação entre cargas é:

- diretamente proporcional ao produto das cargas $\boxed{F \,\alpha\, Q_1 \cdot Q_2}$;
- inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa as cargas $\boxed{F \,\alpha\, \frac{1}{d^2}}$;
- depende, ainda, do **meio** onde as cargas se encontram, que determina a constante de proporcionalidade (K), denominada de constante eletrostática, onde:

No vácuo e ar seco $k = K_0 = 9 \cdot 10^9 \, \frac{N \cdot m^2}{C^2}$

Na água vale $K = 1{,}1 \cdot 10^8$

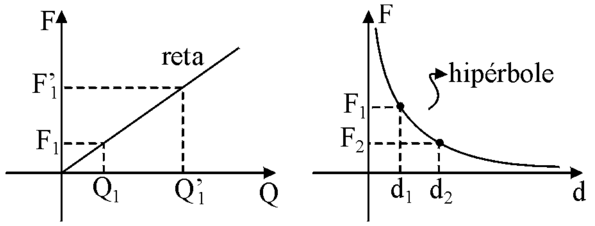
No etanol vale $K = 3{,}6 \cdot 10^8$

No polietileno vale $K = 3{,}6 \cdot 10^9$, etc.

Logo: $\boxed{F = K \frac{Q_1 Q_2}{d^2}}$

Lembre que força (F) é grandeza vetorial, tem vetor, isto é, tem direção e sentido, e ao calcular a intensidade da força, o sinal da carga não vai para a fórmula. O sinal é usado para traçar os vetores.

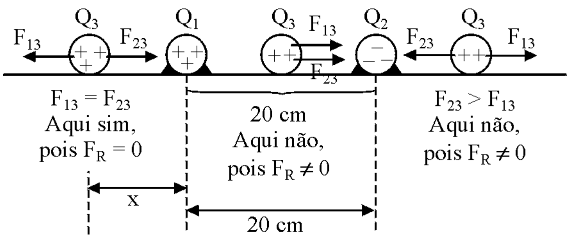
Graficamente, temos:



Aplicação 1:

Determine graficamente e analiticamente, caso houver, a posição sobre a reta que passa pelas cargas Q_1 e Q_2 onde uma terceira carga Q_3 fica em equilíbrio, se:

$Q_1 = 4 \cdot 10^{-3}C$
$Q_2 = -9 \cdot 10^{-3}C$
$Q_3 = 6 \cdot 10^{-3}C$



$d_{13} = x$
$d_{23} = 20 + x$

$F_{13} = F_{23}$

$$\cancel{K} \cdot \frac{Q_1 \cancel{Q_3}}{d_{13}^2} = \cancel{K} \cdot \frac{Q_2 \cancel{Q_3}}{d_{23}^2} \Rightarrow \frac{4 \cdot \cancel{10^{-3}}}{x^2} = \frac{9 \cdot \cancel{10^{-3}}}{(20+x)^2}$$

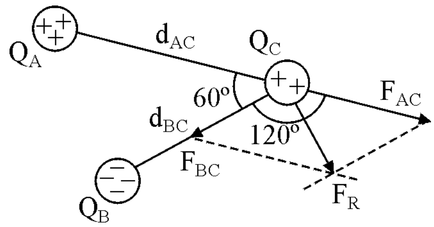
$$\sqrt{\frac{4}{x^2}} = \sqrt{\frac{9}{(20+x)^2}} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{20+x} \Rightarrow 3x = 40 + 2x$$

$$\boxed{x = 40 \text{ cm}}$$

Logo, a carga Q_3 fica em equilíbrio a 40 cm a esquerda de Q_1.

Aplicação 2:

Determine a força que $Q_A = 2\mu C$, $Q_B = 4\mu C$ exerce em $Q_C = 9 \cdot 10^{-6}C$ na ilustração a seguir, onde:



$K = 9 \cdot 10^9$
$d_{AC} = 30 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-1}m$
$d_{BC} = 20 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-1}m$

$$\cos 60° = \frac{1}{2}$$

$$\cos 120° = \frac{-1}{2}$$

Usando a lei dos cossenos determinaremos (F_R)

$$F_R = \sqrt{F_{AC}^2 + F_{BC}^2 + 2F_{AC} \cdot F_{BC} \cdot \cos\theta}$$

$$F_{AC} = K\frac{Q_A Q_C}{d_{AC}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2} = 1{,}8N$$

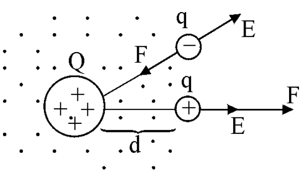
$$F_{BC} = K\frac{Q_B \cdot Q_C}{d_{BC}^2} = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 8{,}1N$$

$$F_R = \sqrt{(1{,}8)^2 + (8{,}1)^2 + \cancel{2} \cdot 1{,}8 \cdot 8{,}1 \cdot \left(\frac{-1}{\cancel{2}}\right)}$$

$$F_R = \sqrt{3{,}24 + 65{,}61 - 14{,}58} = \sqrt{54{,}27} = \boxed{7{,}37N}$$

8. Campo Elétrico (E)

Assim, como massa cria campo gravitacional, ímã cria campo magnético. Uma **carga** ou corpo eletrizado cria **campo elétrico** no espaço em torno dela, onde, se outra carga for posta nesta região, fica sujeita à ação de uma força de origem elétrica.



$$E = \frac{F}{q} = \frac{F'}{q'} = \frac{F''}{q''} = ... = cte$$

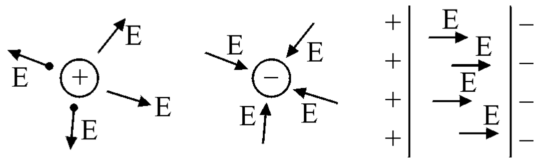
Q → carga que cria o campo
q → carga que sofre a ação do campo

A razão entre a **F** e a **q** resulta em uma **constante** que caracteriza aquele ponto do espaço e que denominamos de campo elétrico (E).

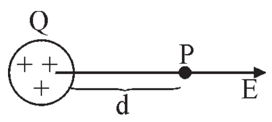
$$\boxed{E = \frac{F}{q} \begin{matrix} \rightarrow N \\ \rightarrow C \end{matrix}} \left.\right\} \text{campo dado em N/C}$$

O campo elétrico (E), assim como força (F), são grandezas vetoriais, isto é, tem direção e sentido e ao calcular (E), o sinal da carga não vai para a fórmula.

O sentido do vetor campo $(\vec{E})$ diverge das cargas positivas e converge para as cargas negativas, veja:



Campo criado por uma carga puntiforme num ponto (P).

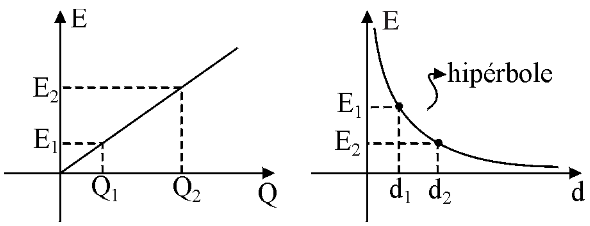


$$F = K\frac{Qq}{d^2}$$

$$E = \frac{F}{q} = \frac{K\frac{Q\cancel{q}}{d^2}}{\cancel{q}} = K\frac{Q}{d^2}$$

$$\boxed{E = \frac{KQ}{d^2}} \quad K = 9 \cdot 10^9\,\frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

Note que o campo é diretamente proporcional a carga e inversamente proporcional ao quadrado da distância. Graficamente, temos:



$\boxed{E \ \alpha \ Q}$ $\boxed{E \ \alpha \ \frac{1}{d^2}}$

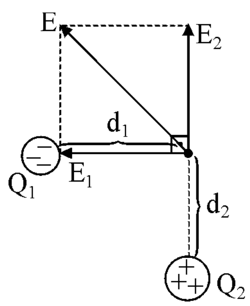
Prática 1:

Determine o campo resultante no ponto **P** criado por Q_1 e Q_2 se:

$Q_1 = 4\mu C$ $d_1 = 20$ cm $= 2 \cdot 10^{-1}$ m

$Q_2 = 6\mu C$ $d_2 = 30$ cm $= 3 \cdot 10^{-1}$ m

$$K = 9 \cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}$$



$$E_1 = \frac{KQ_1}{d_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 9 \cdot 10^5 N/C$$

$$E_2 = \frac{KQ_2}{d_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2} = 6 \cdot 10^5 N/C$$

Usando Pitágoras

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

$$E = \sqrt{(9 \cdot 10^5)^2 + (6 \cdot 10^5)^2}$$

$$E = \sqrt{81 \cdot 10^{10} + 36 \cdot 10^{10}}$$

$$E = \sqrt{117 \cdot 10^{10}}$$

$$E = 10{,}82 \cdot 10^5\,\frac{N}{C}$$

Prática 2:

Determine gráfica e analiticamente um ponto sobre a reta que passa por Q_1 e Q_2 onde o campo é nulo, caso houver, no esquema a seguir:

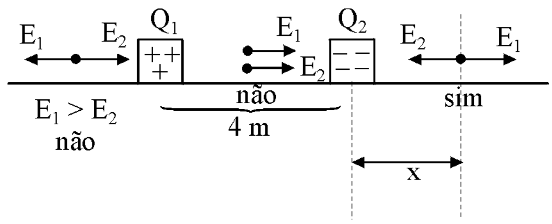
$Q_1 = 4\mu C$

$Q_2 = -2\mu C$

$$\boxed{E = \frac{KQ}{d^2}}$$

$d_1 = 4 + x$

$d_2 = x$



$E_1 = E_2$

$$\frac{\cancel{K}Q_1}{d_1^2} = \frac{\cancel{K}Q_2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{4 \cdot \cancel{10^{-6}}}{(4+x)^2} = \frac{2 \cdot \cancel{10^{-6}}}{x^2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{2}{(4+x)^2}} = \sqrt{\frac{1}{x^2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1{,}41}{4+x} = \frac{1}{x} \rightarrow 1{,}41x = 4 + x$$

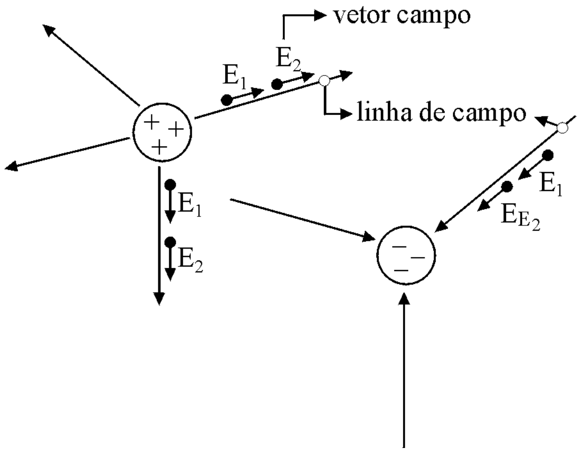
$$0{,}41\,x = 4 \rightarrow \quad x = \frac{4}{0{,}41} = 9{,}76\,m$$

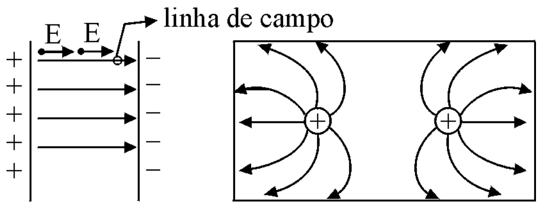
$x = 9{,}76$ m

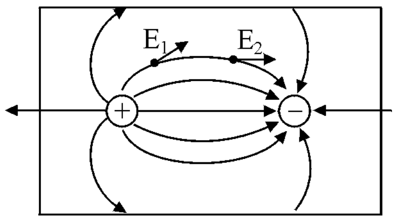
9. Linhas de Força ou Linhas de Campo

São linhas que partem de cargas positivas e chegam nas cargas negativas e representam a trajetória percorrida por uma carga teste positiva (+), abandonada dentro do campo. Representam, também, o comportamento do vetor campo na região em questão.

Veja:

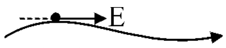




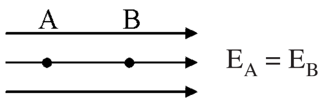


Propriedades das linhas de campo

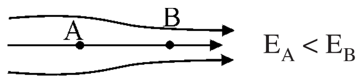
– os vetores campo são tangentes as linhas de campo.



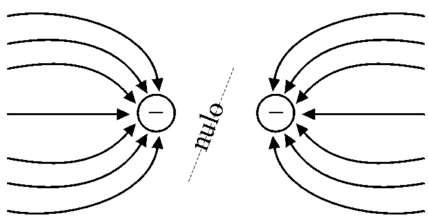
– linhas paralelas indicam campo elétrico uniforme, constante.



– quanto mais próximas as linhas, mais intenso é o campo.



– ausência de linhas numa região indica campo nulo.



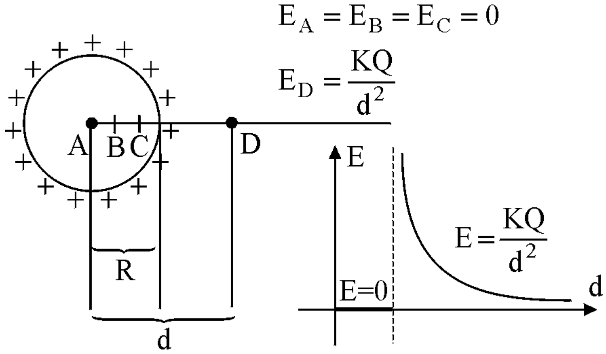
– as linhas não se cruzam.

10. Campo dentro de um Condutor Esférico

Como as cargas, devido à repulsão entre elas, localizam-se na superfície externa, o campo **dentro** é nulo, num condutor em equilíbrio eletrostático.

$$E_A = E_B = E_C = 0$$

$$E_D = \frac{KQ}{d^2}$$



Este é o motivo pelo qual ficar dentro de um carro em dia de tempestade é seguro e morar dentro de uma casa de metal é mais seguro do que numa casa de madeira, no caso de uma descarga elétrica. Denominamos a este fenômeno de blindagem eletrostática ou Gaiola de Faraday.

Rigidez dielétrica: é o maior valor do campo elétrico que pode ser aplicado a um isolante sem que ele se torne condutor.

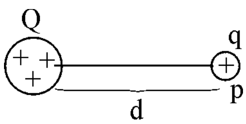
Exemplo:

vidro pirex: $E = 14 \cdot 10^6$ N/C

ar: $E = 3 \cdot 10^6$ N/C $\rightarrow$ até este valor o ar é isolante

11. Potencial ou Voltagem

É a capacidade que 1C (um Coulomb) de carga tem de liberar energia ou produzir trabalho devido à sua posição dentro do campo elétrico.



potencial no ponto P

$$\boxed{V_P = \frac{E_P}{q}} \begin{matrix} \rightarrow \text{Joules (J)} \\ \rightarrow \text{Coulomb (C)} \end{matrix} \Big\} \text{ Volts (V)}$$

$$\boxed{E_P = V_P \cdot q}$$

Uma carga adquire energia potencial (E_P) quando é feito um trabalho sobre ela, onde o trabalho (τ) se converte em energia potencial.

$$\boxed{\tau = E_P} \quad \text{ou} \quad \boxed{\tau = \Delta E_P}$$

Como já vimos: $\begin{cases} \tau = F \cdot d \\ F = K\dfrac{Qq}{d^2} \text{ e } E = \dfrac{KQ}{d^2} \\ E = \dfrac{F}{q} \end{cases}$

campo no ponto P
distância da carga até o ponto P

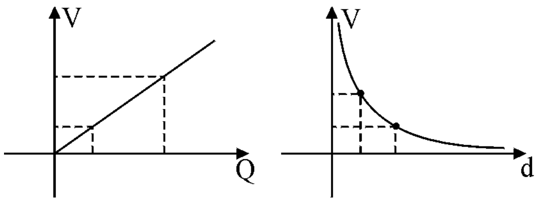
$$V_P = \frac{\tau_P}{q} = \frac{F \cdot d}{q} \rightarrow \boxed{V_P = E \cdot d}$$

potencial no ponto P

$$V_P = \frac{KQ}{d^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{d} \Rightarrow \boxed{V_P = \frac{KQ}{d}}$$

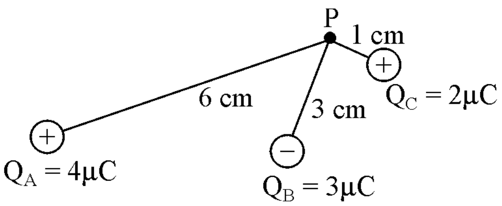
$$E_P = V_P \cdot q \Rightarrow \boxed{E_P = K\frac{Qq}{d}}$$

energia potencial



Importante:
Potencial ou voltagem é grandeza escalar, não tem direção e sentido (vetor) e o sinal da carga vai para a fórmula.

Prática:
Determine o potencial resultante no ponto P, se:



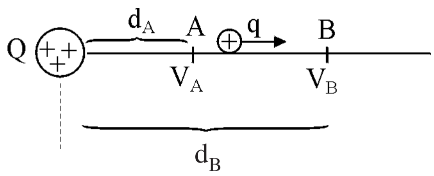
$d_A = 6 \text{ cm} = 6 \cdot 10^{-2}$ m
$d_B = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2}$ m
$d_C = 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2}$ m

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{KQ_A}{d_A} = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-2}} = \dfrac{36}{6} \cdot 10^5 = 6 \cdot 10^5 \text{ V} \\ V_B = \dfrac{KQ_B}{d_B} = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot (-3 \cdot 10^{-6})}{3 \cdot 10^{-2}} = -9 \cdot 10^5 \text{ V} \\ V_C = \dfrac{KQ_C}{d_C} = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-2}} = 18 \cdot 10^5 \text{ V} \end{cases}$$

$$V_R = V_A + V_B + V_C = 6 \cdot 10^5 - 9 \cdot 10^5 + 18 \cdot 10^5 = 15 \cdot 10^5 \text{ V}$$

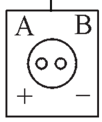
12. Conceito de DDP: Diferença de Potencial ou Voltagem

É a diferença de potencial entre dois pontos do campo. Veja:



$$V_A = \frac{KQ}{d_A}$$

$$V_B = \frac{KQ}{d_B}$$



ddp → residencial

$V_{AB} = 220 \text{ V} = 220 \dfrac{J}{C}$ Significa que **1C** de carga ao passar do polo positivo (A) para o negativo (B) libera **220 J** de energia.

$$\text{ddp} = \boxed{V_{AB} = V_A - V_B}$$

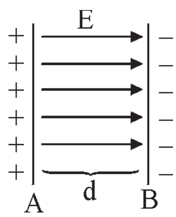
$$\boxed{V_{AB} = \frac{\tau_{AB}}{q}} \rightarrow \tau_{AB} = V_{AB} \cdot q$$

$$\boxed{\tau_{AB} = (V_A - V_B)q}$$

trabalho para deslocar ou transportar a carga (q) de **A** para **B**

Para o campo uniforme temos:

E



$$V_{AB} = \frac{\tau_{AB}}{q} = \frac{F \cdot d}{q} = E \cdot d$$

$$\boxed{V_{AB} = E \cdot d}$$

distância
campo

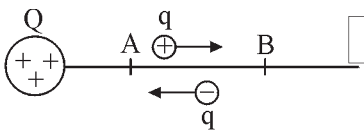
$$\tau_{AB} = V_{AB} \cdot q$$

$$\boxed{\tau_{AB} = E \cdot d \cdot q}$$

Como o trabalho provoca variação de energia potencial, observamos que:

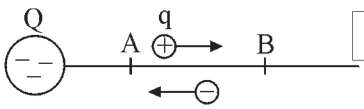
$\tau_{AB} =$ $\boxed{\Delta E_P < 0 \; (-)}$ → quando a carga se move forçada por um agente externo

$\boxed{\Delta E_P > 0 \; (+)}$ → quando a carga se move espontaneamente sob a ação do campo



$\boxed{\Delta E_P > 0\ (+)}$

$\Delta E_P = (V_A - V_B) \cdot q$

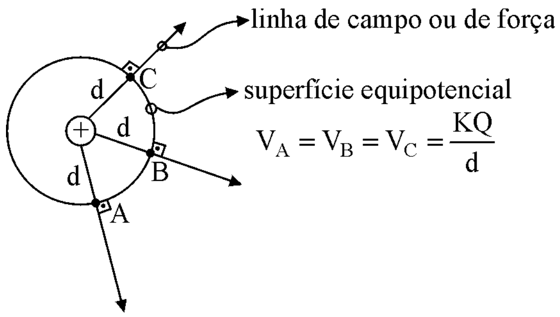


$\boxed{\Delta E_P < 0\ (-)}$

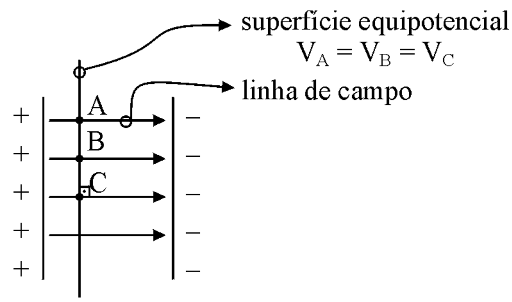
$\Delta E_P = (V_A - V_B) \cdot q$

13. Superfície Equipotencial

Região do espaço que tem a mesma voltagem.



$$V_A = V_B = V_C = \frac{KQ}{d}$$

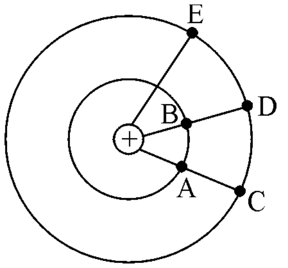


$$V_A = V_B = V_C$$

Note que as superfícies equipotenciais são perpendiculares às linhas de força e que o trabalho para transportar uma carga sobre uma superfície equipotencial é nulo, pois

$$\tau_{AB} = \underbrace{(V_A - V_B)}_{\text{zero}} \cdot q = 0\ J$$

Para transportar uma carga de uma superfície equipotencial para outra no campo, o trabalho realizado independe do caminho e dizemos, neste caso, que o campo é conservativo. Veja:



$V_A = V_B$

$V_C = V_D = V_E$

$\tau_{AC} = \tau_{AD} = \tau_{AE}$

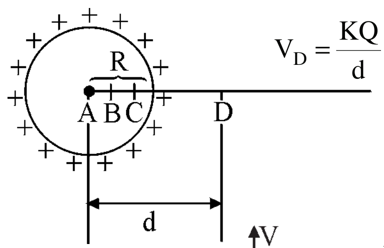
$(V_A - V_C)q = (V_A - V_D)q = (V_A - V_E)q$

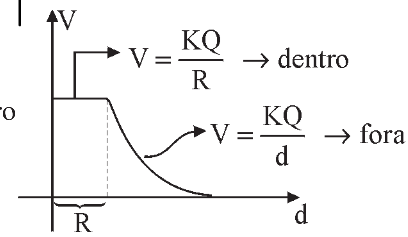
Dentro de um condutor eletrizado o campo é **zero** porém o potencial é constante.

$E_A = E_B = E_C = 0$ (campo)

$V_A = V_B = V_C = K\dfrac{Q}{R}$ (dentro)

$V_D = \dfrac{KQ}{d}$ (fora da esfera)





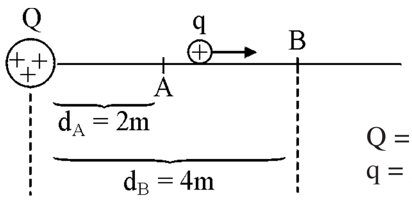
$V_{AB} = E \cdot d$ (E: zero)

$V_A - V_B = 0$

$\boxed{V_A = V_B}$ constante

Prática:

Determine o trabalho realizado pelo campo para transportar a carga (q) de **A** até **B** e a variação de energia potencial que sofre a carga.



$Q = 8\mu C = 8 \cdot 10^{-6} C$

$q = 2\mu C = 2 \cdot 10^{-6} C$

$$V_A = \frac{KQ}{d_A} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{2} = 36 \cdot 10^3 \text{ volts}$$

$$V_B = \frac{KQ}{d_B} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{4} = 18 \cdot 10^3 \text{ volts}$$

$$\boxed{\tau_{AB} = (V_A - V_B) \cdot q} = (36 \cdot 10^3 - 18 \cdot 10^3) \cdot 2 \cdot 10^{-6} =$$

$$\tau_{AB} = 18 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 36 \cdot 10^{-3}\ J = \boxed{3{,}6 \cdot 10^{-2}\ J}$$

Note que:

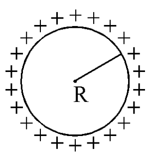
$$\begin{cases} E_{P_A} = V_A \cdot q = 36 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 72 \cdot 10^{-3}\ J = 7{,}2 \cdot 10^{-2}\ J \\ E_{P_B} = V_B \cdot q = 18 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 36 \cdot 10^{-3}\ J = 3{,}6 \cdot 10^{-2}\ J \end{cases}$$

$$\Delta E_P = E_{P_A} - E_{P_B} = 7{,}2 \cdot 10^{-2} - 3{,}6 \cdot 10^{-2} = \boxed{+3{,}6 \cdot 10^{-2}\ J}$$

CAPACITORES

1. Capacidade elétrica de um corpo isolado eletrizado em equilíbrio eletrostático

É a razão entre a carga (Q) e o potencial (V) do corpo onde se observa que duplicando e triplicando a carga, o potencial correspondente duplica e triplica e a razão é uma constante para um dado corpo em dado meio.



$$\boxed{C=\frac{Q}{V}}=\frac{2Q}{2V}=\frac{3Q \rightarrow \text{Coulomb}}{3V \rightarrow \text{Volts}}\Big\}\text{Farad}$$

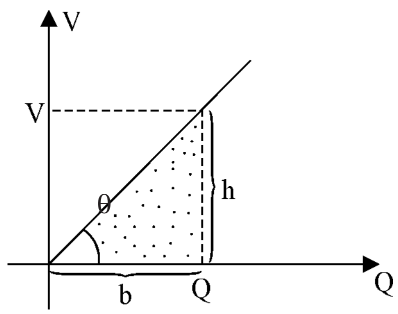
→ capacidade elétrica ou capacitância dada em Farad (F)

Como: $V=\frac{KQ}{R} \Rightarrow \frac{V}{Q}=\frac{K}{R} \rightarrow \text{invertendo } \frac{Q}{V}=\frac{R}{K}$, logo, para um condutor esférico, temos que:

$$\boxed{C=\frac{Q}{V}} \quad \text{ou} \quad \boxed{C=\frac{R}{K}} \quad \text{e} \quad \boxed{Q=CV}$$

$$K=9\cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}$$

Graficamente, temos:



→ A área no gráfico (Q × V) fornece a energia potencial elétrica (E_P) armazenada. Veja:

$$\underset{\text{área}}{A} \overset{n}{=} E_P=\frac{bh}{2}=\frac{Q\cdot V}{2} \text{ como } Q=CV\text{, temos:}$$

$$E_P=\frac{CVV}{2} \rightarrow \boxed{E_P=\frac{CV^2}{2}}$$

→ dada em Joules (J)

Subunidades do Farad

1mF → 10^{-3}F (mili-Farad)
1μF → 10^{-6}F (micro-Farad)
1nF → 10^{-9}F (nano-Farad)
1pF → 10^{-12}F (pico-Farad)

Prática:

Um condutor esférico eletrizado com uma carga de 20μC adquire uma voltagem (potencial) de 100V. Determine:
a) a capacitância;
b) o raio da esfera;
c) a energia armazenada.

Solução:

a) $\boxed{C=\frac{Q}{V}}=\frac{20\mu C}{100V}=0{,}2\mu F \overset{\text{ou}}{=} 0{,}2\cdot 10^{-6}F=2\cdot 10^{-7}F$

b) $\boxed{C=\frac{R}{K}} \rightarrow R=C\cdot K=0{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 9\cdot 10^{9}=$

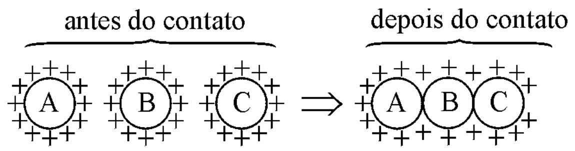
$1{,}8\cdot 10^{3}$m ou 1.800 m

c) $E_P=\frac{CV^2}{2}=\frac{2\cdot 10^{-7}\cdot(100)^2}{2}=\frac{\cancel{2}\cdot 10^{-7}\cdot 10^{4}}{\cancel{2}}=10^{-3}J$

2. Equilíbrio elétrico de condutores

Dois ou mais condutores, ao serem postos em contato, passam carga de um para outro até atingirem o equilíbrio eletrostático, isto é, o mesmo potencial (voltagem).

Veja para os corpos A, B, C



Q_A	Q_B	Q_C	Q'_A	Q'_B	Q'_C
V_A	V_B	V_C	V	V	V
C_A	C_B	C_C	C_A	C_B	C_C

Pelo princípio da conservação das cargas, temos:

$Q_A+Q_B+Q_C=Q'_A+Q'_B+Q'_C$ como:

$\boxed{Q=CV}$, temos:

$$C_AV_A+C_BV_B+C_CV_C=C_AV+C_B\cdot V+C_C\cdot V$$

$$C_AV_A+C_BV_B+C_CV_C=V(C_A+C_B+C_C)$$

$$\boxed{V = \frac{C_A V_A + C_B V_B + C_C V_C}{C_A + C_B + C_C}} \quad \text{ou} \quad \boxed{V = \frac{Q_A + Q_B + Q_C}{C_A + C_B + C_C}}$$

potencial de equilíbrio

Prática

Três corpos A, B, C quando eletrizados com as cargas 6μC, 4μC, 3μC, adquirem as voltagens respectivas de $4 \cdot 10^3$V, $2 \cdot 10^3$V, $3 \cdot 10^3$V. Determine:

a) as capacidades elétricas dos condutores;
b) o potencial de equilíbrio;
c) as novas cargas.

$Q_A = 6\mu C$; $V_A = 4 \cdot 10^3 V$
$Q_B = 4\mu C$; $V_B = 2 \cdot 10^3 V$
$Q_C = 3\mu C$; $V_C = 3 \cdot 10^3 V$

a) $C_A = \frac{Q_A}{V_A} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^3} = 1{,}5 \cdot 10^{-9} F = 1{,}5 nF$

$C_B = \frac{Q_B}{V_B} = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-9} F = 2 nF$

$C_C = \frac{Q_C}{V_C} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^3} = 1 \cdot 10^{-9} F = 1 nF$

b) $V = \frac{Q_A + Q_B + Q_C}{C_A + C_B + C_C} = \frac{6 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6}}{1{,}5 \cdot 10^{-9} + 2 \cdot 10^{-9} + 1 \cdot 10^{-9}} =$

$\frac{13 \cdot 10^{-6}}{4{,}5 \cdot 10^{-9}} \cong 2{,}89 \cdot 10^3 V$

c) $Q_A' = C_1 \cdot V = 1{,}5 \cdot 10^{-9} \cdot 2{,}89 \cdot 10^3 =$

$4{,}39 \cdot 10^{-6} C = 4{,}39\mu C$

$Q_B' = C_2 \cdot V = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 2{,}89 \cdot 10^3 =$

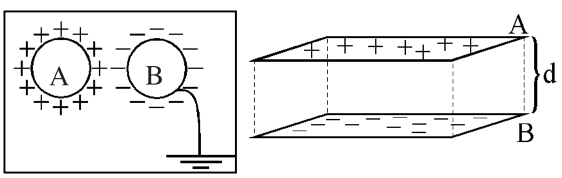
$5{,}78 \cdot 10^{-6} C = 5{,}78\mu C$

$Q_C' = C_3 \cdot V = 1 \cdot 10^{-9} \cdot 2{,}89 \cdot 10^3 =$

$2{,}89 \cdot 10^{-6} C = 2{,}89\mu C$

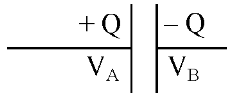
3. Capacitor ou condensador

É o conjunto de dois condutores, denominados **armaduras** eletrizadas com quantidades de cargas de mesmo valor absoluto, mas de sinais opostos. O capacitor armazena cargas e energia e tem muitas aplicações na eletrônica.



capacitor esférico capacitor plano

Símbolo de capacitor, qualquer que seja o formato



$\boxed{U = V_A - V_B}$

$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$ $\boxed{E_P = \frac{CU^2}{2}}$ $\boxed{C = \varepsilon \frac{A}{d}}$

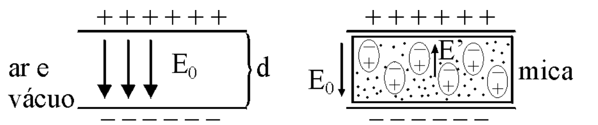
capacitância do capacitor plano

Q → carga de uma das armaduras.
A → área ou superfície de uma das armaduras.
d → distância entre as duas placas do capacitor plano.
ε → é a permissividade elétrica do dielétrico e é uma característica do meio.

Veja:

vácuo e ar seco → $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ F/m
papel → $\varepsilon = 3{,}5 \cdot \varepsilon_0$
quartzo → $\varepsilon = 4{,}3 \cdot \varepsilon_0$
mica → $\varepsilon = 7 \cdot \varepsilon_0$

O capacitor plano com dielétrico entre as placas melhora sua capacitância. Veja:



$U = E_0 \cdot d$

$C_0 = \frac{Q}{U} \rightarrow \boxed{C_0 = \frac{Q}{E_0 \cdot d}}$

sem dielétrico

O dielétrico sofre indução, se polariza e cria um campo (E') contrário ao criado pelas placas (E_0), onde, então:

$E = E_0 - E'$ e $E < E_0$

$\boxed{C = \frac{Q}{E \cdot d}} \rightarrow \boxed{C > C_0}$

com dielétrico

Densidade superficial de carga

$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$ $\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$ $\boxed{U = E \cdot d}$

$Q = C \cdot U$

$Q = \varepsilon_0 \frac{A}{\cancel{d}} \cdot E \cdot \cancel{d} \Rightarrow Q = \varepsilon_0 A \cdot E \Rightarrow \frac{Q}{A} = \varepsilon_0 E$

Como: $\boxed{\tau = \frac{Q}{A}}$ → densidade superficial de carga, logo:

$\tau = \varepsilon_0 E \rightarrow \boxed{E = \frac{\tau}{\varepsilon_0}}$

Prática

Um capacitor plano, a vácuo, tem placa de área 0,1 m^2, distanciadas entre si de 0,02 m. O capacitor é submetido a uma ddp de 100 V. Determine:

a) a capacitância desse capacitor;
b) a quantidade de carga elétrica desse capacitor;
c) a intensidade do campo elétrico entre as armaduras;
d) o que ocorre se introduzirmos um dielétrico de permissividade elétrica maior;
e) a densidade superficial de carga.

Dado: $\varepsilon_0 = 8{,}8 \cdot 10^{-12}$ F/m
$A = 0{,}1$ m^2
$d = 0{,}02$ m
$U = 100$ V

a) $\boxed{C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}} = 8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0{,}1}{0{,}02} = 4{,}4 \cdot 10^{-11}\,F = \boxed{44\,pF}$

b) $\boxed{Q = C \cdot U} = 4{,}4 \cdot 10^{-11} \cdot 10^2 = 4{,}4 \cdot 10^{-9}\,C = \boxed{4{,}4\,nC}$

c) $\boxed{E = \frac{U}{d}} = \frac{100}{0{,}02} = 5.000\,\frac{V}{m}$ ou $\frac{N}{C}$

d) A capacidade aumenta, pois:

$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ com $\varepsilon > \varepsilon_0$, teremos em:

$C = \varepsilon \frac{A}{d} \quad C > C_0$

e) $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{4{,}4.10^{-9}}{0{,}1} = 44\,\frac{nC}{m^2}$

4. Associação de capacitores

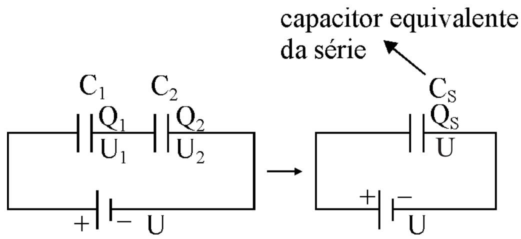
a) **Em série:** permite obter valor da capacitância menor do que qualquer um dos associados.

– Adquirem a mesma carga do equivalente da série:

$\boxed{Q_1 = Q_2 = Q_S}$ $Q_S \rightarrow$ carga equivalente da série

– Divide a ddp entre os capacitores associados cuja soma é igual ao do equivalente da série:

$\boxed{U_1 + U_2 = U}$



Como: $\boxed{U = \frac{Q}{C}}$ em $\boxed{U_1 + U_2 = U}$ temos:

$\frac{\cancel{Q_1}}{C_1} + \frac{\cancel{Q_2}}{C_2} = \frac{\cancel{Q_S}}{C_S} \rightarrow \boxed{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_S}}$ ou

generalizando: $\boxed{\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}}$

para $C_1 = C_2 = \ldots = C_n$ (capacitores iguais), temos:

$\frac{1}{C_S} = n \cdot \frac{1}{C} \rightarrow \boxed{C_S = \frac{C}{n}}$ $C \rightarrow$ um deles; $n \rightarrow$ quantidade

b) **Em paralelo:** permite obter valor da capacitância maior do que qualquer um dos associados.

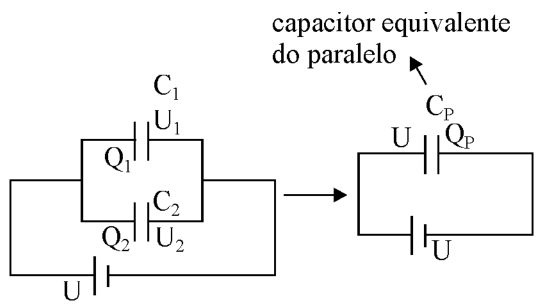
– Divide a carga entre os capacitores associados, cuja soma é igual a carga do equivalente do paralelo:

$\boxed{Q_1 + Q_2 = Q_P}$

$Q_P \rightarrow$ carga equivalente do paralelo

– Adquirem a mesma **ddp** do equivalente do paralelo:

$\boxed{U_1 = U_2 = U}$



Como: $\boxed{Q = CU}$ em $\boxed{Q_1 + Q_2 = Q_P}$, temos:

$C_1 \cdot \cancel{U_1} + C_2\cancel{U_2} = C_P \cdot \cancel{U} \rightarrow \boxed{C_P = C_1 + C_2}$

generalizando: $\boxed{C_P = C_1 + C_2 + \ldots + C_n}$

para $C_1 = C_2 = \ldots = C_n$ (capacitores iguais), temos:

$\boxed{C_P = n\,C}$ $n \rightarrow$ quantidade; $C \rightarrow$ um deles

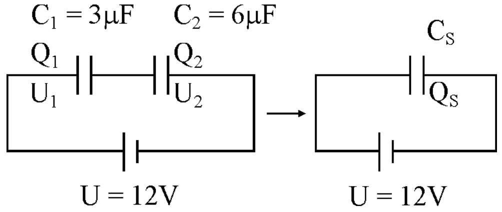
Prática 1:

Dois capacitores $C_1 = 3\mu F$; $C_2 = 6\mu F$ são associados em série e depois em paralelo, ligados a um gerador (fonte) de 12V. Determine:

a) o capacitor equivalente;
b) a carga e a ddp de cada capacitor;
c) a energia armazenada.

Solução:

Em série:



a) $\boxed{C_S = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}} = \dfrac{3 \cdot 6}{3+6} = \dfrac{18}{9} = \boxed{2\mu F}$

b) $C_S = \dfrac{Q_S}{U} \rightarrow \boxed{Q_S = C_S \cdot U} = 2 \cdot 12 = \boxed{24\mu C}$

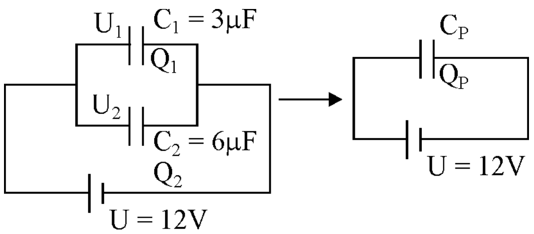
Como: $\boxed{Q_1 = Q_2 = Q_S} = \boxed{24\mu C}$

$\boxed{U_1 = \dfrac{Q_1}{C_1}} = \dfrac{24\mu C}{3\mu F} = \boxed{8V}$

$\boxed{U_2 = \dfrac{Q_2}{C_2}} = \dfrac{24\mu C}{6\mu F} = \boxed{4V}$

c) $\boxed{E_P = \dfrac{CU^2}{2}} = \dfrac{\cancel{2} \cdot (12)^2}{\cancel{2}} = \boxed{144\mu J}$

Em paralelo:



a) $\boxed{C_P = C_1 + C_2} = 3\mu F + 6\mu F = 9\mu F$

b) $\boxed{U_1 = U_2 = U} = \boxed{12V}$, temos:

$\boxed{Q_P = C_P \cdot U} = 9\mu F \cdot 12V = \boxed{108\mu C}$

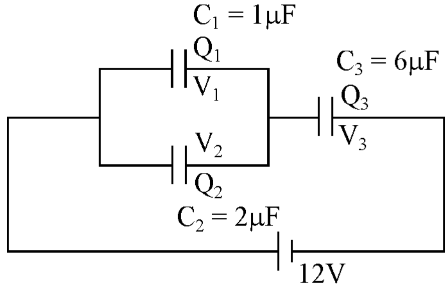
$\boxed{Q_1 = C_1 \cdot U_1} = 3\mu F \cdot 12V = \boxed{36\mu C}$

$\boxed{Q_2 = C_2 \cdot U_2} = 6\mu F \cdot 12V = \boxed{72\mu C}$

c) $\boxed{E_P = \dfrac{C \cdot U^2}{2}} = \dfrac{9 \cdot 12^2}{2} = \dfrac{9 \cdot 144}{2} = 9 \cdot (72) = 648\mu J$

Prática 2:

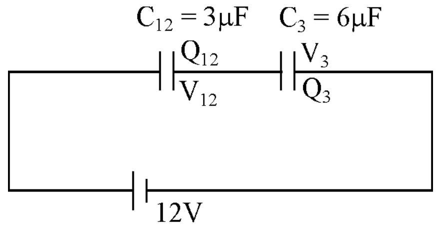
Determine a carga e a **ddp** de cada capacitor da associação mista se:



Solução:

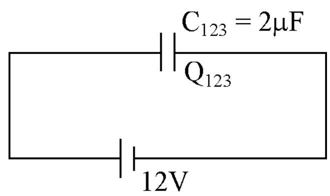
$\boxed{C_{12} = C_1 + C_2}$

$C_{12} = 1 + 2 = 3\mu F$



$\boxed{C_{123} = \dfrac{C_{12} \cdot C_3}{C_{12} + C_3}}$

$C_{123} = \dfrac{3 \cdot 6}{3+6} = 2\mu F$



$Q_{123} = C_{123} \cdot U = 2 \cdot 12 = 24\mu C$

$Q_{12} = Q_3 = Q_{123} = \boxed{24\mu C} \rightarrow$ em série tem a mesma carga que o equivalente.

$U_{12} = \dfrac{Q_{12}}{C_{12}} = \dfrac{24}{3} = \boxed{8V}$

$U_3 = \dfrac{Q_3}{C_3} = \dfrac{24}{6} = \boxed{4V}$

$U_{12} = U_1 = U_2 = 8V$ $\rightarrow$ em paralelo tem a mesma voltagem que o equivalente.

$Q_1 = C_1U_1 = 1 \cdot 8 = \boxed{8\mu C}$

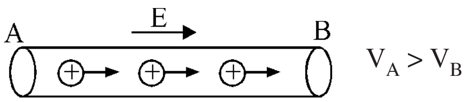
$Q_2 = C_2U_2 = 2 \cdot 8 = \boxed{16\mu C}$

ELETRODINÂMICA

Estuda a corrente elétrica e suas propriedades.

1. Corrente elétrica

É o movimento ordenado de cargas devido a **ddp** que o condutor está submetido.



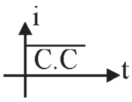
$V_A > V_B$

E → vetor campo elétrico

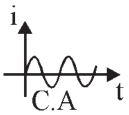
$i = \frac{q}{t}$ — q → quantidade de carga (C); t → tempo em segundos (s); i → intensidade de corrente em ampères (A)

$q = n \cdot e$ — e → carga elementar: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}C$; n → número de cargas elementares.

- Nos sólidos, a corrente é de elétrons (–).
- Nos líquidos e gases, de cátions (+) e ânions (–).
- Convencionou-se que a corrente elétrica tem o mesmo sentido do vetor campo, isto é, de cargas positivas que se deslocam do potencial maior para o potencial menor.
- Quando o vetor campo $(\vec{E})$, no interior do condutor é constante com o tempo, a corrente é contínua (CC) e quando varia de sentido a corrente é alternada (CA).



* Baterias e pilhas geram corrente contínua (CC).



* Os geradores das hidrelétricas geram corrente alternada (CA).

Prática:

Por um fio condutor passam 10C de carga em 2s.
a) Qual a intensidade de corrente?
b) Quantas cargas elementares (elétrons ou prótons) passam?

Solução:

a) $\boxed{i = \frac{q}{t}} = \frac{10C}{2s} = 5\frac{C}{s} = \boxed{5A}$

b) $\boxed{q = n \,.\, e}$

$10 = n \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \to n = \frac{10}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = \frac{10 \cdot 10^{19}}{1{,}6} =$

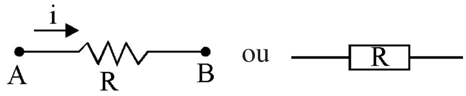
$6{,}25 \cdot 10^{19}$ cargas elementares

2. Resistência elétrica

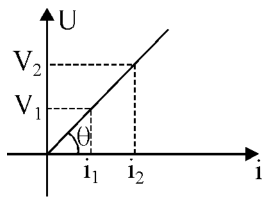
É a dificuldade a passagem da corrente oferecida pelas substâncias.

Os **isolantes**: não deixam passar a corrente tendo resistência muito grande.
Os **condutores**: a corrente consegue passar mesmo com dificuldade.

Representamos a resistência elétrica pelo símbolo



1ª Lei de Ohm: a razão entre a **ddp** (V_{AB}) aplicada a um condutor e a intensidade de corrente (i) resulta em uma constante que denominamos de resistência (R). Veja:

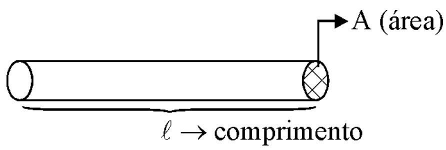


$R \overset{n}{=} \text{tg}\ \theta$

$$R = \frac{V_1}{i_1} = \frac{V_2}{i_2} = \ldots = \frac{U}{i}$$

$\boxed{R = \frac{U}{i}}$ — U → em Volts (V); i → em Ampère (A) } em ohms (Ω); R → resistência em ohms (Ω)

2ª Lei de Ohm: a resistência (R) de um condutor é diretamente proporcional a seu comprimento (ℓ) e inversamente proporcional a área de sua secção plana (A).



$\boxed{R = \rho\frac{\ell}{A}} \to \boxed{\rho = \frac{RA}{\ell}}$

ρ → resistividade característica de cada substância
R → resistência

Veja a resistividade de alguns materiais a 20 ºC:
Cobre: $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$
Alumínio: $\rho = 2{,}8 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$
Ferro: $\rho = 1{,}0 \cdot 10^{-7}\ \Omega m$
Prata: $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$
Tungstênio: $\rho = 5{,}6 \cdot 10^{-8}$ m

Prática:

Um fio de 40m de comprimento e de área de secção $2mm^2$ e de resistividade $1 \cdot 10^{-7}\ \Omega m$ é submetido a uma **ddp** de 20V. Qual a intensidade de corrente?

Solução:

$\ell = 40$ m
$A = 2\ mm^2 = 2 \cdot 10^{-6}\ m^2$
$\rho = 1 \cdot 10^{-7}\ \Omega m$
$R = ...$
$U = 20V$
$i = ...$

$$\boxed{R = \rho \frac{\ell}{A}}$$

$$R = \frac{1 \cdot 10^{-7} \cdot 40}{2 \cdot 10^{-6}} = \frac{4 \cdot \cancel{10^{-6}}}{2 \cdot \cancel{10^{-6}}} = 2\Omega$$

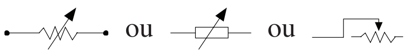
$$\boxed{U = Ri}$$

$20 = 2i \rightarrow i = 10A$

* **Resistor:** denominamos de resistor todo o condutor que tem exclusivamente a função de converter energia elétrica em energia térmica (efeito Joule).

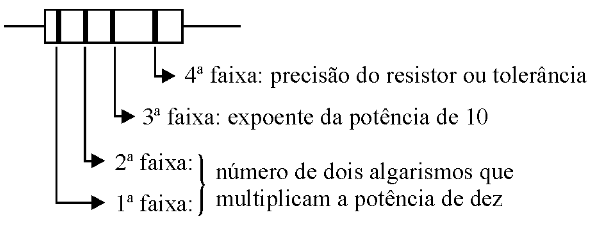
* **Reostato:** são resistores que possuem resistência variável.

Símbolo de reostato:



* Código em cores para o valor da resistência.

$$\boxed{R = \underline{1^o}\ \underline{2^o}\ 10^{\underline{3^o}}\ \Omega\ \pm \underline{4^o}}$$

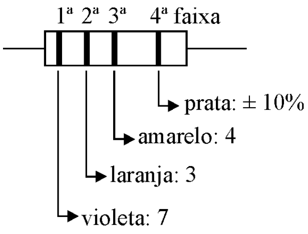


Resistência

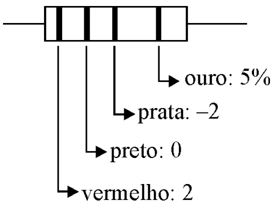
cor	código	tolerância
ouro	–1	ouro ± 5%
prata	–2	prata ± 10%
preto	0	sem cor ± 20%
marrom	1	
vermelho	2	
laranja	3	
amarelo	4	
verde	5	
azul	6	
violeta	7	
cinza	8	
branco	9	

Aplicações:

Qual o valor da resistência dos resistores a seguir?



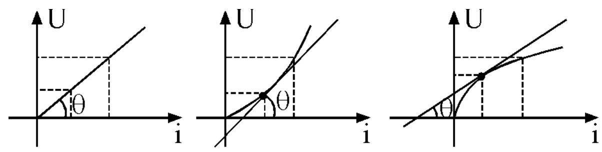
$R = \underline{1^o}\ \underline{2^o}\ 10^{\underline{3^o}}\ \Omega\ \pm \underline{4^o}$
$R = 73 \cdot 10^4\ \Omega \pm 10\%$



$R = 20 \cdot 10^{-2}\ \Omega \pm 5\%$
$R = 0,2\ \Omega \pm 5\%$

Resistores ôhmicos e não ôhmicos

São **ôhmicos** os que não variam sua resistência com a variação da **ddp** e da corrente e são **não ôhmicos** os que variam.



ôhmico	não ôhmico	não ôhmico
$R \rightarrow$ constante	$R \rightarrow$ cresce	$R \rightarrow$ decresce
$\boxed{R = tg\ \theta}$	$\boxed{R \stackrel{n}{=} tg\,\theta}$	$R \stackrel{n}{=} tg\,\theta$

A resistência (R) e a resistividade (ρ) variam com a temperatura segundo as expressões:

$$\boxed{R = R_0\ [1 + \alpha\ (t - t_0)]}$$

$$\boxed{\rho = \rho_0\ [1 + \alpha\ (t - t_0)]}$$

R_0 e $\rho_0 \rightarrow$ valores na temperatura ambiente em (t_0)
R e $\rho \rightarrow$ novos valores para uma temperatura (t)
$\alpha \rightarrow$ constante denominada de **coeficiente de temperatura** própria de cada material. Veja alguns valores para $\boldsymbol{\alpha}$.

Cobre: $\alpha = 3{,}9 \cdot 10^{-3}\ ºC^{-1}$
Alumínio: $\alpha = 3{,}9 \cdot 10^{-3}\ ºC^{-1}$
Ferro: $\alpha = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\ ºC^{-1}$
Prata: $\alpha = 3{,}8 \cdot 10^{-3}\ ºC^{-1}$
Tungstênio: $\alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\ ºC^{-1}$

Prática:

Por um resistor a **20ºC** passa **11,6 A**; sendo de $4{,}5 \cdot 10^{-3}\ ºC^{-1}$ seu coeficiente de temperatura do material que constitui o resistor, determine a intensidade de corrente que o percorrerá na temperatura de 120 ºC, mantida constante a tensão elétrica.

$i_0 = 11{,}6$ A

$t_0 = 20ºC$

$\alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\ ºC^{-1}$

$t = 120ºC$

$U = $ cte.

$R = R_0\ [1 + \alpha\ (t - t_0)]$

$$\frac{\cancel{U}}{i} = \frac{\cancel{U}}{i_0}\left[1 + 4{,}5 \cdot 10^{-3}(120 - 20)\right]$$

$$\frac{i_0}{i} = \left[1 + 4{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 100\right]$$

$$\frac{i_0}{i} = +0{,}45$$

$$\frac{11{,}6}{i} = 1{,}45$$

$$i = \frac{11{,}6}{1{,}45} = \boxed{8A}$$

3. Trabalho, Energia, Potência Elétrica e Efeito Joule

* O trabalho (τ) realizado pela força elétrica para transportar uma carga (q) já vimos, é dada por $\boxed{\tau = q \cdot U}$ onde $U = V_{AB} = V_A - V_B$.

* Pela definição de potência temos que:

$\boxed{P = \frac{\tau}{t}} = \frac{q \cdot U}{t}$ como: $\frac{q}{t} = i$, logo

→ potencial (voltagem) dada em volts (V)

$\boxed{P = U \cdot i}$ → corrente dada em ampère (A)

→ potência dada em Watts (W)

como: $\boxed{U = Ri}$ temos: $\boxed{p = Ri^2}$

como: $\boxed{i = \frac{U}{R}}$ temos: $\boxed{P = \frac{U^2}{R}}$

* A Energia dissipada por Efeito Joule no resistor pode ser obtida como segue:

$$P = \frac{\tau}{t} \rightarrow \tau = P \cdot t \rightarrow \boxed{\tau = U \cdot it},\ \boxed{\tau = Ri^2 \cdot t},\ \boxed{\tau = \frac{U^2}{R} \cdot t}$$

→ energia dada em Joules ou em **Wh**

Prática:

Um chuveiro elétrico tem as seguintes especificações: 1.200W e 220V. Determine:

a) a intensidade de corrente que passa pela resistência quando ligado corretamente;
b) o valor da resistência;
c) a energia gasta, convertida em calor em Joules (J) e em **kwh**, quando ligado durante 20 min.

Solução:

P = 1320W
U = 220V

a) $\boxed{P = U \cdot i}$ $\quad i = \frac{P}{U} = \frac{1320}{220} = 6A$

b) $\boxed{U = Ri}$ ou $P = \frac{U^2}{R}$

$\rightarrow 220 = R \cdot 6 \rightarrow R = \frac{220}{6} = 36{,}67\Omega$

c) $\boxed{\tau = P \cdot t} \rightarrow \tau = 1320 \cdot 1200 = 15.840.000J$

$t = 20\,\text{min} = \frac{1}{3}\,h = 1200\,s$

Para obter a energia gasta em KWh (quilo-Watts-hora) basta manter o tempo em horas e dividir o resultado por 1.000.

$$\tau = P \cdot t = 1320 \cdot \frac{1}{3} = 440\,Wh = 0{,}44\,KWh$$

4. Associação de resistores

Consiste de vários resistores ligados entre si.

a) **Em série:** permitem obter valor da resistência maior do que qualquer um dos associados.

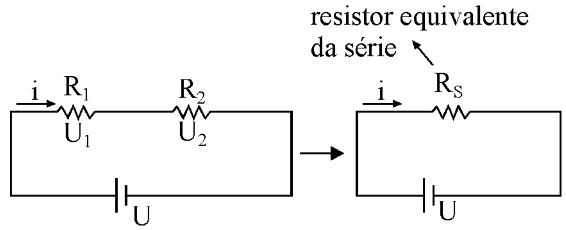
– São percorridos pela mesma corrente do equivalente da série.

$\boxed{i_1 = i_2 = i_S}$

$i_S \rightarrow$ corrente equivalente da série

– Divide a **ddp** entre os resistores associados cuja soma é igual ao do equivalente da série.

$$\boxed{U_1 + U_2 = U}$$



Como $\boxed{U = Ri}$ substituindo em $U_1 + U_2 = U$ teremos:

$R_1\cancel{i} + R_2\cancel{i} = R_S \cdot \cancel{i} \to \boxed{R_S = R_1 + R_2}$ ou

generalizando: $\boxed{R_S = R_1 + R_2 + ... + R_n}$

Para $R_1 = R_2 = R_3 = ... = R_n$, temos:

$\boxed{R_S = n\,R}$

→ um deles (R)
→ quantidade (n)

b) **Em paralelo:** Permite obter valor da resistência menor do que qualquer um dos associados.

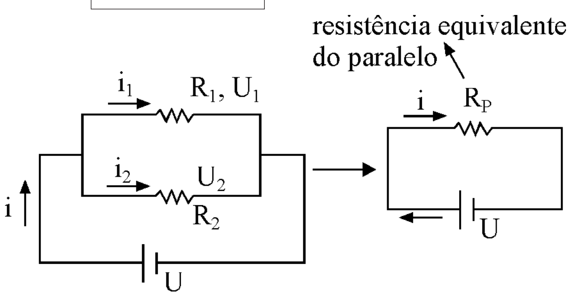
– Divide a corrente entre os resistores associados cuja soma é igual à corrente do equivalente do paralelo.

$$\boxed{i_1 + i_2 = i_P}$$

$i_P \to$ corrente equivalente do paralelo

– Adquire a mesma **ddp** do equivalente do paralelo.

$$\boxed{U_1 = U_2 = U}$$



Como: $\boxed{i = \frac{U}{R}}$, substituindo em $\boxed{i_1 + i_2 = i_P}$ teremos:

$$\frac{\cancel{U}_1}{R_1} + \frac{\cancel{U}_2}{R_2} = \frac{\cancel{U}}{R_P} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_P}}$$

Generalizando: $\boxed{\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ... + \frac{1}{R_n}}$

para: $R_1 = R_2 = R_3 = ... = R_n$ teremos

$\frac{1}{R_P} = \frac{n}{R} \to \boxed{R_P = \frac{R}{n}}$ $R \to$ um deles; $n \to$ quantidade

Prática 1:

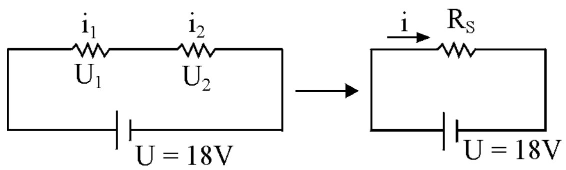
Dois resistores, $R_1 = 3\Omega$; $R_2 = 6\Omega$, são associados em série e depois em paralelo, ligados a um gerador de 18V. Determine:

a) o resistor equivalente;
b) a corrente e a **ddp** de cada resistor;
c) a potência do resistor equivalente.

Solução:

Em série:

$R_1 = 3\Omega \quad R_2 = 6\Omega$



a) $\boxed{R_S = R_1 + R_2} = 3 + 6 = \boxed{9\Omega}$

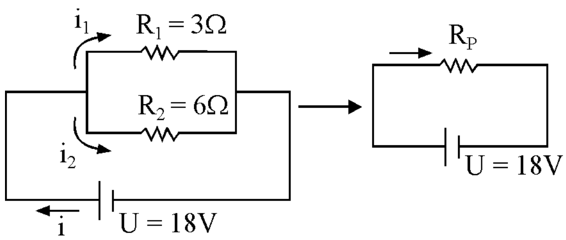
b) $\boxed{i = \frac{U}{R_S}} = \frac{18V}{9\Omega} = \boxed{2A}$ como: $i_1 = i_2 = i = 2A$

logo $\boxed{i_1 = 2A}$ e $\boxed{i_2 = 2A}$ e

$\boxed{V_1 = R_1 i_1} = 3 \cdot 2 = \mathbf{6V}$; $\boxed{V_2 = R_2 i_2} = 6 \cdot 2 = \mathbf{12V}$

c) $P = R_S i_S^2$ ou $\boxed{P = U \,.\, i_S} = 18 \cdot 2 = \boxed{36W}$

Em paralelo:



a) $\boxed{R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = \boxed{2\Omega}$

b) $i = \frac{U}{R_P} = \frac{18}{2} = \boxed{9A}$; como: $U = U_1 = U_2 = \mathbf{18V}$

temos:

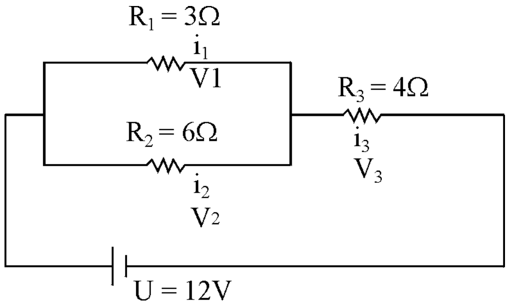
$$i_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{18}{3} = \mathbf{6A}$$

$$i_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{18}{6} = \mathbf{3A}$$

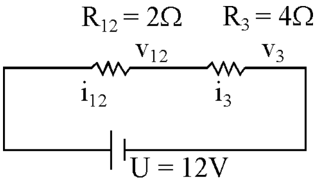
c) $P = R_P \cdot i_P^2$ ou $\boxed{P = U \cdot i_S} = 18 \cdot 9 = \mathbf{162W}$

Prática 2:

Determine a **corrente** e a **ddp** de cada resistor da associação mista se:

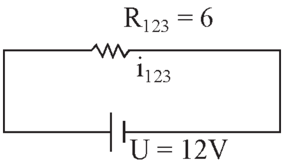


Solução:



$$\boxed{R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$R_{12} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = \mathbf{2}$$



$$\boxed{R_{123} = R_{12} + R_3}$$

$$R_{123} = 2 + 4 = \mathbf{6}$$

$$i_{123} = \frac{U}{R_{123}} = \frac{12}{6} = \mathbf{2A}$$

$i_{12} = i_3 = i_{123} = 2A$ $\rightarrow$em série tem a mesma corrente que o equivalente

$V_{12} = R_{12} \cdot i_{12} = 2 \cdot 2 = \mathbf{4V}$

$V_3 = R_3 \cdot i_3 = 4 \cdot 2 = \mathbf{8V}$

$V_{12} = V_1 = V_2 = \mathbf{4V}$ $\rightarrow$em paralelo tem a mesma voltagem que o equivalente

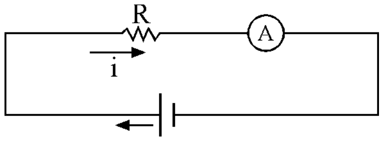
$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{4}{3} = 1{,}33\,A$$

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{4}{6} = 0{,}67\,A$$

5. Aparelhos de medição elétrica

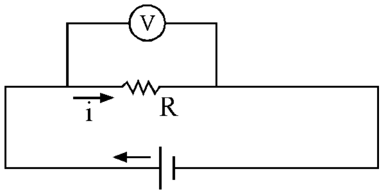
a) **Amperímetro:** Símbolo 

– usado para medir intensidade de corrente;
– o amperímetro **ideal** tem resistência interna nula;
– deve ser ligado em série no trecho do circuito onde se quer medir a corrente. Assim:

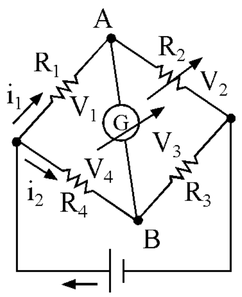


b) **Voltímetro:** Símbolo 

– usado para medir voltagem (**ddp**);
– o voltímetro **ideal** tem resistência interna infinita;
– deve ser ligado em paralelo no trecho do circuito onde se quer medir a **ddp**. Assim:



c) **Ponte de Wheatstone**: usada para determinar o valor de resistências desconhecidas. Veja o circuito da ponte:



G $\rightarrow$ galvanômetro, aparelho que detecta se passa ou não corrente entre A e B.

Variando o valor de $\mathbf{R_2}$ com o reostato podemos obter a ponte em equilíbrio, isto é, $V_A = V_B$ e então **não** passa corrente pelo galvanômetro.

Neste caso temos que R_1 estará em paralelo com R_4 e R_2 em paralelo com R_3. Logo:

$\boxed{V_1 = V_4}$ $\qquad$ $\boxed{V_2 = V_3}$

$R_1 i_1 = R_4 \cdot i_2$ $\quad$ e $\quad$ $R_2 i_1 = R_3 \cdot i_2$

$$\frac{i_1}{i_2} = \boxed{\frac{R_4}{R_1}} \;\; \text{I} \qquad \frac{i_1}{i_2} = \boxed{\frac{R_3}{R_2}} \;\; \text{II}$$

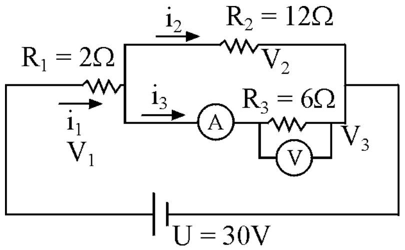
Igualando (I) e (II) temos:

$$\boxed{\frac{R_4}{R_1} = \frac{R_3}{R_2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{R_1R_3 = R_2R_4}$$

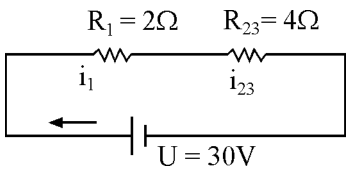
onde R_1 ou R_3 ou R_4 é incógnita.

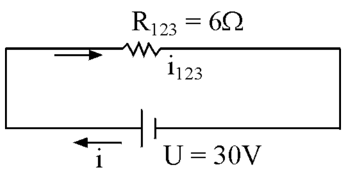
Prática 1:

Determine a indicação do voltímetro e do amperímetro no circuito esquematizado.



$i_3 = ...?$
$V_3 = ...?$





$$i = \frac{U}{R_{123}} = \frac{30}{6} = \mathbf{5A}$$

$i_1 = i_{23} = i = 5$ A $\rightarrow$ série tem mesma corrente

$V_{23} = R_{23} \cdot i_{23} = 4 \cdot 5 = \boxed{20V}$

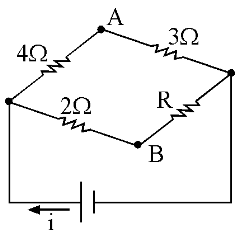
$\boxed{V_2 = V_3 = V_{23} = 20 \text{ V}}$ $\rightarrow$ paralelo tem mesma voltagem

$$\boxed{i_3 = \frac{V_3}{R_3}} = \frac{20}{6} = 3{,}33\,\text{A}$$

logo: $\boxed{i_3 = 3{,}33 \text{ A}}$ e $\boxed{V_3 = 20V}$

Prática 2:

Determine R se $V_A = V_B$



Trata-se de ponte de Wheatstone:

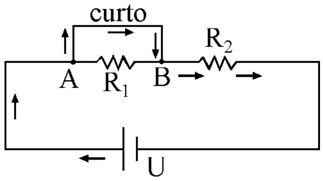
$$4 \cdot R = 3 \cdot 2$$

$$R = \frac{6}{4}$$

$$R = \mathbf{1{,}5\ \Omega}$$

6. Curto-Circuito

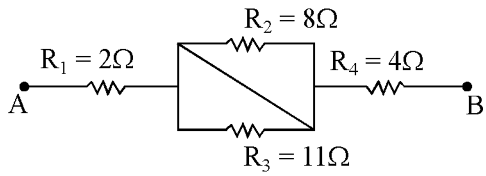
Um elemento de um circuito ou parte de um circuito está em curto quando a ele é associado **em paralelo** um condutor de resistência elétrica desprezível por onde a corrente passará. Veja:



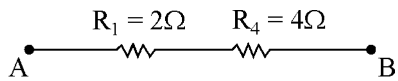
A resistência R_1 está em curto. Por ela não passa corrente e deixará de funcionar, pois $V_A = V_B \rightarrow V_{AB} = 0$

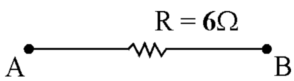
Prática 1:

Determine a resistência equivalente entre os terminais A e B.



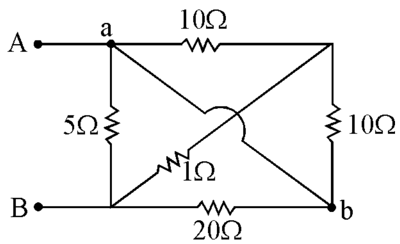
Note que R_2 e R_3 estão em curto e devem ser desprezados. Logo, o novo circuito é:



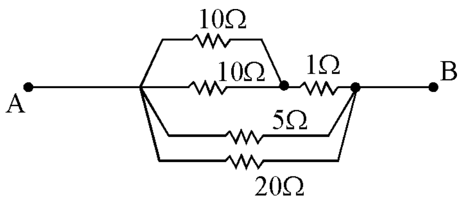


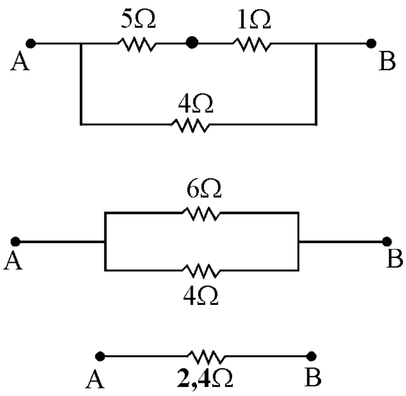
Prática 2:

Determine a resistência equivalente da associação:



Como os pontos **a** e **b** estão em curto podemos redesenhar o circuito, fazendo **a** e **b** coincidirem, pois $V_a = V_b$; eliminando o fio que liga **a** e **b**.

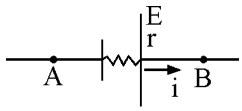




7. Geradores e receptores

a) **Gerador:** Dispositivo que transforma outras formas de energia em elétrica.

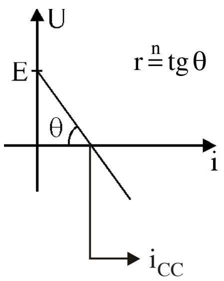
Exemplos: pilha, bateria, geradores mecânicos das hidrelétricas, etc.

Símbolo de gerador: 

$\boxed{V_{AB} = E - ri}$ → equação do gerador

- ri → voltagem dissipada internamente pelo gerador devido à resistência interna (r)
- E → voltagem criada pelo gerador denominada de (f.e.m) força eletromotriz
- V_{AB} → voltagem fornecida pelo gerador ao circuito externo. $V_{AB} = U$

Gráfico do Gerador:



Curto no gerador

$V_{AB} = E - ri$

$O = E - ri$

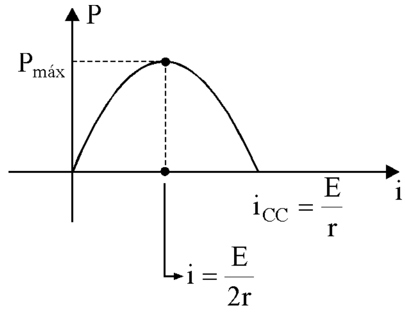
$\boxed{i_{CC} = \frac{E}{r}}$ → corrente de curto-circuito no gerador

Na equação: $\boxed{U = E - ri}$, multiplicando por (i) temos:

$$\underbrace{Ui}_{P_u} = \underbrace{Ei}_{P_t} - \underbrace{r \cdot i^2}_{P_d}$$

- $\boxed{P_u = U_i}$ potência útil fornecida
- $\boxed{P_t = Ei}$ potência total criada pelo gerador
- $\boxed{P_d = ri^2}$ potência dissipada internamente pelo gerador (aquece o gerador)

Potência Elétrica Lançada pelo Gerador



$P = E \cdot i - r \cdot i^2$

$$P_{máx} = E \cdot \frac{E}{2r} - \cancel{r} \cdot \frac{E^2}{4r^{\cancel{2}}}$$

$$P_{máx} = \frac{E^2}{2r} - \frac{E^2}{4r} = \frac{2E^2 - E^2}{4r} = \boxed{\frac{E^2}{4r}}$$

$$\boxed{P_{máx} = \frac{E^2}{4r}}$$ → potência útil máxima

As energias envolvidas são obtidas da equação $\boxed{\tau = P \cdot t}$, onde:

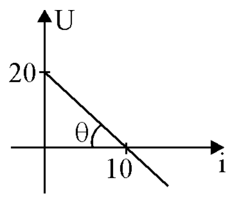
$\tau_u = P_u \cdot t = U \cdot it$
$\tau_t = P_t \cdot t = E \cdot it$
$\tau_d = P_d \cdot t = ri^2 \cdot t$

O rendimento do gerador é dado pela equação:

$$\boxed{n = \frac{P_u}{P_t}} = \frac{U\cancel{i}}{E\cancel{i}} = \frac{U}{E} \rightarrow \boxed{n = \frac{U}{E}}$$

Prática:

Dado o gráfico do gerador, determine:
a) E → f.e.m
b) r → resistência interna do gerador
c) i = 2 A; P_u, P_t, P_d
d) para t = 3s, τ_u, τ_t, τ_d
e) n; para i = 2A
→ rendimento



Solução:

a) $E = 20\ V$

b) $r = tg\theta = \dfrac{20}{10} = 2\Omega$

c) $\boxed{U = E - ri} = 20 - 2 \cdot 2 = 16\ V$

$P_u = U \cdot i = 16 \cdot 2 = 32\ W$

$P_t = Ei = 20 \cdot 2 = 40\ W$

$P_d = ri^2 = 2 \cdot 2^2 = 8\ W$

d) $\tau_u = Uit = 16 \cdot 2 \cdot 3 = 96\ J$

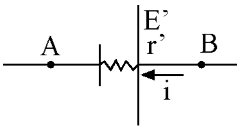
$\tau_t = Eit = 20 \cdot 2 \cdot 3 = 120\ J$

$\tau d = ri^2 \cdot t = 2 \cdot 2^2 \cdot 3 = 24\ J$

e) $n = \dfrac{U}{E} = \dfrac{16}{20} = 0{,}8 = 80\%$

b) **Receptor:** Dispositivo que transforma energia elétrica em outras sem ser a térmica.

Exemplos: rádio, TV, motores elétricos, etc.

Símbolo de receptor: 

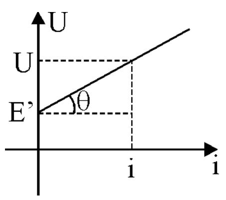
$\boxed{V_{AB} = E' + r'i}$ → equação do receptor

$r'i$ → voltagem perdida dentro do receptor devido à resistência interna (r)

E' → voltagem aproveitada, que faz o receptor funcionar, denominada de (f.c.e.m) força contra eletromotriz

V_{AB} → voltagem que chega ao receptor

Gráfico do receptor



$r' \overset{n}{=} tg\ \theta$

Na equação $\boxed{U = E' + r'i}$ multiplicando por (i) temos:

$$\underbrace{Ui}_{P_t} = \underbrace{E'i}_{P_u} + \underbrace{r'i^2}_{P_d}$$

$\boxed{P_t = U_i}$ potência total recebida pelo receptor

$\boxed{P_u = E'i}$ potência que faz o receptor funcionar

$\boxed{P_d = r'i^2}$ potência que aquece o receptor

As energias envolvidas são obtidas da equação:
$\tau = P \cdot t$

$\tau_t = U \cdot i \cdot t$
$\tau_u = E' \cdot i \cdot t$
$\tau_d = r' \cdot i^2 \cdot t$

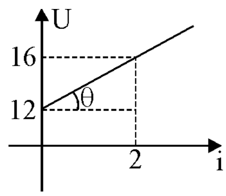
O rendimento do receptor é dada pela equação:

$$\boxed{n = \frac{P_u}{P_t}} = \frac{E' \cdot \cancel{i}}{U \cdot \cancel{i}} = \frac{E'}{U} \Rightarrow \boxed{n = \frac{E'}{U}}$$

Prática:

Dado o gráfico do gerador, determine:

a) E' → f.c.e.m
b) r' → resistência interna do receptor
c) para i = 2 A; P_t, P_u, P_d
d) para t = 3s, τ_t, τ_u, τ_d
e) n – rendimento para i = 2A



Solução:

a) $E' = 12\ V$

b) $r' = tg\theta = \dfrac{4}{2} = 2\Omega$

c) $U = \boxed{E + ri} = 12 + 2 \cdot 2 = 16\ V$

$P_t = U \cdot i = 16 \cdot 2 = 32\ W$

$P_u = E'i = 12 \cdot 2 = 24\ W$

$P_d = r' \cdot i^2 = 2 \cdot 2^2 = 8\ W$

d) $\tau_t = Uit = 16 \cdot 2 \cdot 3 = 96\ J$

$\tau_u = E'it = 12 \cdot 2 \cdot 3 = 72\ J$

$\tau d = r' \cdot i^2 \cdot t = 2 \cdot 2^2 \cdot 3 = 24\ J$

e) $n = \dfrac{E'}{U} = \dfrac{12}{16} = 0{,}75 = 75\%$

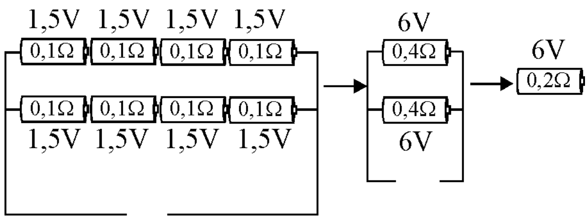
8. Associação de geradores

Em série, permite aumentar a voltagem, porém, aumenta a resistência interna da associação.

Em paralelo, mantem a voltagem constante e reduz a resistência interna.

O ideal é uma associação mista que permite aumentar a voltagem e reduzir a resistência.

Veja associação de pilhas.



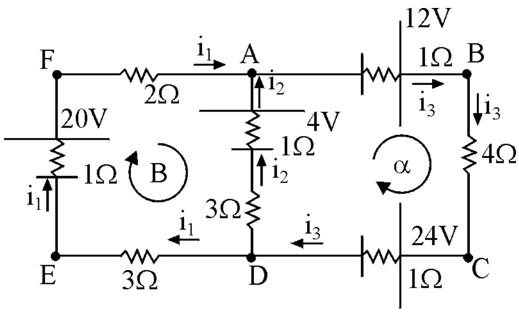
Note que, se fosse só 4 em série, teríamos **6V** e **0,4Ω**.

Com outras 4 em paralelo com as primeiras, reduzimos a resistência de 0,4Ω para 0,2Ω, o que permite maior durabilidade da associação mista.

LEIS DE KIRCHHOFF

Para se resolver redes elétricas (circuitos) mais complicadas, aplicam-se as leis de Kirchhoff.

Veja:



Nó: ponto de encontro de três ou mais elementos do circuito. No exemplo, **A** e **D** são nós.

Ramo: trecho de circuito entre dois nós consecutivos. No exemplo tem três ramos: AD, ABCD e AFED.

Malha: circuito elétrico fechado. No exemplo tem três malhas: ABCDA(α), ADEFA(β) e ABCDEFA(γ).

1ª Lei: Lei dos Nós – em qualquer **nó** a soma algébrica das correntes que chegam (+) com as que saem (–) do nó é nulo.

No exemplo, nó: A $\boxed{i_1 + i_2 - i_3 = 0}$ I

2ª Lei: Lei das Malhas – em qualquer malha, a soma algébrica das **ddps** ao longo dela é nula.

Após arbitrar um sentido de percurso para a corrente **em cada ramo** e um sentido de percurso para cada malha, deve-se percorrer cada malha colhendo as **ddps** com os seguintes sinais:

– Se, ao percorrer a malha, o sentido dela coincidir com o da corrente nos resistores, então (Ri) é **positivo**, caso contrário (Ri) é **negativo**.

– Se, ao percorrer a malha, chegar primeiro no pólo **negativo** – + então, E ou E' é negativo, caso chegar primeiro no pólo positivo + – então, E ou E' é positivo.

No exemplo, temos:

malha **α** partindo em **A** percorrendo a malha no sentido horário, temos:

$$-12 + 1i_3 + 4i_3 + 24 + 1i_3 + 3i_2 + 1i_2 - 4 = 0$$

$$\boxed{4i_2 + 6i_3 = -8} \quad \text{II}$$

malha **β** partindo em **A** percorrendo a malha β no sentido horário, temos:

$$4 - 1i_2 - 3i_2 + 3i_1 - 20 + 1i_1 + 2i_1 = 0$$

$$\boxed{6i_1 - 4i_2 = 16} \quad \text{III}$$

Poderíamos ainda equacionar o nó (D) e a malha (γ) que não se faz necessário pois já temos equações suficientes para montar um sistema de três equações (I, II, III), com **3** variáveis, i_1, i_2, i_3.

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 = 0 & \text{I} \\ \cancel{4}i_2 + \cancel{6}i_3 = -\cancel{8} & \text{II} \\ \cancel{6}i_1 - \cancel{4}i_2 = \cancel{16} & \text{III} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 = 0 & \text{I} \\ 2i_2 + 3i_3 = -4 \rightarrow i_3 = \dfrac{-4 - 2i_2}{3} & \text{II} \\ 3i_1 - 2i_2 = 8 \rightarrow i_1 = \dfrac{8 + 2i_2}{3} & \text{III} \end{cases}$$

Substituindo II e III na I

$$\frac{8 + 2i_2}{3} + i_2 - \left(\frac{-4 - 2i_2}{3}\right) = 0$$

$$\frac{8 + 2i_2}{3} + i_2 + \frac{4 + 2i_2}{3} = 0$$

$$\frac{8 + 2i_2 + 3i_2 + 4 + 2i_2}{\cancel{3}} = \frac{0}{\cancel{3}}$$

$$7i_2 = -12 \rightarrow \boxed{i_2 = \frac{-12}{7}\,\text{A}}$$

O sinal negativo indica que o sentido da corrente neste ramo é o contrário do que foi arbitrado.

Substituindo em (II e III) obteremos i_1 e i_3.

$$i_3 = \frac{-4 - 2 \cdot \left(\dfrac{-12}{7}\right)}{3} = \frac{-4 + \dfrac{24}{7}}{3} = \frac{\dfrac{-28+24}{7}}{3} = \boxed{\frac{-4}{21}\,\text{A}}$$

$$i_1 = \frac{8 + 2 \cdot \left(\dfrac{-12}{7}\right)}{3} = \frac{8 - \dfrac{24}{7}}{3} = \frac{\dfrac{56 - 24}{7}}{3} = \boxed{\frac{+32}{21}\,\text{A}}$$

ELETROMAGNETISMO

Estuda as propriedades relacionadas a eletricidade e ao magnetismo ao mesmo tempo.

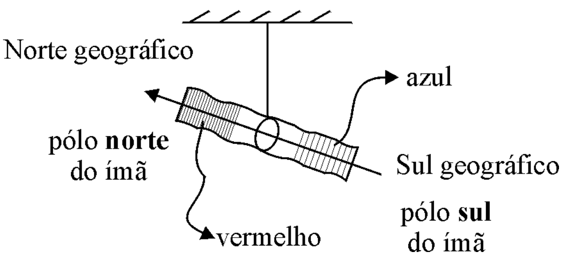
1. Ímãs

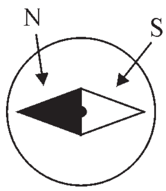
Corpos que têm o poder de atrair ferro ou que interagem entre si.

O nome **magnetismo** vem da Magnésia, região da Ásia menor onde tem em abundância a **magnetita**, um tipo de óxido de ferro que é **ímã natural**.

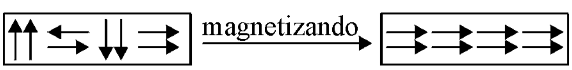
Pólos de um ímã

Quando suspenso, um ímã se orienta no sentido Norte-Sul geográfico da terra devido a esta ter propriedades magnéticas. A face do ímã que se volta para o pólo norte geográfico é o pólo norte do ímã e a face do ímã que se volta para o pólo sul geográfico é o pólo sul do ímã. Veja o ímã suspenso.





- Uma **bússola** é um ímã suspenso.
- Nos pólos, os efeitos magnéticos são mais fortes mesmo que o ímã tenha forma esférica.
- Pólos de mesmo nome se repelem e de nomes contrários, se atraem.
- Um **ímã** partido apresenta novos pólos em cada fragmento (inseparabilidade dos pólos).
- É possível magnetizar corpos como o ferro e o aço, usando um outro ímã, ou passando pelo corpo uma corrente elétrica contínua, veja:



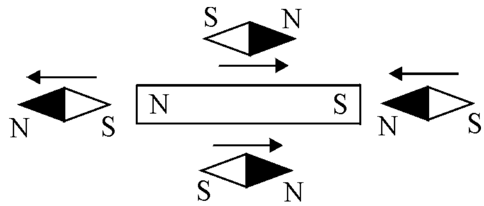
domínios magnéticos não orientados (não é ímã)

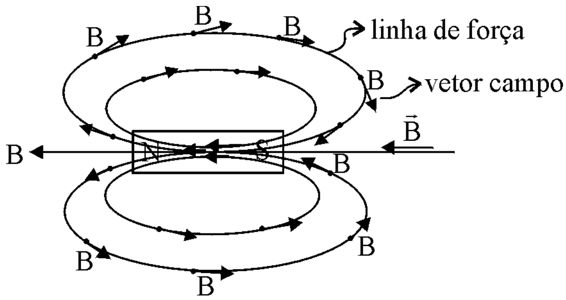
domínios magnéticos orientados (é ímã)

- O ferro é ímã temporário, perde fácil a imantação. O aço conserva por longo tempo, é ímã artificial permanente.
- O físico **Oersted** descobriu que uma corrente elétrica, ao passar por um fio, produz efeitos magnéticos e que cargas elétricas em movimento criam efeitos magnéticos.

2. Campo Magnético e linhas de força criado por um **ímã** ou pela **corrente elétrica** (i)

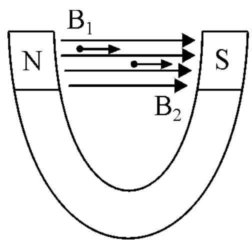
Uma bússola, quando colocada próxima a um **ímã** ou em fio conduzindo corrente, sofre ação de forças e se orienta assinalando que na região do espaço ao redor do ímã ou fio atua o campo magnético, que representaremos pela letra ($\vec{B}$). A direção e o sentido de campo é dado pela orientação da bússola ou pela regra da mão direita que veremos a seguir. Veja:





$\vec{B}$ → campo magnético dado em Tesla (T)

- O campo magnético pode ser representado pelas linhas de força magnéticas ou linhas de campo que **têm o sentido dado pela bússola**, e são fechadas, isto é, contínuas, indo do pólo **N** para o **S** fora do ímã e do **S** para o **N** dentro do ímã.
- Quanto maior a densidade das linhas, mais intenso é o campo ($\vec{B}$).
- A direção do campo ($\vec{B}$) é sempre tangente à linha de força em cada ponto.
- O sentido do campo é o mesmo da linha de força.
- Unidade do campo é o Tesla (T).
- Linhas de força paralelas indicam campo magnético uniforme ou constante. Veja:

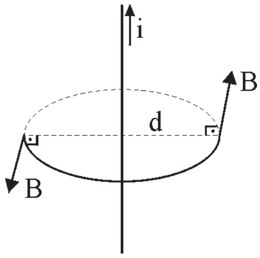


$B_1 = B_2$ → campo magnético dado em Tesla (T)

3. Campo Magnético Gerado por corrente elétrica

Cargas isoladas em movimento ou corrente elétrica criam campo magnético.

1º) Em torno de um condutor reto



Da lei de Biat-Savart

$$\boxed{\Delta B = \frac{\mu i \, \Delta\ell \, \text{sen}\,\theta}{4\pi \cdot d^2}}$$

aplicada a este caso resulta a equação particular

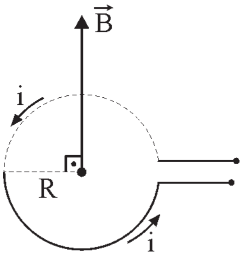
$$\boxed{B = \frac{\mu i}{2\pi d}} \quad \text{como:} \quad \boxed{\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{Tm}{A}}$$

→ permeabilidade magnética do meio

obtemos:

$$\boxed{B = 2C_0 \frac{i}{d}} \quad \text{onde } C_0 = 10^{-7}$$

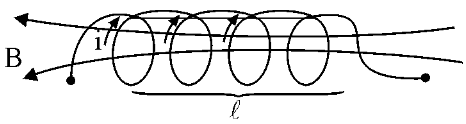
2º) No centro de uma espira circular



De Biat-Savart ou Ampère tiramos que:

$$\boxed{B = \frac{\mu i}{2R}} \quad \text{ou} \quad \boxed{B = 2\pi C_0 \frac{i}{R}}$$

3º) No interior de um solenóide



De Biat-Savart ou Ampère tiramos que:

$$\boxed{B = \frac{\mu n i}{\ell}} \quad \text{ou} \quad \boxed{B = 4\pi \, C_0 \, Ni}$$

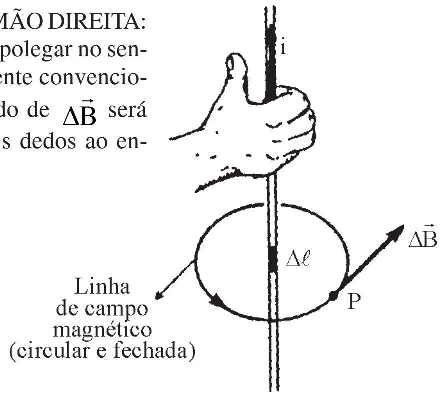
$$N = \frac{n}{\ell}$$

n → número de espiras do solenóide
ℓ → comprimento do solenóide
N → densidade linear de espiras

Regra da mão direta

A direção e o sentido do campo magnético ($\vec{B}$) é dado pela regra da mão direita onde, se o polegar indicar o sentido da corrente convencional, então o gesto de fechar os demais dedos sobre a palma da mão indica a direção e o sentido de $\vec{B}$ na região em questão.

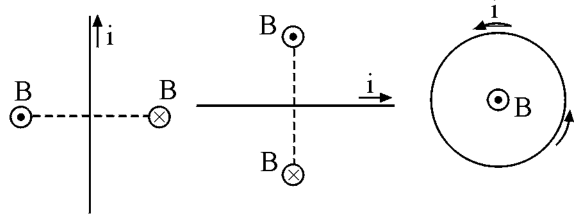
REGRA DA MÃO DIREITA:
Coloca-se o polegar no sentido da corrente convencional. O sentido de $\Delta\vec{B}$ será o dos demais dedos ao envolver o fio.



⊙ → Este símbolo indica vetor perpendicular saindo do plano do papel.

⊗ → Indica o vetor perpendicular entrando no plano do papel.

Veja aplicação da regra da mão direita na determinação da direção e sentido de **B** nos pontos a seguir:



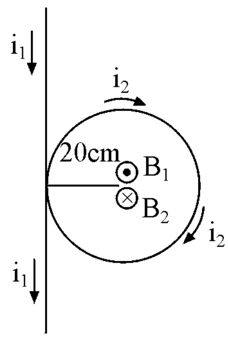
Aplicação 1:

Determine o campo magnético resultante no centro da espira criado pelo fio condutor e pela espira, se:

$i_1 = 4A$ $\quad C_0 = 10^{-7}$

$i_2 = 3A$

$d = R = 20$ cm $= 0,2$ m



$$\begin{cases} B_1 = 2C_0 \dfrac{i_1}{d} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \dfrac{4}{0,2} = 40 \cdot 10^{-7} T \\ B_2 = 2\pi C_0 \dfrac{i_2}{R} = 2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \dfrac{3}{0,2} = 94,2 \cdot 10^{-7} T \end{cases}$$

$$B_R = B_2 - B_1 = 94,2 \cdot 10^{-7} - 40 \cdot 10^{-7} \text{ T} =$$

$$\boxed{54,2 \cdot 10^{-7} \text{ T}} \; \otimes$$

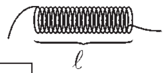
Aplicação 2:

Um solenóide possui 200 espiras por metro linear e passa por ele uma corrente de 20A. Qual o campo no seu interior?

$B = 4\pi\, C_0\, N \cdot i$

$$\boxed{N = \frac{n}{\ell} = \frac{200}{1} = 200}$$

$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 20$

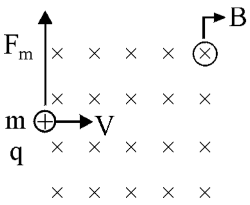


$B = 16.000\ \pi \cdot 10^{-7} = \boxed{16\pi \cdot 10^{-4}\ T}$

4. Força Magnética (Fm)

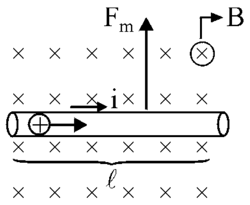
Cargas elétricas em movimento dentro de um campo magnético ficam sujeitas a forças dadas por:

carga isolada (q)

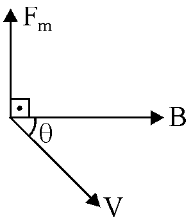


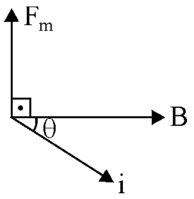
$$\boxed{F_m = B \cdot q \cdot V \cdot \text{sen}\theta}$$

cargas num condutor (corrente) **i**



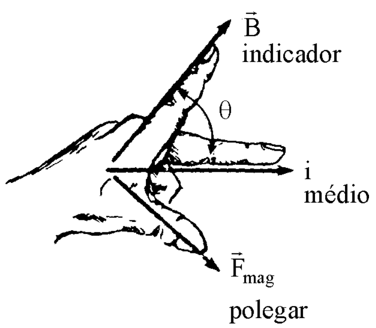
$$\boxed{F_m = B \cdot i \cdot \ell\ \text{sen}\ \theta}$$





Regra da mão esquerda

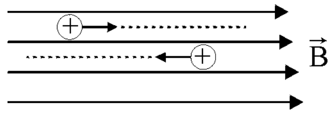
Se o dedo indicador indicar o sentido de $\vec{B}$ e o médio, o sentido de **V** ou **i**, então o polegar indicará o sentido de **F** para cargas positivas. Para cargas negativas **F** terá o sentido contrário do indicado pelo polegar.



Se $\vec{V}$ e $\vec{B}$ forem paralelos, teremos em

$$F_m = B \cdot q \cdot V \cdot \underbrace{\text{sen}\,\theta}_{\text{zero}} = 0$$

e, então, a carga descreverá um **MRU**.



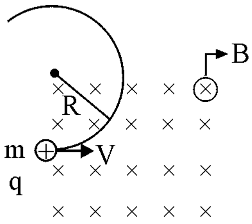
Se $\vec{V}$ e $\vec{B}$ forem perpendiculares, teremos em

$$F_m = B \cdot q \cdot V \cdot \underbrace{\text{sen}\,\theta}_{1} = B \cdot q \cdot V$$

e, então, a carga descreverá um **MCU**, onde a força magnética (F_m) exercerá o papel de força centrípeta (F_C).

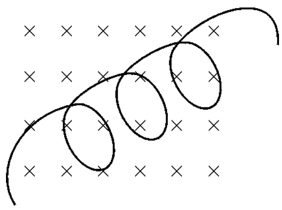
$F_m = F_C$

$$B \cdot q \cdot \cancel{V} = \frac{m \cdot V^{\cancel{2}}}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{mV}{B \cdot q}}$$

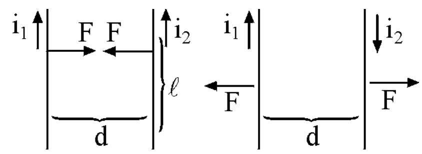


m → massa da partícula
V → velocidade da carga
R → raio da curva
B → campo magnético
q → quantidade de carga

Se $\vec{V}$ e $\vec{B}$ formarem um ângulo qualquer diferente de 0º, 180º e 90º, a carga descreverá uma trajetória helicoidal uniforme.



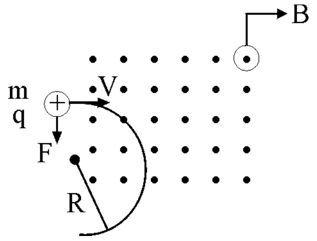
A força entre condutores paralelos conduzindo corrente de mesmo sentido é de **atração** e de sentido contrário é de **repulsão**.



$$\boxed{F = \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2\, \ell}{2\pi d}} \text{ ou } \boxed{F = 2C \cdot \frac{i_1 i_2\, \ell}{d}}$$

Prática 1:

Uma partícula de massa $2 \cdot 10^{-10}$g eletrizada positivamente com uma carga de 10 μC é lançada perpendicularmente a um campo magnético de intensidade 100 T, com velocidade de 200 m/s, segundo o esquema abaixo.



Determine:

a) o sentido da força que atua na carga **q** e a trajetória descrita;

b) a intensidade da força;

c) o raio da trajetória descrita.

Dados:

V = 200 m/s

B = 100T

$q = 10 \cdot \mu C = 10 \cdot 10^{-6} C$

$m = 2 \cdot 10^{-10} g = 2 \cdot 10^{-13}$ kg

Solução:

a) Está presente na ilustração.

b) $\boxed{F_m = B \cdot q \cdot V \text{ sen } \theta}$

$$F_m = 100 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \cdot \underbrace{\text{sen } 90^\circ}_{1}$$

$Fm = 2 \cdot 10^{-1} = 0{,}2N$

c) $$\boxed{R = \frac{mV}{Bq}} = \frac{2 \cdot 10^{-13} \cdot 2\cancel{00}}{1\cancel{00} \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^{-13} \cdot 10^{5} =$$

$$\boxed{4 \cdot 10^{-8} \text{ m}}$$

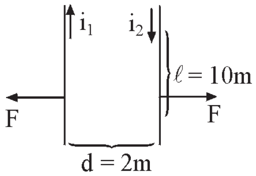
Prática 2:

Dois fios longos, retos e paralelos, situados no vácuo, são percorridos por correntes contrárias, de intensidade $i_1 = 4A$ e $i_2 = 6A$. A distância entre os fios é de 2m.

a) Os fios se atraem ou se repelem?

b) Qual a força de atração para cada 10m de fio?

Solução:



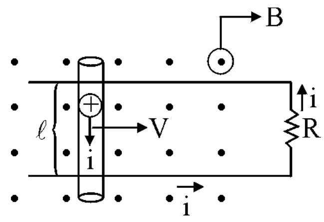
a) Os fios se repelem.

b) $$F = 2C_0 \frac{i_1 i_2 \ell}{d}$$

$$F = \frac{\cancel{2} \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 6 \cdot 10}{\cancel{2}}$$

$F = 24 \cdot 10^{-6} = 2{,}4 \cdot \boxed{10^{-5} N}$

5. Indução Eletromagnética



$$\boxed{E = B \cdot \ell \cdot V}$$

$$\boxed{i = \frac{E}{R}}$$

"Um condutor de comprimento (ℓ) em movimento, com uma velocidade (V), dentro de um campo magnético (B), surge nele uma **ddp** denominada de (f.e.m.i) força eletromotriz induzida (E); e se fechar o circuito, surge uma corrente induzida (i)."

Prática:

Um condutor de comprimento 10cm se move dentro de um campo magnético de intensidade 5T com velocidade de 20 m/s.

Determine:

a) a (f.e.m.i.);

b) a intensidade da corrente induzida (i) se a resistência vale R = 5Ω.

Dados:

$\ell = 10cm = 0{,}1m$

$B = 5T$

$V = 20m / s$

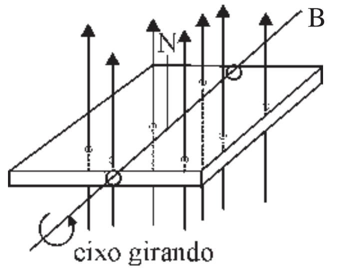
Solução:

a) $\boxed{E = B \cdot V \cdot \ell} = 5 \cdot 20 \cdot 0{,}1 = \boxed{10V}$

b) $\boxed{i = \frac{E}{R}} = \frac{10}{5} = \boxed{2A}$

Lei de Faraday – Newman (gerador)

Se o fluxo magnético que atravessa um circuito fechado varia ($\Delta\phi$), surge no circuito uma (f.e.m.i), uma força eletromatriz induzida (E) e uma corrente induzida (i).



$$\boxed{\phi = B \cdot A \cdot \cos\theta}$$

$\theta \rightarrow$ ângulo formado pela reta normal ao circuito (N) e o vetor campo (B)
A $\rightarrow$ área do interior da espira (circuito)
B $\rightarrow$ campo magnético
$\phi \rightarrow$ fluxo magnético dado em $Tm^2 \Rightarrow$ Weber (Wb)

$$\boxed{E = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}} \quad \boxed{i = \frac{E}{R}}$$

O sentido da corrente é dado pela Lei de **Lenz**: "A corrente induzida tem um sentido tal que cria um fluxo magnético variável que se opõe à variação do fluxo indutor" ou "Tente impedir com os quatro dedos da mão direita o que está acontecendo com o fluxo que, então, o polegar indicará o sentido da corrente induzida".

Prática:

Uma espira de resistência 2Ω retangular de lados 0,5m por 0,2m está imersa num campo magnético de 50T e passa de um ângulo de 60º para 0º em 0,2s.

Dados:
$A = 0{,}5m \cdot 0{,}2m = 0{,}1m^2$
$B = 50T$
$\theta_0 = 60º$
$\theta = 0º$
$\Delta t = 0{,}2s$

Determine:
a) o fluxo inicial e final e sua variação;
b) a (f.e.m.i);
c) a corrente induzida.

Solução:

a)
$$\boxed{\phi_0 = B \cdot A \cdot \cos\theta_0} = 50 \cdot 0{,}1 \cdot \overbrace{\cos 60º}^{1/2} = 2{,}5\ Wb$$

$$\boxed{\phi = B \cdot A \cdot \cos\theta} = 50 \cdot 0{,}1\ \underbrace{\cos 0º}_{1} = 5{,}0\ Wb$$

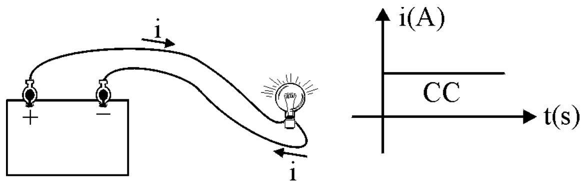
$$\Delta\phi = \phi - \phi_0 = 5 - 2{,}5 = 2{,}5\ Wb$$

b) $\boxed{E = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}} = \frac{2{,}5Wb}{0{,}2s} = \boxed{12{,}5V}$

c) $\boxed{i = \frac{E}{R}} = \frac{12{,}5V}{2\Omega} = \boxed{6{,}25A}$

Corrente Alternada (CA) e corrente contínua (CC)

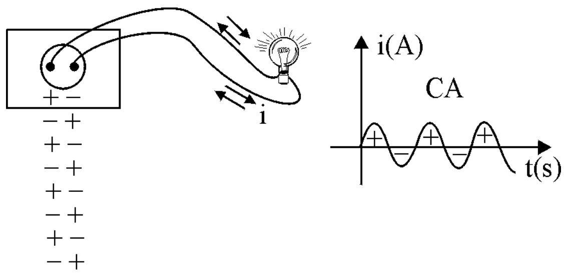
A **corrente contínua** pode ser gerada a partir de geradores onde um pólo é sempre positivo e outro é sempre negativo. Exemplo: bateria e pilha.



A corrente flui sempre no mesmo sentido.

A **corrente alternada** pode ser gerada a partir de geradores onde os pólos alternam seu sinal como nos geradores mecânicos das hidrelétricas.

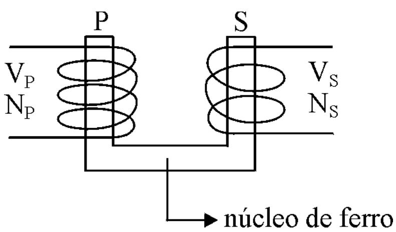
Exemplo: as tomadas de nossas residências onde ocorre uma alternância de freqüência de 60 Hz.



A corrente **muda** de sentido constantemente.

Transformador

Serve para **elevar** ou **rebaixar** a tensão (voltagem) e só funciona com corrente alternada.



p $\rightarrow$ primário, onde a corrente **chega**
S $\rightarrow$ secundário, onde a corrente **sai**

$$\boxed{\frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S}} \qquad P_P = P_S \qquad \boxed{V_P \cdot i_P = V_S i_S}$$

$N_P > N_S \rightarrow$ rebaixa
$N_P < N_S \rightarrow$ eleva

V_P e V_S $\rightarrow$ voltagens no primário e secundário
N_P e N_S $\rightarrow$ número de espiras do primário e secundário
P_P e P_S $\rightarrow$ potência do primário e secundário
i_P e i_S $\rightarrow$ corrente do primário e secundário

Prática:

Um transformador é alimentado no circuito primário com tensão de 110V e corrente de 6A. O primário possui 300 espiras e o secundário 600 espiras.

a) Qual a tensão obtida no secundário?
b) Qual a intensidade de corrente no secundário?

Solução:

a) $\boxed{\frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S}} \Rightarrow \frac{110}{300} = \frac{V_S}{600} \Rightarrow V_S = \boxed{220V}$

b) $\boxed{V_P \cdot i_P = V_S \cdot i_S}$

$110 \cdot 6 = 220 \cdot i_S \quad \boxed{i_S = 3A}$

FÍSICA MODERNA
(algumas idéias)

1. A radiação do corpo negro em função da temperatura.

$\boxed{R = \tau \cdot T^4}$

R → poder emissivo ou energia irradiada.

$\tau = 5{,}6703 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ (constante de Stefan-Boltzmam)

Max Karl Planck estabeleceu que:
– a energia de um oscilador é quantizada, isto é, múltiplos de um valor fundamental;
– a energia irradiada por um oscilador não é contínua; ela se manifesta através de pulsos ou quanta (plural de quantum) ou seja, a energia é emitida quando o oscilador passa de um estado quantizado para outro (mecânica quântica).

2. O Efeito Fotoelétrico

O efeito fotoelétrico consiste no fato de que os metais, quando banhados por energia radiante, podem chegar ao ponto de emitir elétrons. As células fotoelétricas são amplamente utilizadas em nossos dias, em portas de elevadores, em vários aparatos de segurança, cronometragens, etc.

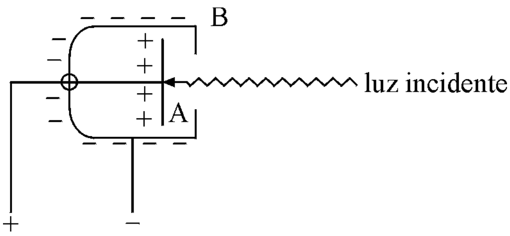
Albert Einstein, para explicar o efeito fotoelétrico, propôs que a energia chega aos elétrons em "pacotes". Cada pacote é um quantum de energia (teoria dos quanto). Os quanto de energia luminosa foram batizados de **fótons**. Os fótons interagem com a matéria como se fossem partículas. A energia de cada fóton é:

$\boxed{E = h \cdot f}$ onde:

$f \rightarrow$ é a freqüência do fóton
$h \rightarrow$ é a constante de Planck

$$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J/s}$$

Cada elétron ligado a um metal possui uma certa energia potencial (E_P). Para se retirar um elétron de um metal, é necessário uma quantidade de energia igual à energia potencial de ligação do elétron. Se essa energia for maior do que a energia potencial do elétron, o salto será a energia cinética do elétron arrancado.



A luz arranca elétrons da placa metálica **A** os quais são capturados pelo coletor **B**.

3. A Estrutura do Átomo
Niels Bohr e Rutherford – 1911/1913

– Os elétrons estão no átomo em órbitas estáveis onde todas as órbitas estacionárias possíveis são múltiplos de um valor fundamental.
– Quando um elétron muda de um estado estacionário para outro, de energia diferente, há em correspondência a emissão de um **fóton**, cuja freqüência pode ser obtida por:

$\boxed{f = \frac{E_i - E_f}{h}} \quad E_i - E_f = f \cdot h$

$E_i > E_f \rightarrow$ um fóton é emitido
$E_i < E_f \rightarrow$ um fóton é absorvido

4. A Teoria da Relatividade

As equações de Maxwell descrevem, com absoluta precisão, o relacionamento entre campo elétrico e campo magnético onde as ondas eletromagnéticas têm a mesma velocidade de propagação no vácuo, igual a da luz $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Em 1905, Albert Einstein propôs a Teoria da Relatividade Restrita, com base em dois postulados:
1º) as leis da Física são as mesmas para todos os referenciais **inerciais**, não existindo nenhum referencial privilegiado;
2º) a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor em todas as direções e em todos os referenciais inerciais.

A **Teoria da Relatividade** de Einstein estabelece que:
– a duração (intervalo de tempo) de um evento não é um conceito absoluto, mas depende do referencial usado para a observação;
– a massa de um corpo não é invariável, dependendo também do referencial usado para a observação;

– as dimensões de um corpo não são grandezas absolutas, dependendo também do referencial usado para sua observação.

Para solucionar essas questões precisamos definir **medida própria** e **medida relativa**.

Medida própria: É a medida feita por alguém em repouso relativamente ao objeto medido que também estará em repouso em relação ao observador.

$$\begin{cases} m_p \rightarrow \text{massa própria} \\ \ell_p \rightarrow \text{comprimento próprio} \\ \Delta t_p \rightarrow \text{é o intervalo de tempo próprio} \\ v \rightarrow \text{é a velocidade relativa entre o observador} \\ \quad \text{e o objeto medido onde } \boxed{v = 0} \end{cases}$$

Medida relativa: É a medida feita por alguém que esteja em movimento em relação ao objeto medido ou de um objeto que esteve em movimento em relação ao observador.

$$\begin{cases} m_r \rightarrow \text{massa relativa} \\ \ell_r \rightarrow \text{comprimento relativo} \\ \Delta t_r \rightarrow \text{intervalo de tempo relativo} \\ c \rightarrow \text{é a velocidade da luz} \\ V \rightarrow \text{velocidade relativa entre o observador} \\ \quad \text{e o objeto medido onde } \boxed{V \neq 0} \end{cases}$$

A teoria da relatividade diz que:

$$\boxed{m_r = \frac{m_p}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} \qquad \boxed{\ell_r = \ell_p \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{\Delta t_r = \frac{\Delta t_p}{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Resumindo

O que ocorre na relatividade é que as medidas de comprimento, de massa e de tempo são afetadas pelo movimento.

Uma conclusão também importante a partir da Teoria da Relatividade é o cálculo da energia total associada a um corpo de massa própria (m_P) a uma velocidade (V):

$$\boxed{E = m \cdot c^2} \quad \text{onde:} \quad m = \frac{m_P}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Esta última é a clássica expressão de Einstein. Ela é usada para o cálculo de transformação de massa em energia e constitui a chave para a compreensão da origem da energia nuclear.

Aplicação:

Uma moça de massa **60 kg**, altura **1,80 m** leva **20 anos** para apresentar um certo envelhecimento aqui na Terra. Mantidas as mesmas condições dentro de uma espaçonave com uma velocidade de 80% da velocidade da luz, um observador fixo na terra obterá que valores de **massa**, **altura** e **tempo** relativos?

Calculamos antes o valor comum a todas as expressões onde: V = 80% $c = \frac{80}{100}$ $c = 0{,}8c$

$$\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} = \sqrt{1-\frac{(0{,}8c)^2}{c^2}} = \sqrt{1-\frac{0{,}64c^2}{c^2}} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$$

Cálculo da massa relativa:

$$\boxed{m_r = \frac{m_p}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}} = \frac{60\text{kg}}{0{,}6} = \boxed{100 \text{ kg}}$$

Cálculo do comprimento (altura) relativa:

$$\boxed{\ell_r = \ell_p \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = 1{,}80 \text{ m} \cdot 0{,}6 = \boxed{1{,}08 \text{ m}}$$

Cálculo do tempo relativo:

$$\boxed{\Delta t_r = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}} = \frac{20 \text{ anos}}{0{,}6} = \boxed{33{,}33 \text{ anos}}$$

Note que a moça fica “mais gorda, mais baixa e vive mais tempo”, pois tivemos as seguintes variações.

massa: de 60 kg para 100 kg.
altura: de 1,80 m para 1,08 m.
tempo: de 20 anos para 33,33 anos.

5. Radioatividade

Propriedade de alguns elementos químicos de se decompor transformando-se em outros elementos.

Meia-vida de uma substância radioativa é o intervalo de tempo necessário para que a atividade radioativa se reduza à metade.

Ex.: **urânio** = $4{,}5 \cdot 10^9$ anos
tório = $1{,}4 \cdot 10^{10}$ anos

6. Física Nuclear

Os prótons ficam interligados no núcleo devido a uma **força nuclear forte** ali existente. Para retirar um próton ou nêutron do núcleo, é necessário milhões de vezes mais energia do que para retirar um elétron da eletrosfera.

Na **fissão** nuclear, um nêutron penetra no núcleo do átomo e o divide em duas partes, liberando uma quantidade enorme de energia.

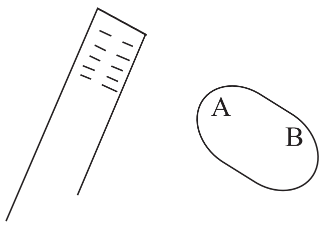
Na **fusão** nuclear, dois núcleos menores se fundem formando um núcleo mais pesado, ocorrendo, também, grande liberação de energia.

EXERCÍCIOS

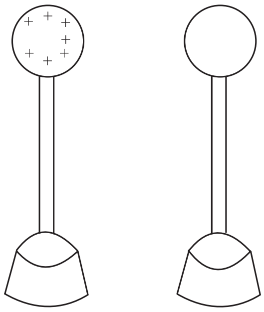
ELETRICIDADE E ELETROMAGNETISMO

1. (F.M.ABC-SP) Passando-se um pente nos cabelos, verifica-se que ele pode atrair pequenos pedaços de papel. A explicação mais coerente com esse fato é que, ao passar o pente nos cabelos, ocorreu:
   a) eletrização do pente e não dos cabelos, que faz cargas passarem aos pedaços de papel e atrai os mesmos;
   b) aquecimento do pente por atrito, provocando movimento do ar; por isso, o pedaço de papel sobe em direção ao pente;
   c) aquecimento do pente, com conseqüente eletrização do ar próximo, que provoca o fenômeno descrito;
   d) eletrização do pente, que induz cargas no papel, provocando sua atração.

2. (U.F.Uberlândia-MG) Uma barra eletrizada negativamente é colocada próxima de um corpo metálico AB (não eletrizado). Podemos afirmar que:
   a) não haverá movimento de elétrons livres no corpo AB;
   b) os elétrons livres do corpo AB deslocam-se para a extremidade A ;
   c) o sinal da carga que aparece em B é positivo;
   d) ocorreu no corpo metálico a indução eletrostática.



3. (PUC-SP) Têm-se duas esferas metálicas iguais, A e B, sustentadas por suportes isolantes. Inicialmente, a esfera B está neutra, e a esfera A está eletrizada positivamente.
   Colocando-se as duas esferas em contato, e em seguida separando-as, faz-se a seguinte observação:
   a) a carga de A passa para B;
   b) metade da carga de A passa para B;
   c) a esfera B adquire cargas negativas;
   d) a esfera A fica negativa.



4. (UF-SE) Um corpo está eletrizado com carga positiva $Q = 6{,}4 \cdot 10^{-6}$ C. Determine o número de elétrons que esse corpo perdeu ao adquirir tal carga.

5. (PUC-RS) Duas cargas puntiformes, $Q_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ C e $Q_2 = -18 \cdot 10^{-4}$C estão no vácuo à distância de 9 cm da outra. Determine a intensidade da força de atração entre as cargas. A constante eletrostática do vácuo é $K = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$.

6. (UC-MG) Duas cargas puntiformes, Q_1, e $Q_2 = 2Q_1$, se repelem no vácuo com uma força de intensidade F quando colocadas a uma distância d uma da outra. Se essa distância for aumentada para 3d, a intensidade da força passa a ser F'. Determine a relação $\dfrac{F}{F'}$, entre as intensidades das forças.

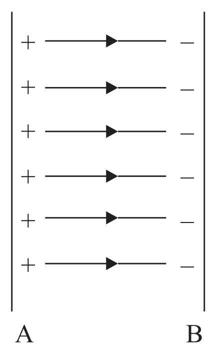
7. Atrite um pente num pedaço de lã (ou num tecido de malha) e o aproxime de um filete de água saindo da torneira. Observe que o filete se desvia da vertical. Explique o sucedido.

8. (PUC-SP) Atrita-se um bastão de plástico ou de vidro com um pano de lã. Em seguida, aproxima-se o bastão (sem atrito) de uma pequena esfera metálica isolada.
   Ocorrerá:
   a) atração entre a esfera e o bastão;
   b) repulsão entre a esfera e o bastão;
   c) eletrização da esfera com carga positiva;
   d) eletrização da esfera com carga negativa.

9. (FEI-SP) Determine a intensidade do vetor campo elétrico criado por uma carga elétrica puntiforme Q = $5 \cdot 10^{-6}$C, num ponto P situado P situado a 3 cm da carga. $K = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$.

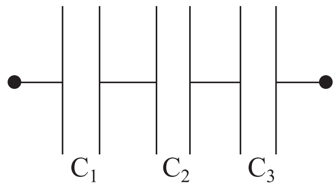
10. (UF-SC) qual a energia potencial elétrica adquirida por uma carga puntiforme $q = 3 \cdot 10^{-6}$C ao ser colocada num ponto P de um campo elétrico, cujo potencial é V = 100 V?

11. (UF-ES) Entre as placas A e B da figura, estabelece-se um campo elétrico uniforme de intensidade E = 100 V/m. Sendo de 8 cm a distância entre as placas, determine a d.d.p entre elas.



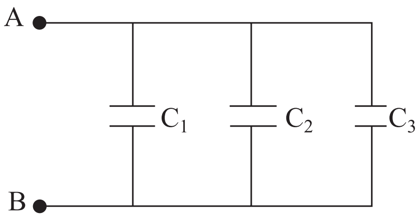
12. (EPUSP-SP) Um capacitor plano a vácuo tem armaduras de área $A = 0,06\ m^2$, separadas pela distância $d = 3$ cm. A ddp entre as armaduras vale 500 V. Dada a permitividade do vácuo $e_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m, determine, para esse capacitor:
a) a capacidade eletrostática;
b) a carga elétrica;
c) a energia potencial elétrica armazenada.

13. (UF-PA) Três capacitores, de capacidades $C_1 = 2 \cdot 10^{-6}$F, $C_2 = 5 \cdot 10^{-6}$F, e $C_3 = 10 \cdot 10^{-6}$F, são associados em série, como assim mostra a figura.



a) Determine a capacidade do capacitor equivalente à associação.
b) Sendo 10^{-5} C a carga elétrica fornecida à associação, determine a d.d.p em cada capacitor e a d.d.p entre os terminais da associação.
c) Determine a energia potencial elétrica armazenada pela associação.

14. (UF-PA) Considere que os mesmos capacitores do exercício anterior sejam associados em paralelo, segundo a figura.



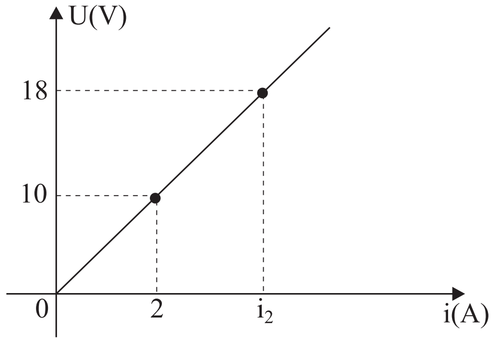
a) Determine a capacidade do capacitor equivalente à associação.
b) Sendo U = 8V a d.d.p aplicada aos terminais A e B da associação, determine a carga de cada capacitor e a carga total da associação.
c) Determine a energia potencial elétrica armazenada pela associação.

15. (UF-PR) Determine a d.d.p que deve ser aplicada a um resistor de resistência elétrica de 5W para ser atravessado por corrente elétrica de intensidade 2A.

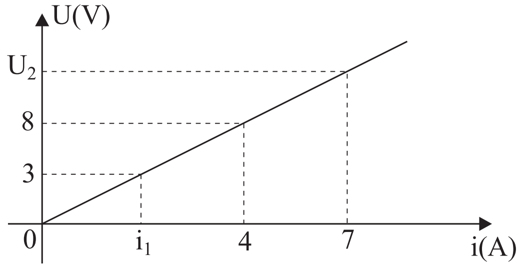
16. (UF-SE) Um resistor é submetido a uma d.d.p de 110V, sendo percorrido por corrente de intensidade 10a. Qual sua resistência elétrica?

17. (Fatec-SP) Determine a intensidade da corrente que atravessa um resistor de 5W quando sob d.d.p de 20V.

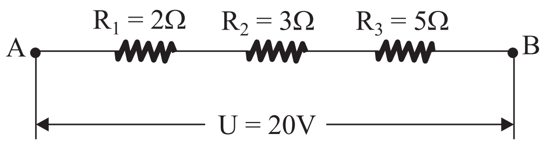
18. (Fatec-SP) A curva característica de um resistor é dada ao lado. Determine sua resistência elétrica R e a intensidade i_2.



19. (UF-PA) A curva característica de um resistor é dado logo ao lado. Determine sua resistência elétrica R e os valores de U_2 e i_1.

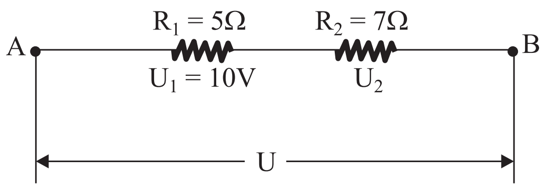


20. (UF-ES) Considere a associação de resistores ao lado, submetida à d.d.p de 20V.



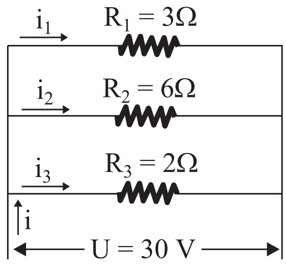
Determine:
a) a resistência elétrica do resistor equivalente;
b) a intensidade da corrente elétrica através dos resistores;
c) as d.d.ps. nos resistores da associação.

21. (OSEC-SP) É dada a associação série de resistores. A d.d.p no resistor $R_1 = 5$W é $U_1 = 10$V.

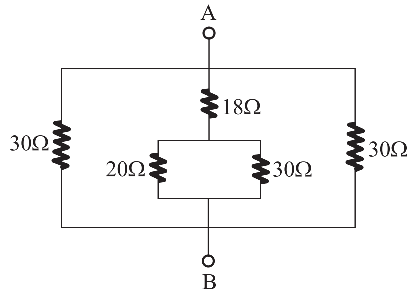


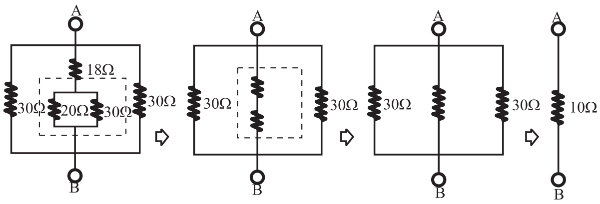
Determine:
a) a intensidade da corrente elétrica através do resistor $R_2 = 7$W;
b) a d.d.p U_2 em R_2;
c) a d.d.p total aplicada à associação;
d) a resistência do resistor equivalente.

22. (UNICamp-SP) Para a associação esquematizada, determine:
a) i_1, i_2, i_3, i;
b) a resistência R_p do resistor equivalente.

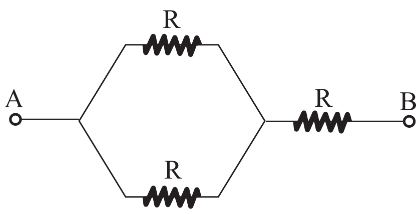


23. (ITA-SP) Determine a resistência equivalente da associação ao lado. A e B são os terminais da associação. Observe a seguinte esquematização abaixo:





24. (UC-MG) No circuito, temos três resistores de resistências iguais. A resistência equivalente da associação, entre os pontos A e B, é de:
a) R/3
b) R/2
c) 2R/3
d) 3R/2
e) 3R



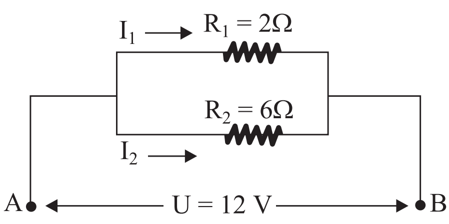
25. (UnB-DF) Para o circuito esquematizado ao lado, a razão entre as correntes I_2 e I_1 é igual a:

a) $\frac{1}{6}$

b) $-\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{3}$

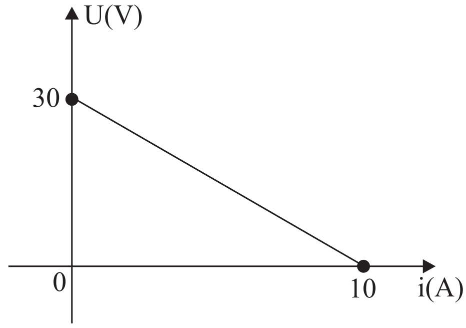
d) $\frac{1}{2}$



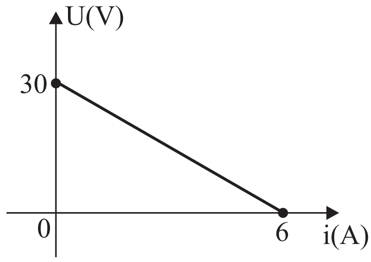
26. (FESP-SP) Tem-se um gerador elétrico de força eletromotriz E = 12V e resistência interna r = 2W. Determine:
a) a d.d.p nos seus terminais para i = 2A;
b) a intensidade da corrente i quando U = 10V.

27. (FEI-SP) Um gerador elétrico tem fem E = 6V e resistência interna r = 1,5W. Calcule sua corrente de curto-circuito.

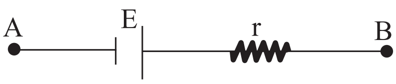
28. (UF-MT) A figura representa a curva característica de um gerador. Determine:
a) a Fem do gerador;
b) a corrente de curto-circuito;
c) a resistência interna do gerador.



29. (F.M. Itajubá-MG) O gráfico mostra como varia a intensidade da corrente que passa por um gerador em função da diferença de potencial que existe entre seus terminais. Sua força eletromotriz e sua resistência interna valem, respectivamente:
a) 6V; 30
b) 30V; 5
c) 30V; 6
d) 30V; 25
e) 30V; 12



30. (FGV-SP) A figura abaixo representa, esquematicamente, um gerador de força eletromotriz E = 1,5V e resistência r = 0,5W. Ao ligar A e B com um fio de resistência desprezível (curto-circuito), o gerador será percorrido por uma corrente elétrica, em ampères, de:
a) 0
b) 0,75
c) 2,0
d) 3,0
e) 5,0

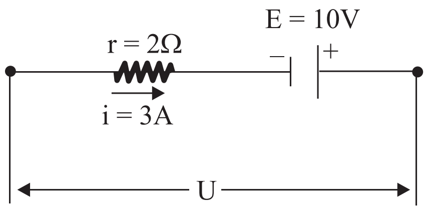


31. (UF-PI) Ao se aplicar um receptor de resistência r = 2W a d.d.p U = 20V, ele é percorrido por corrente elétrica de intensidade i = 2A. Determine sua força contra-eletromotriz.

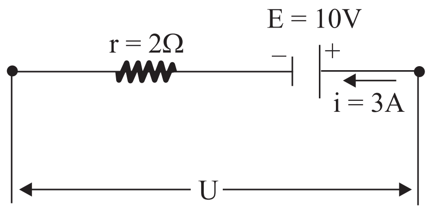
32. (UF-MA) Um receptor apresenta força contra-eletromotriz E = 30V e resistência interna r = 2W. Determine a d.d.p nos terminais do receptor, sabendo-se que a corrente que o atravessa tem intensidade i = 3A.

33. (ITA-SP) Considere os elementos de circuito apresentados nos esquemas abaixo. Caracterize cada um como gerador ou receptor e em cada caso calcule a d.d.p entre seus terminais.

a)



b)

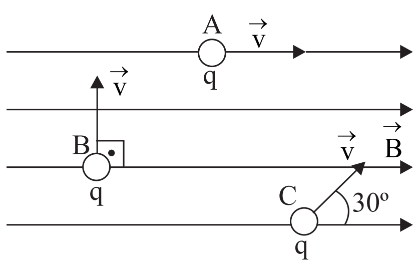


34. (UFSM-RS) Uma partícula eletrizada com carga elétrica q = 2 . 10^{-6}C move-se com velocidade v = 3 . 10^5 m/s, em uma região onde existe um campo magnético uniforme, cujo vetor indução magnética tem intensidade B = 5T. Sendo q = 30º o ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{V}$, determine a intensidade da força magnética agente na partícula.

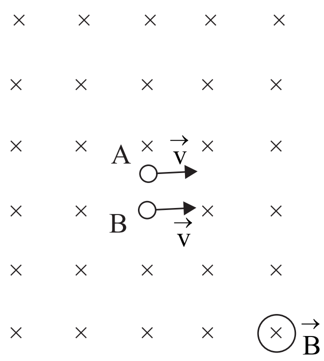
35. (UF-PA) Uma partícula eletrizada com carga elétrica q = 5 . 10^{-6}C move-se com velocidade v = 6 . 10^5 m/s, em uma região onde existe um campo magnético uniforme, cujo vetor indução magnética tem intensidade B = 10T. Sendo q o ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{V}$, determine a intensidade da força magnética agente na partícula nos casos:

a) q = 0º b) q = 90º

36. (PUC-SP) Descreva os movimentos das partículas eletrizadas A, B e C, lançadas num campo magnético uniforme, conforme a figura.

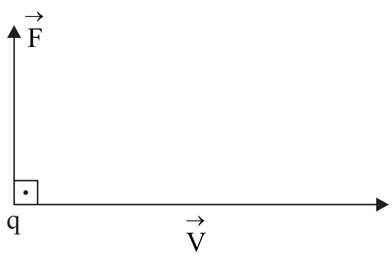


37. (UCS-RS) Duas partículas iguais, eletrizadas com cargas elétricas de mesmo valor absoluto e sinais opostos, sendo A positiva e B negativa, são lançadas num campo magnético uniforme a com a mesma velocidade conforme a figura.
Classifique seus movimentos e desenhe suas trajetórias.



38. (OSEC-SP) Um elétron é lançado num campo magnético uniforme.
Descreva sua trajetória nos casos:
a) em que o elétron é lançado na direção das linhas de indução.
b) em que o elétron é lançado perpendicularmente às linhas de indução.
c) em que o elétron é lançado obliquamente às linhas de indução.

39. (UF-PA) A figura representa o vetor velocidade $\vec{V}$ de uma partícula de carga positiva e força $\vec{F}$ que age sobre essa partícula, devido à presença de um campo magnético. Nessas condições podemos dizer que o vetor indução magnética $\vec{B}$ é:
a) perpendicular ao plano do papel, entrando no plano.
b) perpendicular ao plano do papel e saindo do plano.
c) paralelo ao plano do papel e tem o mesmo sentido do vetor velocidade.
d) paralelo ao plano do papel e tem sentido contrário ao do vetor velocidade.
e) paralelo ao plano do papel e tem o mesmo sentido da força.



40. (ITA-SP) Uma partícula de carga elétrica q e massa m realiza um movimento circular uniforme, sob a

ação de um campo de indução magnética uniforme. Calcular o período do movimento.

a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{qB}{m}}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{mB}{q}}$

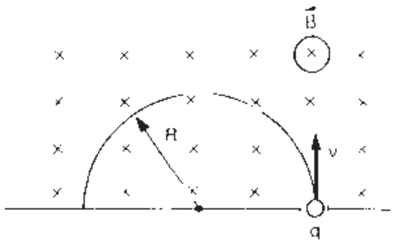
c) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{q}{mB}}$

d) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{qB}}$

e) $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$

41. (FEI-SP) Um próton (carga q e massa m) penetra numa região do espaço onde existe um campo magnético uniforme de indução $B = 5 \cdot 10^{-2}$T, conforme a figura. Determine o raio da trajetória descrita pelo próton sabendo-se que a velocidade v de lançamento é igual a 10^7 m/s.

Sabe-se que: $\dfrac{m}{p} = 10^{-8}\ \dfrac{kg}{C}$

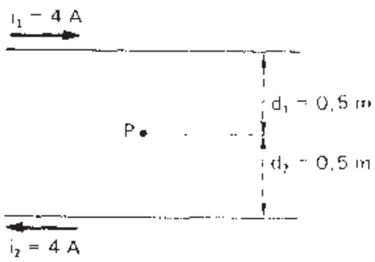


42. (PUC-RS) Desenhe o vetor indução magnética B no ponto P, gerado pela corrente retilínea nos casos abaixo:

43. (Acafe-SC) Um fio longo, retilíneo, é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade i = 2A. O fio está imerso no vácuo cuja permeabilidade magnética $\mu - 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{T \cdot m}{A}$. Determine a intensidade do vetor indução magnética $\vec{B}$ num ponto situado a uma distância d = 0,2m do fio.

44. (UF-GO) Dois fios longos e paralelos são percorridos por corrente elétrica de intensidade igual a 4A, conforme a figura. Determine a intensidade do vetor indução magnética resultante no ponto P indicado.

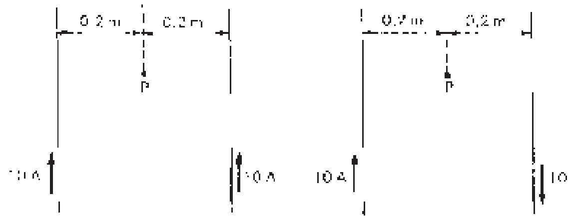
Dado: $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{T \cdot m}{A}$



45. (F.C. Chagas-SP) Um fio, retilíneo, é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade i = 5A. O fio está imerso no vácuo cuja permeabilidade magnética $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{T \cdot m}{A}$. Determine a intensidade do vetor indução magnética $\vec{B}$ num ponto situado a 0,1m do fio.

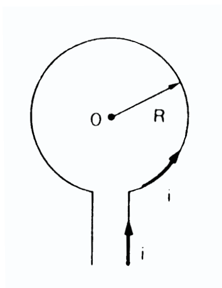
46. (UF-CE) Determine a intensidade do vetor indução magnética no ponto P, nos casos indicados a seguir.

Dado: $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{T \cdot m}{A}$

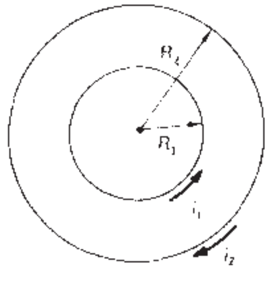


47. (UFSM-RS) Uma espira circular de raios R = 0,2m é percorrida por uma corrente elétrica de intensidade i = 8A, conforme a figura. Dê as características do vetor indução magnética no centro da espira.

Dado: $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{T \cdot m}{A}$



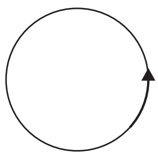
48. (UF-GO) A figura apresenta duas espiras circulares, concêntricas e coplanares de raios R_1 e R_2 e percorridas por correntes elétricas i_1 e i_2. Determine a relação entre i_1 e i_2, R_1 e R_2, sabendo-se que o vetor indução magnética resultante no centro 0 é nulo.



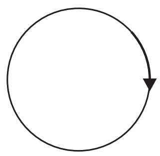
49. (UF-PA) Um solenóide, percorrido por corrente elétrica i = 10A, possui 500 espiras por metro. Sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \dfrac{T \cdot m}{A}$, determine a intensidade do vetor indução magnética no interior do solenóide.

50. (UCS-RS) Determine o pólo, norte ou sul, da face da espira mostrada nos casos abaixo:

a)

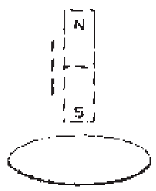


b)

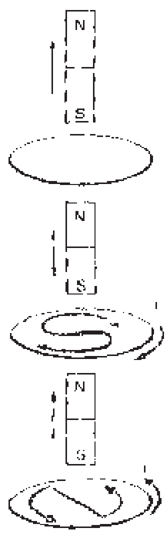


51. (UF-MG) Determine o sentido da corrente elétrica induzida na espira, devido ao movimento do ímã, nos casos a seguir:

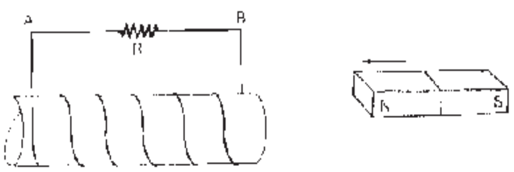
a)



b)

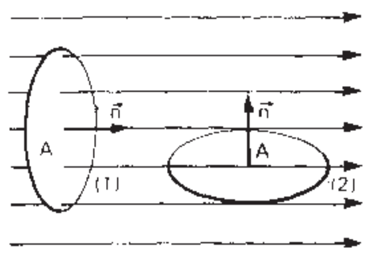


52. (Vunesp) Determine o sentido da corrente induzida no resistor R devido ao movimento do ímã, relativamente ao solenóide.

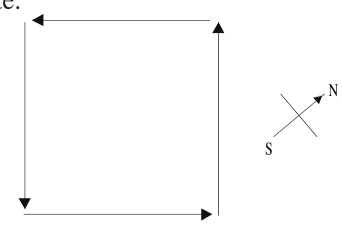


53. (FAAP-SP) Uma espira é colocada no interior de um campo magnética, de modo que o fluxo varia com o tempo. No instante t_1 = 10s tem-se q_1 = 12 Wb e para t_2 = 15s, q_2 = 32 Wb. Determine o valor absoluto da fem induzida média no intervalo de tempo de t_1 a t_2.

54. (FAAP-SP) Uma espira de área A = 0,2m^2 passa da posição (1) para a posição (2) durante um intervalo de tempo Δt = 0,1s. O campo magnético é uniforme de indução B = 10T.
Determine:
a) os fluxos magnéticos através da espira nas posições (1) e (2).
b) o valor absoluto da fem induzida média no intervalo de tempo Δt.

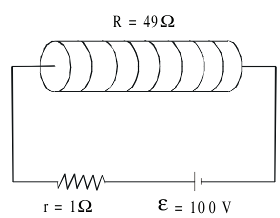


55. (Fuvest-SP) A figura indica quatro bússolas que se encontram próximas a um fio condutor, percorrido por uma intensa corrente elétrica.
a) Represente, na figura, a posição do condutor e o sentido da corrente.
b) Caso a corrente cesse de fluir, qual será a configuração das bússolas? Faça a figura correspondente.

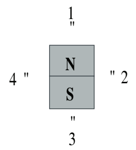


57. (FGV-SP) Dois fios condutores longos e paralelos a uma agulha magnética estão no mesmo plano horizontal da agulha, que eqüidista dos condutores. A agulha é livre para girar em torno de seu centro de massa, tem seu extremo norte apontando para o norte geográfico da Terra e se encontra no equador terrestre. Quando nos condutores se manifesta corrente do Sul para o Norte geográfico e de mesma intensidade, o pólo norte da agulha tende a:
a) deslocar-se para baixo;
b) permanecer em repouso;
c) deslocar-se para cima;
d) deslocar-se para leste;
e) deslocar-se para oeste.

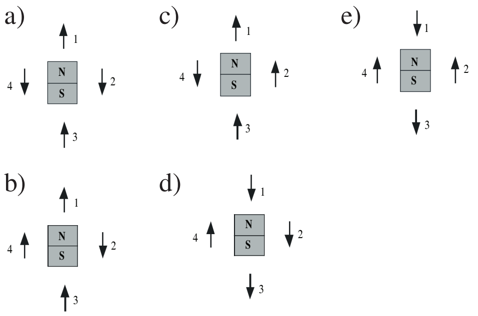
58. (FEI-SP) No circuito indicado na figura abaixo, o solenóide possui 10.000 espiras por metro, a resistência é R = 49 Ω e $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$. O vetor indução magnética, em módulo, no interior do solenóide, em tela, é:
a) $4\pi \cdot 10^{-1}$
b) $8\pi \cdot 10^{-3}$
c) $2\pi \cdot 10^{-1}$
d) 10π
e) $\pi \cdot 10^{-3}$



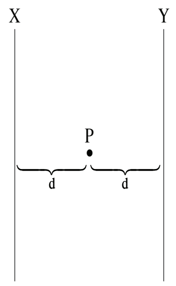
59. (Unifor-CE) Considere um campo magnético gerado por um ímã e quatro pontos 1, 2, 3 e 4, nesse campo.



O esquema em que os vetores indução magnética, nesses pontos, estão corretamente representados é:

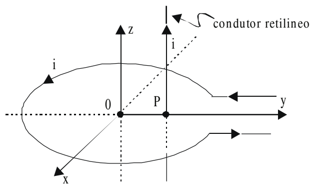


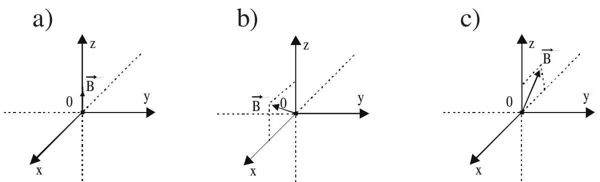
60. (Ucsal-BA) A figura representa dois condutores, **X** e **Y**, que são retilíneos, longos e paralelos.
O ponto **P** é eqüidistante dos dois condutores e as correntes elétricas de ambos têm o mesmo valor e sentido. O vetor indução magnética no ponto **P**, gerado pelas correntes elétricas dos condutores **X** e **Y**, é:

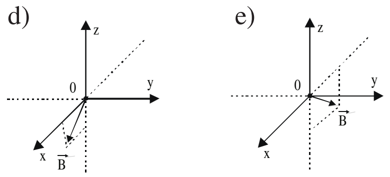


a) nulo;
b) paralelo aos condutores, com sentido contrário ao das correntes elétricas;
c) paralelo aos condutores, com o mesmo sentido das correntes elétricas;
d) perpendicular aos condutores e pertence ao plano destes;
e) perpendicular ao plano dos condutores.

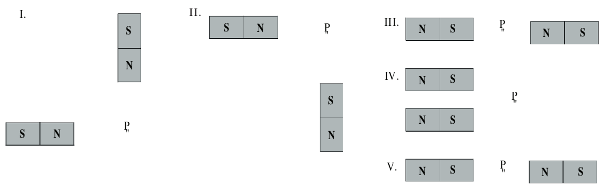
61. (Vunesp-SP) A figura representa uma espira condutora, por onde circula uma corrente no sentido indicado. O plano da espira coincide com o plano **x**, **y** e seu centro está na origem do referencial cartesiano. Um fio condutor retilíneo e muito longo, por onde também passa uma corrente **i**, é paralelo ao eixo **z**, furando o plano da espira no ponto **P**. Escolha abaixo a opção que melhor representa o vetor indução magnética resultante no ponto **O**.





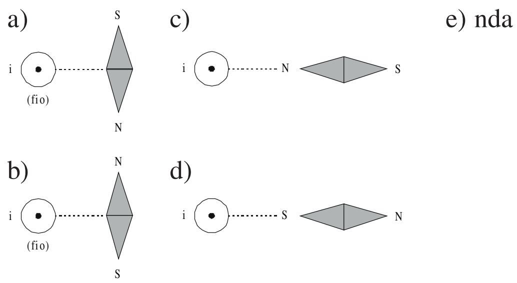


62. (Ucsal-BA) Dois ímãs estão colocados nas proximidades de um ponto **P**, em cinco posições relativas. Essas posições estão representadas nos esquemas a seguir.

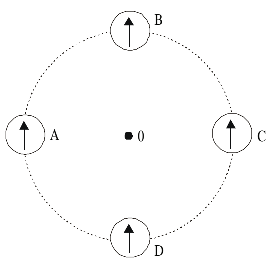


O esquema que propicia campo magnético mais intenso no ponto **P** é:
a) I b) II c) III d) IV e) V

63. (ITA-SP) Coloca-se uma bússola nas proximidades de um fio retilíneo e vertical, muito longo, percorrido por uma corrente elétrica contínua **i**. A bússola é disposta horizontalmente e assim a agulha imantada pode girar livremente em torno de seu eixo. Assinale a posição de equilíbrio estável da agulha, sabendo que o fio é perpendicular ao plano do papel, com a corrente no sentido indicado (saindo). Despreze o campo magnético terrestre e explique sua opção:



64. (Fuvest-SP) A figura representa quatro bússolas que apontam inicialmente para o pólo norte terrestre. Pelo ponto **O**, perpendicular ao plano do papel, coloca-se um fio condutor retilíneo e longo. Ao passar pelo condutor uma corrente elétrica contínua e intensa, no sentido do plano do papel para a vista do leitor, permanece praticamente inalterada somente a posição:



a) das bússolas **A** e **C**;
b) das bússolas **B** e **D**;
c) das bússolas **A**, **C** e **D**;
d) da bússola **C**;
e) da bússola **D**.

65. (Fuvest-SP) Um fio muito longo, perpendicular ao plano do papel, é percorrido por uma forte corrente contínua. No plano do papel há duas bússolas próximas ao fio. Qual é a configuração de equilíbrio das agulhas magnéticas?
a) $\leftarrow \odot \rightarrow$
b) $\rightarrow \odot \leftarrow$
c) $\rightarrow \odot \rightarrow$
d) $\uparrow \odot \uparrow$
e) $\downarrow \odot \uparrow$

66. Determine a intensidade da corrente elétrica num fio condutor, sabendo que em 5s uma carga de 60C atravessa uma secção reta desse fio.
Resolução:

Como $\Delta q = 60C$ e $\Delta t = 5s$, vem:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow i = \frac{60}{5} \Rightarrow \boxed{i = 12A}$$

67. Determine a intensidade da corrente elétrica que atravessa um fio, sabendo que uma carga de 32C atravessa em 4 s uma secção reta desse fio.

68. Sabendo que 1.200 elétrons atravessam por segundo a secção reta de um condutor e que a carga elementar tem intensidade $e = 1,6 \,.\, 10^{-19}C$, calcule a intensidade da corrente elétrica nesse condutor.

69. (Fiube-MG) A carga elétrica de um elétron é igual a $1,6 \,.\, 10^{-19}C$. Em 10s, $1,0 \,.\, 10^{20}$ elétrons passam pela secção transversal de um condutor. A corrente elétrica média nesse condutor, em ampères, é igual a:
a) 1,6
b) 1,6 . 10
c) $1,6 \,.\, 10^{20}$
d) $1,6 \,.\, 10^{19}$
e) $1,6 \,.\, 10^{-19}$

70. (UFSE) Se uma secção transversal de um condutor é atravessada em 10s por uma quantidade de carga igual a 5C, a corrente elétrica nesse condutor, em ampères, é de:
a) 50
b) 10
c) 5
d) 1
e) 0,5

71. Determinar o comprimento de um fio de cobre, cuja área de seção é igual a 10^{-2} cm^2 e cuja resistência é $R = 0,3\Omega$. Considerar $\rho_{Cu} = 1,7 \,.\, 10^{-8}\Omega.m$.
Resolução:

Como $R = \rho \,.\, \frac{L}{A}$, vem:

$$L = \frac{RA}{\rho} \Rightarrow L = \frac{0,3 . 10^{-2}}{1,7 . 10^{-8}} \Rightarrow \boxed{L = 18m}$$

72. O filamento de uma lâmpada tem resistência de 240Ω. Determinar a intensidade da corrente que se desloca por ele, sabendo-se que a ddp entre os terminais do circuito é de 120 V.
Resolução:
Utilizando a Lei de Ohm, temos:

$$U = Ri \Rightarrow i = \frac{U}{R} \Rightarrow i = \frac{120}{240} \Rightarrow \boxed{i = 0,5A}$$

73. Num cabo de resistência R = 8Ω. circula uma corrente de intensidade i = 0,25A. Determinar a ddp entre seus terminais.
Resolução:
Como U = Ri, vem:

$$U = 8 \,.\, 0,25 \Rightarrow \boxed{U = 2V}$$

74. (UFMA) Considere duas placas, **A** e **B**, carregadas eletricamente, sendo $\mathbf{A}^+$ e $\mathbf{B}^-$. Ambas estão mergulhadas numa solução de cloreto de sódio (NaCl). Podemos afirmar que:
a) não existe movimento de cargas através da solução, porque o NaCl em solução é isolante;
b) existe apenas movimento de íons positivos de **A** para **B**;
c) existe apenas movimento de íons negativos de **B** para **A**;
d) existe movimento de íons positivos de **A** para **B** e de íons negativos de **B** para **A**.

75. (Unifor-CE) Qual dos eletrodomésticos abaixo tem seu funcionamento baseado no efeito Joule?
a) geladeira;
b) batedeira;
c) torradeira;
d) liquidificador;
e) espremedor de laranjas.

76. (Ucsal-BA) A ddp entre os terminais de um resistor **R** é **U** e a corrente elétrica que nele flui é **i**. A resistência elétrica de **R** é dada por:

a) $\frac{U}{i}$ b) $\frac{i}{U}$ c) $\frac{U^2}{i}$ d) Ui e) Ui^2

77. (UFSE) Uma tensão elétrica **x**, aplicada nos extremos de um fio de resistência elétrica **w**, determina, no condutor, uma corrente elétrica de intensidade **y**. Entre **x**, **y** e **w**, vale a relação:
a) y = xw
b) w = yx
c) x = yw
d) $x = \frac{y}{w^2}$
e) $y = \frac{x^2}{w}$

78. (Unifor-CE) A ddp é medida em:
a) coulomb;
b) ampère;
c) farad;
d) ohm;
e) volt.

79. (Unifor-CE) A tensão nos terminais de um resistor de 100Ω, percorrido por uma corrente de 0,2A, é, em volts, de:
a) 1000
b) 500
c) 100
d) 20
e) 2

80. (UFSE) Um resistor de 12Ω, percorrido por uma corrente elétrica de 3A, está submetido, em volts, a uma ddp de:
a) 36
b) 15
c) 6
d) 4
e) 3

81. (Unifor-CE) Um fio condutor, submetido a uma tensão de 1,5V é percorrido por uma corrente de 3A. A resistência elétrica desse condutor, em ohms, é de:
a) 0,5
b) 2
c) 4,5
d) 9
e) 10,5

82. Dois resistores, $R_1 = 20\Omega$ e $R_2 = 10\Omega$, estão associados em série, sendo que a ddp entre os terminais da associação é de 300V. Determinar o valor da:
a) resistência equivalente;
b) corrente da associação;
c) ddp entre os terminais de cada resistor e representar numa figura a associação dos dois resistores.

Resolução:
a) Para a resistência equivalente, temos:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{eq} = 20 + 10 \Rightarrow \boxed{R_{eq} = 30\Omega}$$

b) Para determinar o valor da corrente da associação, aplicamos a Lei de Ohm:

$$U = R_{eq} i \Rightarrow i = \frac{U}{R_{eq}} \Rightarrow i = \frac{300}{30} \Rightarrow \boxed{i = 10A}$$

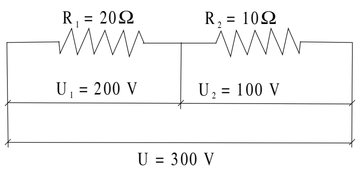
c) A ddp entre os terminais do resistor R_1 é:

$$U_1 = R_1 i \Rightarrow U_1 = 20 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{U_1 = 200V}$$

A ddp entre os terminais do resistor R_2 é:

$$U_2 = R_2 i \Rightarrow U_2 = 10 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{U_2 = 100V}$$

Representações dos resistores:



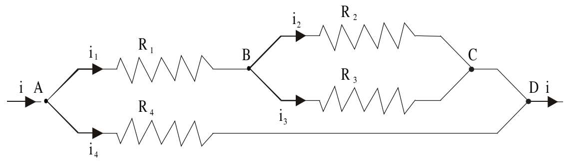
83. Dois resistores, $R_1 = 10\Omega$ e $R_2 = 40\Omega$, são associados em paralelo e a ddp entre eles é de 80V.
a) Determinar a resistência equivalente da associação.
b) Determinar a corrente que atravessa cada resistor.
c) Determinar a corrente total da associação.
d) Representar numa figura a corrente em cada resistor e na associação.

Resolução:
a) A resistência equivalente é dada por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = 8\Omega}$$

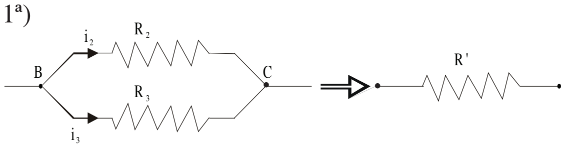
84. Achar a resistência equivalente da associação mista de resistores mostrada na figura a seguir:



Considerar que $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 24\Omega$, $R_3 = 16\ \Omega$ e $R_4 = 12\Omega$.

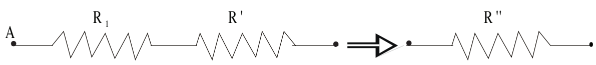
Resolução:
Para determinar a resistência equivalente desta associação mista de resistores, desenvolvemos as seguintes simplificações.

1ª)



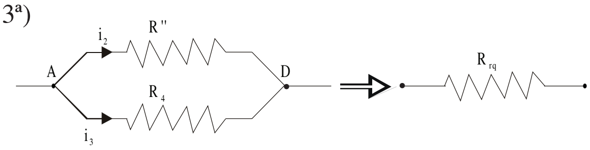
$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow R' = \frac{24 \cdot 16}{24 + 16} \Rightarrow R' = 9{,}6\Omega$$

2ª)



$$R'' = R_1 + R_2 \Rightarrow R'' = 6 + 9{,}6 \Rightarrow R'' = 15{,}6\Omega$$

3ª)



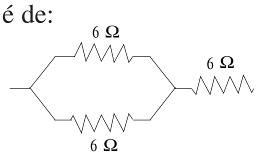
$$R_{eq} = \frac{R'' R_4}{R'' + R_4} \Rightarrow R_{eq} = \frac{15{,}6 \cdot 12}{15{,}6 + 12} \Rightarrow \boxed{R_{eq} \approx 6{,}8\Omega}$$

85. No exercício anterior, a ddp entre os pontos **A** e **D** é de 60V. Determinar a intensidade da corrente elétrica em cada um dos quatro resistores.

Resolução:
Aplicando a Lei de Ohm para cada resistor:
a corrente i_4 pode ser obtida através da resistência $\mathbf{R_4}$.

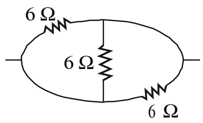
$$i_4 = \frac{U}{R_4} \Rightarrow i_4 = \frac{60}{12} \Rightarrow \boxed{i_4 = 5A}$$

86. (Unifor-CE) A resistência equivalente à associação abaixo, em ohms, é de:



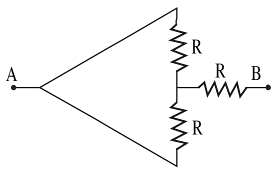
a) 3
b) 6
c) 9
d) 18
e) 36

87. (Unifor-CE) O resistor equivalente à associação da figura abaixo é, em ohms, de:



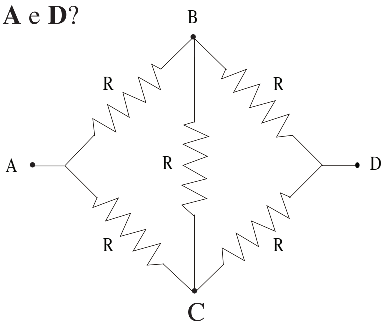
a) 2
b) 3
c) 6
d) 9
e) 18

88. (Fiube-MG) Três resistores ôhmicos, de resistência **R**, idênticos entre si, estão associados como se representa na figura abaixo:



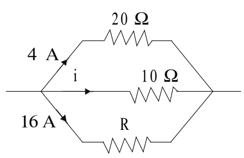
a) $\frac{R}{2}$
b) R
c) 2R
d) 3R
e) $\frac{3R}{2}$

89. (Fuvest-SP) No circuito abaixo as resistências são idênticas e, conseqüentemente, é nula a diferença de potencial entre **B** e **C**. Qual a resistência equivalente entre **A** e **D**?



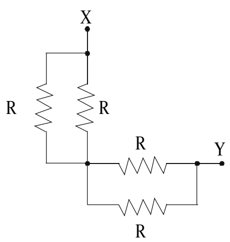
a) $\frac{R}{2}$
b) R
c) $\frac{5R}{2}$
d) 4R
e) 5R

90. (Fuvest-SP) Na associação de resistores da figura abaixo, os valores de **i** e **R** são, respectivamente:



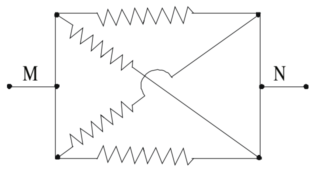
a) 8A e 5Ω
b) 5A e 8Ω
c) 1,6A e 5Ω
d) 2,5A e 2Ω
e) 80A e 160Ω

91. (Ucsal-BA) No esquema abaixo, todos os resistores têm resistência **R**. O valor da resistência, medido entre os pontos **X** e **Y**, é igual a:



a) $\frac{R}{4}$
b) $\frac{R}{2}$
c) R
d) 2R
e) 4R

92. (UFMS) O esquema abaixo representa uma associação de quatro resistores com resistências iguais a **R**. A resistência elétrica equivalente entre **M** e **N** vale:



a) 2R
b) R
c) $\frac{R}{2}$
d) $\frac{R}{3}$
e) $\frac{R}{4}$

93. (Fiube-MG) A ddp nos terminais de uma lâmpada de lanterna é igual a 3,0V. Sabendo que a corrente elétrica que flui na lâmpada é igual a 0,10A, a potência dissipada na lâmpada, em watts, é igual a:
a) 0,030
b) 0,30
c) 0,9
d) 3,0
e) 30

94. (Unifor-CE) No circuito ao lado, a potência dissipada no resistor, em watts, é de:
a) 0
b) 1
c) 2
d) 8
e) 16

95. (Ucsal-BA) Submetido à ddp de 12V um resistor dissipa uma potência de 6,0W. A resistência elétrica do resistor, em ohms, é igual a:
a) 1,4
b) 8,5
c) 24
d) 72
e) 860

96. (Unifor-CE) No circuito da figura, a corrente elétrica e a potência dissipada no resistor são de:
a) 18A e 2W.
b) 2A e 18W.
c) 2A e 12W.
d) 0,5A e 0,75W.
e) 0,5A e 2W.

97. (Fatec-SP) Uma lâmpada incandescente possui as seguintes especificações (ou valor nominal): 120V, 60W.
a) Se ela for ligada em 220V, a potência permanecerá 60W.
b) Quando a lâmpada é ligada conforme as especificações, a resistência vale 240Ω.
c) A resistência na lâmpada permanece constante, qualquer que seja a tensão a ela aplicada.
d) Quando desligada, a resistência da lâmpada é maior que quando ligada.
e) Quando ligada, conforme as especificações, a corrente é de 2,0A.

98. (PUC-SP) No esquema ao lado, E = 20V, R = 10Ω e a lâmpada é de 10W. Nessas condições, a corrente no circuito, em ampères, é de:
a) 0,5
b) 1,0
c) 1,5
d) 2,0
e) 10,0

99. (UCS-RS) Um chuveiro elétrico tem potência de 4kW (4.000 W). Se 1kWh custa $ 50,00, um banho de 15min custará:
a) $ 200,00;
b) $ 100,00;
c) $ 50,00;
d) $ 25,00;
e) $ 5,00.

100. (UFMA) Um motor de potência igual a 50kW aciona um veículo durante 1h. O trabalho desenvolvido pelo motor é de:
a) 5kWh;
b) 50kWh;
c) $5 \cdot 10^4$J;
d) $1{,}8 \cdot 10^5$J.

101. (Cesgranrio-RJ) No circuito representado na figura, os três resistores **R** são idênticos; o voltímetro **V** e o amperímetro **A**, que são ideais, medem respectivamente os valores **V** e **i**. A potência total dissipada nos três resistores vale:
a) Vi;
b) 2Vi;
c) 3Vi;
d) 4Vi;
e) 6Vi;

102. (UFMA) Uma lâmpada incandescente tem os seguintes dados nominais: 100W e 110V. Supondo que sua resistividade não varia com a temperatura, podemos afirmar que sua resistência e a corrente que a atravessa são, respectivamente, de:
a) 121Ω e 0,9A;
b) 10Ω e 0,5A;
c) 11Ω e 9A;
d) 0,9Ω e 1,1A.

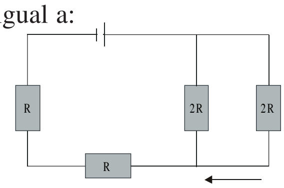
103. (UEL-PR) Sendo **K** a potência elétrica dissipada por um condutor ôhmico, quando ligado à tensão elétrica **L**, a corrente elétrica correspondente é dada por:
a) $\frac{L}{K}$
b) $\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{K}}$
c) $\frac{\sqrt{L}}{K}$
d) $\frac{L}{\sqrt{K}}$
e) $\frac{K}{L}$

104. (PUC-RS) Um chuveiro elétrico de 3,0kW permanece ligado durante um quarto de hora e consome uma certa quantidade de energia elétrica. Essa energia consumida durante esse tempo vale, em quilowatt-hora:
a) 2,0
b) 1,5
c) 0,75
d) 0,50
e) 0,25

105. (UFAL) Uma lâmpada de 100W funciona durante 8h. A energia dissipada, em quilowatt-hora, é de:
a) 800
b) 80
c) 8
d) 0,8
e) 0,08

106. (PUC-RS) Quando ligado numa tomada de 110V, um aparelho elétrico demanda 4,00A. A energia consumida pelo aparelho durante 8h, em quilowatt-hora, é de:
a) 1,53
b) 2,81
c) 3,00
d) 3,52
e) 4,12

107. (UEL-PR) No esquema abaixo, **R** vale 10,0Ω e **i** vale 2,00A. A potência elétrica fornecida pela bateria é, em watts, igual a:
a) 120
b) 240
c) 360
d) 480
e) 600



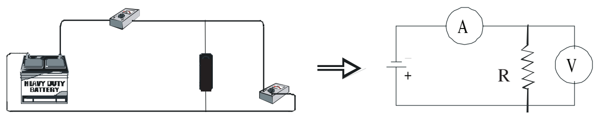
108. (UFMA) Um fio de resistência elétrica igual a 50Ω é submetido a uma ddp de 20V. Qual a energia dissipada no fio, em 1min?
a) 1.000J b) 480J c) 50J d) 48J

109. (ITA-SP) Nas especificações de um chuveiro elétrico lê-se 2.200W e 220V. A resistência interna desse chuveiro é de:
a) 10Ω
b) 12Ω
c) 100Ω
d) 22Ω
e) 15Ω

110. (PUC-RS) Um aparelho eletrônico de 150W, funcionando durante 4h, consome uma quantidade de energia elétrica, em quilowatts-hora, igual a:
a) 0,10
b) 0,20
c) 0,40
d) 0,50
e) 0,60

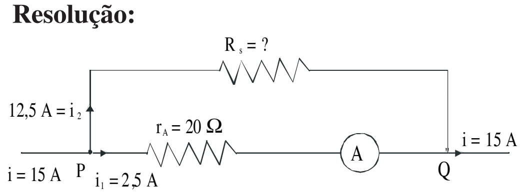
111. Dispondo de uma bateria, um voltímetro, um amperímetro e um resistor de resistência **R**, desenhar um circuito no qual seja possível determinar o valor de **R**.

Resolução:
Como o amperímetro deve ser ligado em série com um trecho do circuito e o voltímetro em paralelo com o resistor, temos:



112. Determinar a resistência R_s do *shunt* associado a um amperímetro, cuja resistência interna **r** é de 20Ω. Sabe-se que a máxima corrente que o amperímetro pode suportar é de 2,5A e que a corrente elétrica que percorre o circuito é de 15A.

Resolução:

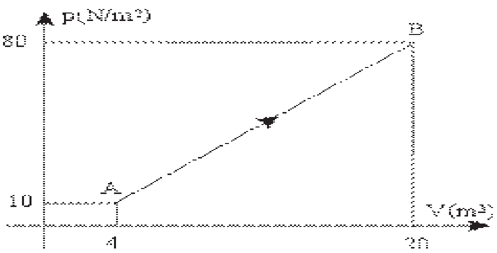


Resposta: R_s = 4Ω

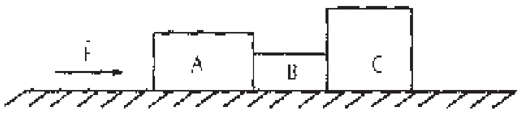
SIMULADO

Dinâmica

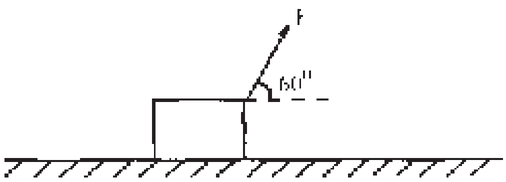
1. (UnB/96) Segundo os fundamentos da mecânica newtoniana, conhecendo-se as forças que atuam em um objeto, é possível determinar o seu estado de movimento. Com o auxílio dessa afirmação, julgue os itens que se seguem.
   (0) Uma pessoa sentada em uma cadeira de encosto vertical só conseguirá levantar-se caso incline o corpo para a frente.
   (1) Todo corpo em equilíbrio encontra-se em repouso.
   (2) Um objeto lançado verticalmente para cima atinge o equilíbrio, momentaneamente, no ponto mais alto de sua trajetória.
   (3) Duas esferas de massas diferentes, mas de diâmetros iguais, são soltas no ar, da mesma altura, no mesmo instante, a partir do repouso. A esfera de massa maior chega primeiro ao solo.
   (4) Dois blocos, **A** e **B**, deslizam, com a mesma velocidade, sobre uma superfície plana e sem atrito, conforme mostra a figura abaixo. Sabe-se que o bloco **A** tem massa maior que o bloco **B** e que os coeficientes de atrito entre os dois blocos e a região hachurada são iguais. Então, após atravessarem a região com atrito, o bloco **A** deslizará com maior velocidade que o bloco **B**.



   (5) Na figura a seguir, os corpos **A**, **B** e **C** possuem massas diferentes e são acelerados no sentido da força. Invertendo-se as posições de **A** e de **C**, e desprezando-se o atrito com o solo, a força resultante que atua em **B** não se alterará.

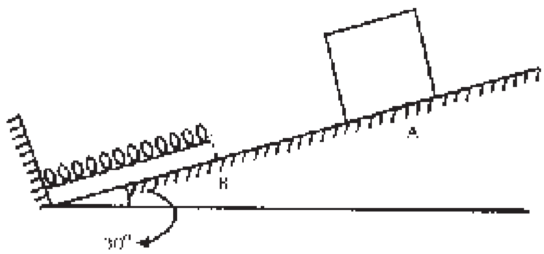


2. (UnB/93) Um bloco de 100 N de peso, sobre um plano horizontal, sem atrito, é puxado por uma força **F**, de 90 N, que forma um ângulo de 60º com a horizontal, como mostrado na figura.



Nesta situação pode afirmar-se que:
   (0) a força normal exercida pelo plano horizontal é igual a 100 N;
   (1) o bloco sofre uma aceleração de 4,5 m/s^2 (considere g = 10 m/s^2);
   (2) a força normal e a força-peso constituem um par ação-reação;
   (3) o bloco se move com velocidade constante;
   (4) o trabalho realizado pela força F em deslocamento de um 1 m é de 90 J.

3. (UnB/91) Um corpo de massa 2 kg encontra-se sobre um plano inclinado sem atrito, que forma 30º com a horizontal. O corpo é solto no ponto **A** quando dista 1,1m da extremidade **B** de uma mola elástica e longa, de massa desprezível e constante 2 N/m. Considerando g = 10 m/s^2, julgue os itens a seguir.



   (0) O módulo da velocidade máxima do corpo vale $\sqrt{11}$ m/s.
   (1) O módulo da aceleração máxima do corpo vale 10 m/s^2.
   (2) A mola é comprimida 11 m até que o corpo pare na sua posição mais baixa.
   (3) Após atingir a sua posição mais baixa, o corpo sobe até que a mola se estique, e então fica em repouso.
   (4) Se entre os pontos **A** e **B** houvesse atrito com coeficiente cinético $\sqrt{\frac{3}{4}}$, então a mola sofreria compressão máxima de 9,9 m.

4. (UnB/95) Considere um objeto de massa **M**, preso ao teto por meio de uma mola que obedece à lei de Hooke, de constante elástica **K** e massa desprezível. Julgue os itens que se seguem.
   (0) Se a mola for puxada para baixo, na direção vertical, e, então, for largada, ela oscilará com uma freqüência que independe da aceleração da gravidade.
   (1) Quanto maior for o valor de **K**, menor será a freqüência de oscilação da mola.
   (2) Se o objeto for balançado como um pêndulo, usando a mola no lugar de um fio, o seu período de oscilação dependerá apenas da aceleração da gravidade, de **M** e do comprimento da mola em seu estado natural de repouso.

5. (UnB/90) Julgue os itens abaixo.
   (0) O peso aparente de um corpo que se encontra dentro de um elevador que se move com aceleração positiva, no sentido contrário ao de g, é sempre maior que seu peso real.
   (1) Quanto maior for a massa de um corpo, maior será sua inércia.
   (2) A força de atrito estático é variável e adquire valores crescentes desde zero, até um determinado valor máximo.
   (3) A força de atrito é proporcional à ação normal que a superfície exerce sobre o corpo que se move sobre ela.
   (4) A força de atrito independe da natureza das superfícies em contato.

6. (UnB/94) Considere uma pessoa pedalando uma bicicleta sobre uma estrada plana e julgue os itens seguintes.
   (0) Se não existissem forças de atrito entre o solo e os pneus da bicicleta, o ciclista não teria como acelerá-la ao pedalar.
   (1) Quando o ciclista pedala, fazendo aumentar a velocidade da bicicleta, a força de atrito total do solo sobre a bicicleta aponta na direção do movimento.
   (2) O sentido da força de atrito total do solo sobre a bicicleta depende de estar o ciclista acelerando ou freiando a bicicleta.

7. (UnB/90) Julgue os itens abaixo.
   (0) Se a resultante das forças que agem sobre um sistema for nula, a quantidade de movimento do sistema também será nula.
   (1) Um corpo que não possui quantidade de movimento poderá ter energia.
   (2) Um corpo que não possui energia não poderá ter quantidade de movimento.
   (3) A quantidade de movimento de um corpo em equilíbrio é necessariamente nula.
   (4) Em um choque perfeitamente elástico, o ganho de energia cinética é máximo.
   (5) Imediatamente após um choque inelástico, os corpos envolvidos adquirem velocidades iguais em módulo.

8. (UnB/93) Uma criança brinca com um pedaço de "massa de modelar" de massa $\mathbf{m_1}$, e atira-a, horizontalmente, em direção a um carrinho, inicialmente em repouso, de massa $\mathbf{m_2}$. Ao atingir o carrinho, a massa de modelar prende-se nele, e ambos se movimentam em um plano horizontal liso. Considerando o sistema formado pelas massas $\mathbf{m_1}$ e $\mathbf{m_2}$, julgue os itens abaixo.
   (0) A quantidade de movimento do sistema se conserva.
   (1) A energia mecânica do sistema se conserva.
   (2) A energia cinética de $\mathbf{m_1}$, é totalmente transferida para $\mathbf{m_2}$.
   (3) A energia cinética do sistema não se conserva.

MECÂNICA

Cinemática

9. (UnB/91) Julgue os itens abaixo.
   (0) A velocidade escalar média de um automóvel durante 60 km é 30 km/h, e, durante os 60 km restantes é 10 km/h. A velocidade média no percurso total é 15 km/h.
   (1) Um corpo percorre uma trajetória circular com velocidade escalar constante porque a força resultante sobre ele é nula.
   (2) É mais difícil parar um caminhão carregado que perde os freios, do que quando ele está vazio.
   (3) O estado de imponderabilidade dos corpos no interior de uma nave em órbita da Terra é explicado pela ausência de campo gravitacional naquela região do espaço.
   (4) Dois projéteis lançados no vácuo com a mesma velocidade inicial do mesmo ponto de partida, mas com ângulos de lançamento de 30º e de 60º, têm o mesmo alcance.

10. (UnB/92) Julgue as questões a seguir.
   (0) Os laboratórios de pesquisas do Departamento de Física da UnB estão localizados no subsolo do prédio ICC (Minhocão), onde podem ser considerados como exemplos de referenciais inerciais perfeitos.
   (1) Um corpo se move em trajetória retilínea a 40 km/h durante 20 min e, em seguida, sua velocidade muda bruscamente para 80 km/h, a qual é mantida por 30 min. A velocidade média do percurso todo vale, portanto, 65 km/h.
   (2) Um alvo, localizado a 7.800 m de um canhão, começa a se afastar deste em trajetória retilínea com velocidade constante de $20\sqrt{2}$ m/s. Nesse mesmo instante o canhão lança um projétil em sua direção, com velocidade inicial de 30 m/s e ângulo de tiro de 45º. Então, nessas condições, o projétil acertará o alvo ($g = 10$ m/s^2).
   (3) Para oscilações de pequena amplitude, quando se aumenta em 44% o comprimento do fio do pêndulo, seu período aumenta em 20%.
   (4) Um satélite em órbita elíptica gasta o tempo **T** para completar uma volta em torno da Terra. Um segundo satélite, em órbita também elíptica, com distância média da Terra 4 vezes maior, gasta um tempo 8 vezes mais longo.

11. (UnB/90) Julgue os itens a seguir.
   (0) No movimento retilíneo uniformemente variado, a variação da velocidade do móvel é proporcional ao tempo.
   (1) No movimento de queda livre, próximo à superfície da Terra, as velocidades finais dos corpos são diretamente proporcionais às suas massas.

(2) O tempo gasto por um objeto lançado verticalmente para cima, no vácuo, para se deslocar entre os dois pontos de sua trajetória é maior no movimento ascendente do que no movimento de volta (descendente).
(3) A aceleração sofrida por um corpo em movimento sobre um plano inclinado é sempre maior do que a aceleração da gravidade (g).
(4) A altura máxima atingida por um projétil é proporcional ao quadrado da sua velocidade inicial.

12. (UnB/90) Julgue os itens abaixo.
(0) O tempo gasto por um móvel que partiu do repouso com movimento uniformemente acelerado é proporcional ao quadrado de sua distância à origem naquele instante.
(1) O momento da resultante de um sistema de forças coplanares em relação a um ponto do plano é igual à soma dos momentos de cada força em relação a um ponto médio entre elas.
(2) Corpos de massas diferentes, em queda livre, têm acelerações proporcionais às suas massas, em um mesmo lugar na Terra.
(3) Um corpo lançado obliquamente gasta, para atingir o ponto mais alto da trajetória, o mesmo tempo que leva para voltar ao nível de lançamento.
(4) Um ônibus viaja com uma velocidade v em relação ao solo. Um passageiro, dentro do ônibus, move-se com uma velocidade igual a $\frac{v}{2}$ em relação ao ônibus. A velocidade do passageiro em relação ao solo é igual a $\frac{3v}{2}$.

13. (UnB/92) Julgue os itens abaixo.
(0) Um automóvel percorre os primeiros 120 km de uma rodovia a uma velocidade média de 60 km/h e os 240 km restantes a uma velocidade média de 80 km/h. A velocidade média do automóvel durante todo o percurso é de 70 km/h.
(1) Em um certo instante, a velocidade de um automóvel é de 60 km/h. Nos 60 s seguintes sua velocidade cresce uniformemente até atingir 110 km/h. A aceleração do automóvel é de 2,3 m/s^2.
(2) Um corpo em queda livre percorre 500 m antes de atingir o solo. Desprezando o atrito do ar, o tempo gasto na queda é de 10 s (g = 10 m/s^2).
(3) O movimento de um projétil e o de um corpo em queda livre estão submetidos a uma mesma aceleração.
(4) Um estudante, sentando em um banco de um ônibus que se move com velocidade constante, atira sua borracha para cima. A borracha cairá atrás do estudante.

14. (UnB/92) Considere um corpo em movimento circular uniforme, com trajetória de raio **R**, sobre uma mesa lisa, preso a uma extremidade de um fio inextensível. A outra extremidade do fio está fixa no centro da mesa.

Julgue os itens a seguir.
(0) O vetor velocidade linear v do corpo varia continuamente porque age sobre o corpo uma força centrípeta, responsável pelo movimento.
(1) A velocidade angular ϖ se mantém constante apesar de ser diretamente proporiconal a **v**.
(2) O vetor aceleração centrípeta $\mathbf{a_c}$ se mantém inalterado e aponta para o centro da curva.
(3) O trabalho realizado pela força centrípeta $\mathbf{F_c}$ em uma volta completa é igual a $2\,\pi\mathbf{RF_c}$.
(4) Se o fio se romper, o corpo se moverá, a partir daí, em linha reta, na direção tangente à curva no ponto onde o fio se rompeu.

Estática

15. (UnB/94) Julgue os itens que se seguem.
(0) Sabendo-se que a densidade do gelo é de 0,92 g/cm^3 e que a densidade da água do mar é de 1g/cm^3, conclui-se que apenas 8% do volume total de um *iceberg* fica acima da superfície da água.
(1) A pressão exercida pela água da represa na barragem de uma usina hidrelétrica depende da profundidade do lago, na face vertical da barragem, e da extensão do lago.
(2) A pressão do ar na parte superior das asas de um avião que está ganhando altura é necessariamente menor que na parte inferior.
(3) Um submarino submerso, sem contato com o fundo do oceano, sofre uma pressão hidrostática na parte inferior menor que a pressão na parte superior.

16. (UnB/94) O metrô de Brasília terá um comprimento total de aproximadamente 50 km, sendo 7 km de túneis, de diâmetro aproximado de 8 m.
Use g = 10 m/s^2.
(0) Considerando que um caminhão pode transportar até 3 m^3 de terra por viagem, serão necessárias aproximadamente um milhão de viagens para retirar-se toda a terra dos túneis.
(1) Supondo-se que a densidade média da terra retirada seja de 3 g/cm^3, estima-se em 100 t a massa retirada dos túneis.
(2) Seja μ = 0,5 o coeficiente de atrito efetivo para o metrô em movimento sobre seus trilhos e **V** = 500 **V** a diferença de potencial das fontes elétricas. Será necessária uma corrente de 200 **A** para que um vagão de uma tonelada seja transportado a uma velocidade média de 72 km/h.

17. (UnB/95) Julgue os itens que se seguem.
   (0) A força que um líquido exerce sobre um corpo imerso em um fluido depende apenas da densidade de ambos.
   (1) Para saber se um corpo maciço irá flutuar na superfície de um líquido de densidade conhecida, basta que se conheçam a sua massa e o seu volume.
   (2) A porção submersa do volume de um corpo colocado na superfície da água não é influenciada pela presença de cavidades ocas em seu interior.

18. (UnB/96) Julgue os itens seguintes.
   (0) Se uma esfera flutua em um líquido de mesma densidade que ela, mantendo metade de seu volume submerso, pode-se assegurar que a esfera é oca e que a razão entre os raios externo e interno é igual a $\sqrt{2}$.
   (1) Se um corpo é imerso em um líquido de densidade menor, seguramente ele afunda.
   (2) Quando uma bola cai sobre uma superfície horizontal plana, ela "quica", atingindo alturas cada vez menores, até parar. Essas alturas estão em progressão geométrica cuja razão é igual ao quadrado do coeficiente de restituição entre a bola e a superfície em questão.
   (3) O período de um pêndulo simples, preso ao teto de um elevador, diminui quando este sobe acelerado.

19. (UnB/95) Para a determinação da pressão exercida por uma coluna de um certo líquido, decide-se colocá-lo dentro de um recipiente que tem a forma de um cilindro circular reto. As medidas da massa, do raio da base e da altura do cilindro são 0,20 kg, 0,030 m e 0,035 m, respectivamente. A aceleração da gravidade local é de 9,6 m/s^2. Julgue os itens abaixo.
   (0) As medidas da massa e da altura do cilindro apresentam dois algarismos significativos.
   (1) A área da base do cilindro é adequadamente representada por $2,83 \times 10^{-3}$ m^2.
   (2) A pressão exercida pela coluna do líquido na sua base é adequadamente representada por $6,8 \times 10^2$ kg/ms^2.

Termologia

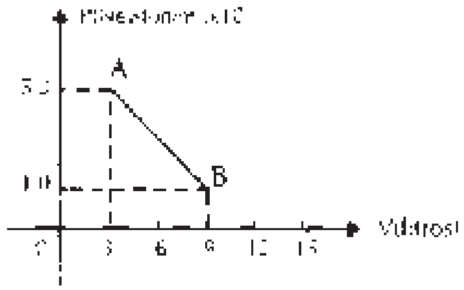
20. (UnB/93) Julgue os itens abaixo.
   (0) A temperatura de uma certa pessoa, medida na escala Fahrenheit, é de 104º F. A pessoa está, pois, com febre.
   (1) Ao relatar um experimento realizado na UnB, um aluno afirma: "A temperatura de ebulição da água destilada, colocada em um recipiente aberto, foi de 96 ± 1º C". Pode-se afirmar que o aluno obteve incorretamente seus dados, pois a água sempre entra em ebulição a 100 ºC.
   (2) Uma usina produz açúcar e álcool. O álcool é então utilizado para movimentar os geradores da usina, que produz novas quantidades de açúcar e álcool. Se este processo continua, o sistema torna-se um exemplo de moto-contínuo.
   (3) Em países de clima frio é comum ter-se janelas com três placas de vidro, separadas por camadas de ar. Isto é feito porque o ar é um bom condutor de calor.
   (4) Na transmissão de calor por convecção, a atração gravitacional é fundamental.

21. (UnB/94)
   (0) O mercúrio é largamente utilizado na construção de termômetros clínicos, porque é líquido no intervalo de temperaturas características do corpo humano e porque tem um coeficiente de dilatação volumétrica muito maior que o do vidro.
   (1) Uma máquina térmica é tão mais eficiente quanto maior for a razão entre a quantidade de calor absorvida pela quantidade de calor dissipada.
   (2) Uma pessoa está em uma estufa, a uma temperatura constante de 55 ºC. Se ela vestir uma roupa de lã de boa qualidade, sentirá menor calor.
   (3) A variação de temperatura em locais úmidos é menor do que em locais áridos, porque o calor específico do ar úmido é menor do que o do ar seco.

22. (UnB/95) Julgue os itens a seguir.
   (0) Astrônomos estimam que o asteróide *Pholus* tem raio médio de 10^5 m. Supondo que a sua densidade média seja igual à da Terra, então sua massa é da ordem de 10^{18} toneladas.
   (1) O nível da água em um copo contendo água a 0ºC e algumas pedras de gelo, também a 0ºC, que não tocam o fundo do copo, não se altera com o derretimento das pedras de gelo.
   (2) Durante um raro período de frio intenso, a temperatura de Brasília chegou próxima a 0ºC e os lagos-reservatórios de água tornaram-se turvos devido ao fato de que a água do fundo do lago e a sujeira decantada subiram à superfície. Esse fenômeno ocorreu devido ao fato de que a densidade da água tem seu valor máximo em torno de 4ºC.
   (3) A velocidade do som na água é menor do que a velocidade do som no ar.

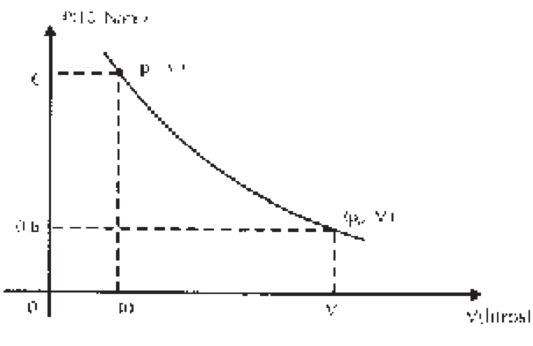
23. (UnB/92) Julgue as afirmativas abaixo.
 (0) A temperatura absoluta de um gás é uma medida da energia cinética média de translação das moléculas do gás.
 (1) Pode-se adicionar calor a uma substância sem causar variação de sua temperatura.
 (2) Um gás ao se expandir adiabaticamente não realiza trabalho.
 (3) A capacidade térmica de um corpo é a quantidade de calor que o corpo pode armazenar numa determinada temperatura.
 (4) O coeficiente de dilatação volumétrica é igual a 3 vezes o coeficiente de dilatação linear.

24. (UnB/90) O gráfico abaixo, indica a transformação sofrida por 2 moles de um gás ideal. Sabendo-se que a energia interna do gás é dada por V = 3/2 nRT, R = 8,3 joules/molºK, julgue os itens seguintes.



 (0) As temperaturas absolutas nos pontos A e B são respectivamente 90,4 K e 54,2 K.
 (1) A variação de energia interna na transformação é de 30 joules.
 (2) O trabalho realizado pelo gás na transformação é de 1.800 joules.
 (3) A quantidade de calor trocada com o meio é de 600 joules.
 (4) Quando o volume for de 6 litros, a pressão correspondente será de 3.0×10^5 Newton/m^2.

25. (UnB/92) Um cilindro provido de um êmbolo móvel contém 2 moles de um gás ideal. O gás sofre uma expansão isotérmica conforme indicado na figura. Considere R a constante universal dos gases, igual a 8,3 mol K. Julgue os itens abaixo.



 (0) A equação de estado do gás ideal é **pV** = nRT, onde n é o número de moles do gás, **T** é a temperatura em ºC, **p** a pressão e **V** o volume do gás.
 (1) A temperatura do gás mantém-se constante durante essa expansão.
 (2) Após a expansão o volume do gás **Vf** = 80 ℓ.
 (3) A temperatura inicial do gás é de 300 K.
 (4) Em uma transformação isobárica, a temperatura do gás mantém-se constante.

26. (UnB/92) Julgue os itens a seguir.
 (0) Para uma determinada massa de gás perfeito, um aumento na pressão implica a diminuição do seu volume, sob quaisquer condições.
 (1) A temperatura absoluta de um gás é inversamente proporcional à energia cinética média de suas moléculas.
 (2) Em uma transformação isotérmica, a densidade de um gás é diretamente proporcional à pressão.
 (3) Para uma determinada massa gasosa é possível escolher arbitrariamente apenas duas das grandezas **P**, **V** e **T**.
 (4) Se duplicarmos o valor de **T** em uma transformação isobárica, **V** também será duplicado.

ONDULATÓRIA

Ondas

27. (UnB/91) Julgue as questões abaixo.
 (0) A freqüência fundamental da nota emitida por uma corda vibrante de violino é 440 Hz (lá 3). Para se tocar uma nota mais aguda, de freqüência fundamental 528 Hz (dó 4), o violinista deve prender a corda com o dedo, diminuindo a porção vibrante para 5/7 do seu comprimento inicial.
 (1) O efeito Doppler ocorre por conseqüência do movimento da fonte sonora, do receptor, ou de ambos, alterando a freqüência do som.
 (2) Gerando dois conjuntos de ondas circulares de mesma freqüência e em fase na superfície líquida, as linhas nodais de interferência são os lugares geométricos dos pontos cuja diferença de distância aos dois centros das ondas é proporcional à metade do comprimento de onda.
 (3) Uma onda sonora com comprimento de onda de 7 m é transmitida na extremidade de uma barra metálica, onde sua velocidade de propagação é de 3.500 m/s. Acoplando-se a outra extremidade numa segunda barra metálica, onde a velocidade agora vale 5.000 m/s, o comprimento de onda nesta barra vale 10 m.

28. (UnB/95) Julgue os itens seguintes.
   (0) Um feixe de luz monocromática que se propaga no ar sofre alteração de sua freqüência ao penetrar na água, o que explica o fenômeno da refração.
   (1) A diferença essencial entre uma onda luminosa e uma onda sonora é que a velocidade de propagação da primeira não depende do meio e a da segunda, sim.
   (2) Em uma experiência de interferência entre duas ondas, na superfície da água, a amplitude resultante, em um dado ponto, será sempre nula (interferência destrutiva), apenas se as duas ondas possuírem a mesma freqüência.

29. (UnB/95) Uma luz proveniente de um laser de hélio-neônio, cujo comprimento de onda λ é igual a $6,3 \times 10^{-7}$ m, incide perpendicularmente sobre um anteparo metálico contendo duas fendas estreitas, separadas entre si por uma distância **D**. Atrás do anteparo metálico, e paralelamente a ele, a uma distância **L**, é colocada uma tela branca, onde é observada a formação de regiões claras e escuras, alternadamente. Julgue os itens abaixo.
   (0) As regiões claras e escuras formadas sobre a tela branca resultam do fenômeno da refração da luz do laser através das fendas.
   (1) A separação entre duas regiões claras, adjacentes, formadas sobre a tela branca, aumenta com a elevação do comprimento de onda da luz incidente.
   (2) A separação entre duas regiões escuras, adjacentes, formadas sobre a tela branca, diminui com a redução da distância **L**.
   (3) A separação entre duas regiões claras, adjacentes, aumenta com a elevação de **D**.

ELETRICIDADE

Eletrostática

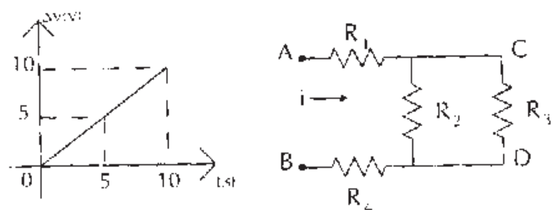
30. (UnB/94)
   (0) O campo elétrico, no centro de uma esfera de alumínio, uniformemente carregada, é zero.
   (1) O potencial elétrico tem de ser zero no plano eqüidistante das placas de um capacitor uniformemente carregado.
   (2) Em um tubo de imagem de um televisor, um elétron é acelerado por uma diferença de potencial de 220 Volts (**V**). O ganho de energia cinética é, portanto, de 220 Joules.
   (3) Uma gota de óleo carregada é mantida em suspensão, a uma certa distância do solo, por um campo elétrico uniforme. Pode, assim, afirmar-se que o módulo da razão entre a carga e a massa da gota de óleo é igual ao módulo da razão entre a aceleração da gravidade e o campo elétrico.
   (4) Todas as linhas de força dos campos magnéticos e elétricos são fechadas, ou seja, se seguimos essas linhas, eventualmente retornaremos ao ponto de partida.

31. Julgue os itens abaixo.
   (0) Um cilindro de cobre é submetido a uma diferença de potencial em suas extremidades, o que resulta em uma corrente elétrica que o percorre. As cargas em movimento deslocam-se pela superfície do cilindro, pois, no seu interior, o campo elétrico deve, necessariamente, ser nulo.
   (1) Uma carga elétrica no exterior de um corpo condutor maciço produz um campo elétrico nulo no interior desse corpo.
   (2) Uma carga elétrica no interior de um corpo condutor maciço produz um campo elétrico nulo no exterior desse corpo.
   (3) Cargas elétricas negativas sempre se deslocam para regiões de maior energia potencial elétrica.

32. (UnB/95) Julgue os itens a seguir.
   (0) Uma lancha navegando no lago Paranoá deixa, atrás de si, um cone de ondas de choque. O ângulo do cone é tanto maior quanto maior for a velocidade da lancha.
   (1) Considere a distância intermolecular média de um tecido vivo como sendo da ordem de nanômetros (10^{-9} m). Ondas eletromagnéticas que tenham comprimento de onda da mesma magnitude têm freqüência em torno de 10^{11} MHz.
   (2) O campo elétrico no interior de um isolante é sempre nulo.

Eletrodinâmica

33. (UNB/93) No circuito abaixo, entre os intantes t = 0 e t = 10 s, aplica-se uma diferença de potencial ΔV nos terminais **A** e **B**. O valor de $\Delta \mathbf{V}$ em Volt varia com o tempo de acordo com o gráfico. Todas as resistências valem 4 Ω.
Julgue os itens seguintes.



   (0) A corrente que passa através de $\mathbf{R_1}$, entre **t** = 0 e **t** = 10 s, é constante.

(1) Se $\mathbf{R}_4$ for uma lâmpada, no instante $\mathbf{t} = 0$, ela acenderá com brilho maior que no instante $\mathbf{t} = 10$ s.
(2) Em qualquer instante a corrente que passa por $\mathbf{R}_3$ é igual à corrente que passa por $\mathbf{R}_1$.
(3) A energia total, dissipada durante a aplicação da tensão, é a mesma para todos os resistores.
(4) Se a corrente circula no sentido indicado, o potencial elétrico em **C** é maior que em **D**.

34. (UNB/94)
(0) Uma pessoa mudou-se do Rio de Janeiro para Brasília, trazendo, entre seus eletrodomésticos, uma geladeira que opera a 110 **V** e a uma corrente de 5 ampères (**A**). Portanto, para usar a geladeira em Brasília, cuja tensão é de 220 **V**, ela deverá utilizar um transformador de, no mínimo, 1.100 watts (**W**).
(1) Um chuveiro elétrico produz mais calor do que uma lâmpada, quando ambos são ligados em paralelo. Conclui-se, então, que a resistência da lâmpada é maior que a do chuveiro.
(2) Como a resistência elétrica de um fio condutor é proporcional ao seu comprimento, as linhas de transmissão de energia elétrica são tão mais eficientes, quando menor for o seu comprimento.
(3) Quando se conectam três aparelhos elétricos a um pino tipo "**T**" ligado a uma tomada, diz-se que estes aparelhos estão ligados em série.

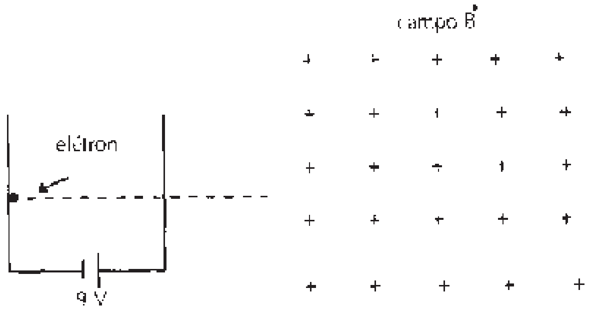
35. (UNB/95) Julgue os seguintes itens.
(0) A resistência de um fio elétrico será tanto menor quanto menor for a área de sua secção transversal.
(1) Considerando os pólos magnéticos Norte e Sul da Terra, coincidentes com os respectivos pólos geográficos, e supondo que, durante tempestades solares, uma certa quantidade de partículas eletricamente carregadas chega à Terra, conclui-se que uma partícula de carga positiva tem a sua trajetória desviada, inicialmente, para o Oeste.
(2) No bulbo de uma lâmpada incandescente são indicadas as seguintes especificações: 40 **W**, 220 **V**. Se, por acaso, esta lâmpada for ligada em 110 **V**, pode-se afirmar que a lâmpada irá consumir apenas 10 **W** de potência. Considere que a resistência elétrica do filamento seja independente da voltagem aplicada.
(3) Quatro pilhas de 1,5 **V** cada, quando colocadas em série, produzirão uma diferença de potencial resultante igual a 1,5 **V**.

36. (UNB/96) Julgue os itens abaixo.
(0) Uma carga elétrica **A**, fixa, exerce uma certa força sobre uma carga elétrica **B**. A força que **A** exerce em **B** é alterada, se outras cargas forem trazidas para perto de **B**.
(1) A capacitância de um capacitor pode ser aumentada, substituindo-se o vácuo existente entre suas placas por um dielétrico.
(2) Durante um banho, quando o usuário desloca a chave do chuveiro da posição "verão" para a posição "inverno", ele está diminuindo a resistência do chuveiro.
(3) Um fio percorrido por uma corrente i, mesmo que esteja no interior de um campo magnético uniforme, não sofre ação de uma força magnética.

Eletromagnetismo

37. (UNB/92) Julgue os itens abaixo.
(0) É impossível, pelo que se sabe nos dias de hoje, isolar um único pólo magnético.
(1) Uma carga em movimento exerce não só força elétrica como também força magnética sobre outra carga em repouso.
(2) A força magnética efetua trabalho sobre uma carga em movimento.
(3) O raio da trajetória circular de uma partícula carregada num campo magnético uniforme é independente da sua velocidade.
(4) O campo magnético, devido a um fio condutor retilíneo e longo com uma corrente i, varia com o quadrado da distância ao ponto onde se deseja determinar o campo.
(5) Os campos $\vec{\mathbf{E}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$, necessários para exercer uma força resultante nula sobre uma partícula carregada, dependem da carga da partícula.

38. (UNB/93) O elétron da figura abaixo encontra-se inicialmente em repouso entre duas placas metálicas paralelas, de áreas muito grandes e ligadas à bateria. O elétron é solto junto a placa da esquerda e na placa da direita há um pequeno orifício que permite a saída do elétron da região entre as placas. Fora das placas há um campo magnético uniforme dirigido para a folha de papel.

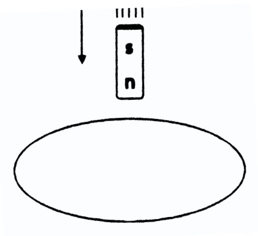


Julgue os itens a seguir.
(0) Se a distância entre as placas for de 12 cm, o campo elétrico entre elas será de 75 Volts/metro.

(1) O campo elétrico na região externa às placas é nulo.
(2) Ao alcançar o orifício, o elétron terá uma energia cinética de 108 V.
(3) Ao passar pela região do campo magnético, o elétron não sofrerá variação de sua energia cinética.
(4) O elétron atravessará a região do campo magnético seguindo uma trajetória retilínea.

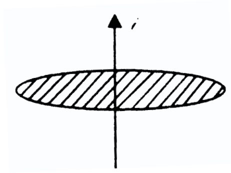
39. (UNB/91) Julgue os itens abaixo.
(0) Por dois fios retilíneos e paralelos passam correntes idênticas, de mesmo sentido. O campo magnético gerado por estas correntes num ponto eqüidistante aos fios é nulo.
(1) Inicialmente um campo magnético uniforme de 3 **T** atravessa uma espira quadrada, de lado 0,2 m, perpendicularmente a ela. A espira é, subitamente, girada de 60º em 1s em torno de um eixo que passa pelo seu centro e é paralelo a um lado. Portanto, a força eletromotriz induzida média vale 0,06 **V**.
(2) Num certo instante uma carga de 1 **C** se desloca com velocidade de 2 m/s paralelamente a um campo magnético de 5 **T**. O módulo da força magnética que atua na carga nesse instante vale então 10 **N**.
(3) Um cubo se apoia sobre uma mesa horizontal. Se substituirmos esse cubo por um segundo, de mesma massa, porém de aresta duas vezes maior, a pressão do cubo sobre a mesa cai à metade do valor anterior.
(4) Um bloco de peso 50 **N** está em repouso sobre um plano horizontal, livre de qualquer força que possa movê-lo. O coeficiente de atrito estático vale 0,3. O módulo da força de atrito vale, portanto, 15 **N**.

40. (UnB/94)
(0) Se um avião viaja sobre a linha do equador, seu vetor velocidade é perpendicular às linhas do campo magnético terrestre. Pode, assim, concluir-se que haverá uma diferença de potencial elétrico entre a parte superior e a parte inferior das asas que são feitas de metal.
(1) Um ímã em forma de barra cai, atravessando uma espira metálica, conforme mostra a figura abaixo. Na sua trajetória, o ímã não toca na espira. Logo, a corrente induzida nesta é nula.



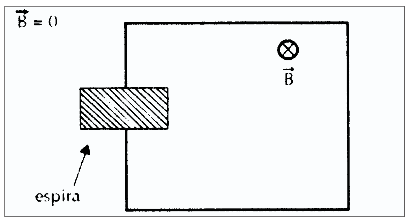
(2) Dois fios condutores paralelos, situados no mesmo plano, são percorridos por correntes elétricas iguais, mas de sentidos opostos. Um elétron, movendo-se em um plano perpendicular ao plano dos fios e eqüidistante dos mesmos, será acelerado por uma força magnética, que é proporcional à intensidade das correntes nos fios.

41. (UNB/94) Considere um fio condutor reto e infinito, percorrido por uma corrente constante i. Em torno do fio existe uma espira circular, cujo centro coincide com o fio e que está contida em um plano imaginário perpendicular ao mesmo, conforme a figura. Julgue os itens que se seguem.



(0) Se a espira for colocada em um plano paralelo ao fio, a força eletromotriz induzida sobre a espira será nula.
(1) Se a espira for percorrida por uma corrente **i'**, agirá sobre ela uma força, paralela ao fio, originária da interação entre **i** e **i'**.
(2) Se a corrente **i** variar, haverá uma força eletromotriz induzida na espira.

42. (UNB/95) Considere uma região do espaço com um campo magnético constante $\vec{\mathbf{B}}$ em seu interior e nulo fora dessa região, como mostra a figura abaixo. Considere, ainda, uma espira de formato retangular.



Julgue os itens que se seguem.
(0) Mantendo o plano da espira perpendicular ao campo magnético e deslocando a espira, com velocidade constante, a corrente elétrica que a percorre será nula enquanto ela estiver inteiramente contida na região de campo não-nulo.
(1) No momento em que a espira começar a sair da região de campo não-nulo, surgirá uma corrente elétrica que se anulará, quando a espira terminar de sair dessa região.
(2) Supondo a espira inteiramente contida no interior da região de campo não-nulo, colocada perpendicularmente a este, se ela girar em torno de um eixo paralelo ao campo magnético que passa por seu centro geométrico, haverá corrente elétrica percorrendo a espira.

CINEMÁTICA

43. A equação de um móvel é dada por $S = 5 + 3t + 4t^2$ (SI).
   a) Verifique se o movimento é uniforme ou uniformemente variado.
   b) Determine o espaço inicial, a velocidade inicial e a aceleração escalar.
   c) Determine a equação da velocidade.

44. Sendo $S = 4 - 2t + 5t^2$, a equação horária de um móvel, SI, determine a equação de sua velocidade escalar.

45. A figura representa a posição, no instante $t = 0$, de um móvel que realiza movimento uniformemente variado de aceleração escalar $a = 5m/s^2$. Determine:
   a) a equação horária.
   b) a equação da velocidade.

46. Um objeto parte do repouso e percorre 50m com aceleração escalar constante, atingindo a velocidade de 10m/s. Determine a aceleração escalar a.

47. Um trem está com velocidade de 20m/s quando são aplicados os freios que lhe comunicam uma aceleração escalar de módulo igual a $2m/s^2$. Determine a distância que o trem percorre até parar.

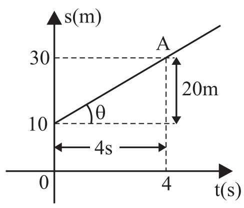
48. A velocidade escalar de um móvel varia com o tempo segundo a equação $v = -20 + 5t$ (SI).
   a) Complete a tabela abaixo:

□(□)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
□(□/□)									

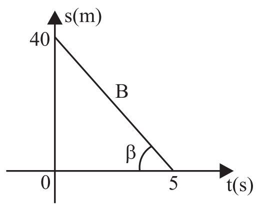
   b) Calcule a aceleração escalar a do movimento.
   c) Para que valores de t o movimento é progressivo, retrógrado, acelerado e retardado?
   d) Em que instante muda o sentido do movimento?

49. Determine a velocidade escalar dos móveis A e B, cujos gráficos do espaço em função do tempo são dados abaixo.

A)

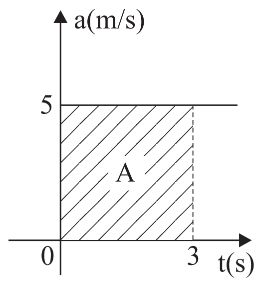


B)

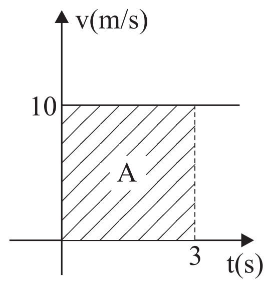


50. É dado o gráfico da aceleração escalar de um móvel A em função de t. Determine a variação de velocidade entre os instantes 0 e 3s; e para os móveis B e C da velocidade escalar em função do tempo a variação do espaço entre os mesmos instantes de tempo.

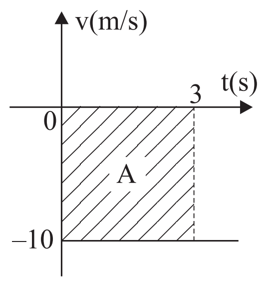
A



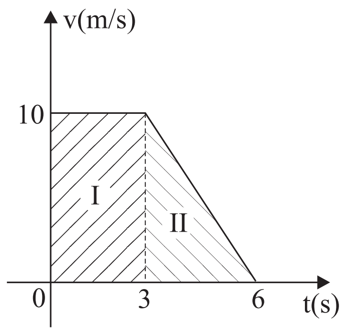
B



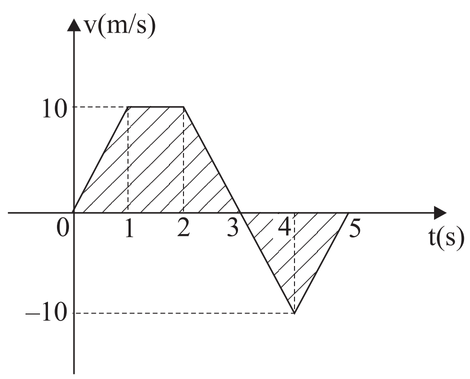
C



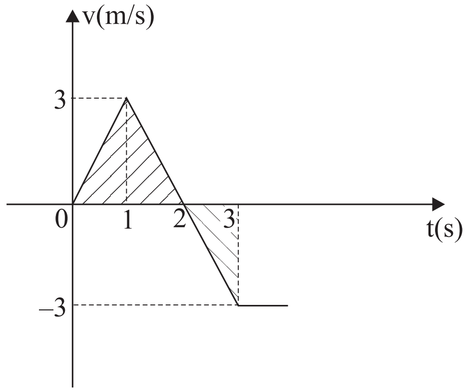
51. A velocidade escalar de um móvel varia com o tempo, conforme o gráfico abaixo. Determine, no intervalo de tempo de 0 a 6s:
   a) a variação de espaço;
   b) a velocidade escalar média.



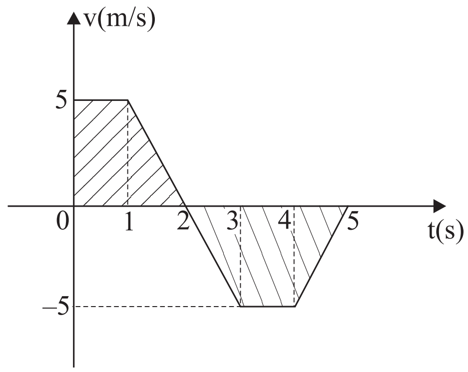
52. Considere o gráfico da velocidade escalar de um móvel em função do tempo. Determine para que valores de t o movimento é:
   a) progressivo
   b) retrógrado
   c) acelerado
   d) retardado



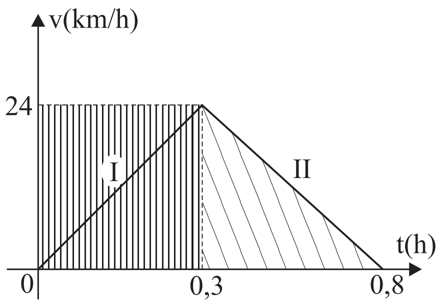
53. A velocidade escalar de um móvel varia com o tempo, conforme o gráfico. Determine:
a) a variação de espaços entre os instantes 0 e 2s.
b) a variação de espaço entre os instantes 2 e 3s
c) a velocidade escalar média no intervalo entre 0 e 2s.



54. Considere o gráfico da velocidade escalar de um móvel em função do tempo. Determine para que valores de t o movimento é:
a) progressivo
b) retrógrado
c) acelerado
d) retardado

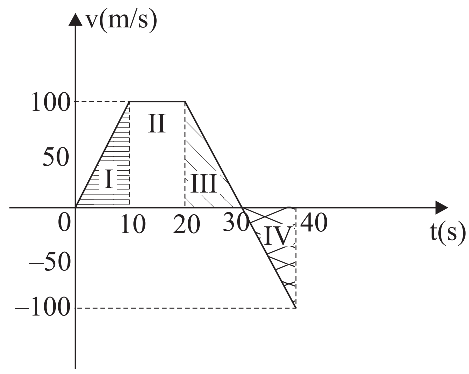


55. (Unicamp-SP) O gráfico v × t de um atleta inexperiente numa corrida de São Silvestre é mostrado na figura:



a) Calcule a aceleração do atleta nos trechos I e II.
b) Calcule o espaço percorrido pelo atleta desde que começou a correr até parar.

56. (UF-SC) As questões 1A, 2A, 3A e 4A, referem-se ao gráfico, que representa os movimentos que um móvel descreve com o passar do tempo.



1A. Entre 20 e 30 segundos o móvel está em:
a) movimento uniformemente retardado
b) movimento uniformemente acelerado
c) movimento uniforme
d) movimento retardado
e) movimento acelerado

2A. Entre 0 e 10s, a variação de espaço do móvel é igual:
a) 750 m
b) 10m
c) 100 m
d) 500 m
e) 1.000 m

3A. Entre 10 e 20s a aceleração escalar do móvel é igual:
a) 0,1 m/s^2
b) 10 m/s^2
c) 0 m/s^2
d) 0,2 m/s^2
e) 5 m/s^2

4A. Entre 30 e 40s, o móvel:
a) avança uma distância igual a 3.500 m
b) retorna uma distância igual a 500 m
c) retorna uma distância igual a 750 m
d) retorna uma distância igual a 62,5 m
e) avança uma distância igual a 250 m

57. O espaço de um móvel varia com o tempo, conforme a tabela:

□(□)	0	1	2	3	4	6
□(□)	3	4	7	12	19	28

Determine:
a) o espaço inicial
b) o espaço no instante t = 3s
c) a variação de espaço entre os instantes 1s e 4s.

58. A equação horária do movimento de um móvel é dada por S = 5 + t, para s em metros e t em segundos. Determine:
a) o espaço inicial;
b) o espaço no instante t = 2s;
c) a variação de espaço entre os instantes 1s e 3s.

59. O espaço de um móvel varia com o tempo, segundo a tabela:

□(□)	0	1	2	3	4	5	6
□(□)	5	4	1	□4	□11	□20	

Determine:
a) o espaço inicial;
b) os espaços do móvel nos instantes 2s e 5s;
c) as variações de espaços entre os instantes 0 e 3s e entre os instantes 2s e 5s.

60. Um móvel tem equação horária s = 2 + 3t para s em metros e t em segundos. Determine:
a) o espaço inicial;
b) os espaços do móvel nos instantes 1s, 2s e 3s;
c) a variação de espaço entre os instantes 1s e 3s.

61. O espaço de um ponto material varia com o tempo, segundo a tabela:

□(□)	0	1	2	3	4	5
□(□)	□2	0	4	6	5	4

Determine:
a) a variação de espaço entre os instantes 1s e 5s.
b) a velocidade escalar média entre os instantes 1s e 5s.

62. A equação horária do movimento de um ponto material é dada por $s = 2 + 8t^2$ (SI). Determine:
a) os espaços nos instantes $t_1 = 1s$ e $t_2 = 3s$;
b) a variação de espaço no intervalo de tempo de $t_1 = 1s$ a $t_2 = 3s$;
c) a velocidade escalar média no intervalo de tempo $t_1 = 1s$ a $t_2 = 3s$.

63. Um carro faz o percurso de 90km entre São Paulo e São José dos Campos em 1,5h e percorre mais 100km entre São José dos Campos e Cruzeiro em 2,5h. Qual a velocidade escalar média no percurso de São Paulo a Cruzeiro?

64. Um automóvel percorre a distância entre Maceió e Recife (260km) com velocidade média de 65km, e entre Recife e João Pessoa (130km) com velocidade média de 52km/h. Calcule a velocidade média entre Maceió e João Pessoa.

65. (UnB) Julgue os itens:
(0) Um móvel descreve uma trajetória circular de raio R com velocidade escalar constante e positiva V, no sentido horário. O tempo gasto para dar uma volta completa é T. A aceleração vetorial média para dar uma volta completa é nula.
(1) Um móvel percorre uma trajetória circular com movimento uniforme variado, partindo do repouso. No instante t = 2,0s a aceleração vetorial tem intensidade igual a 5,0 m/s^2 e forma um ângulo 0 com a velocidade vetorial. Sendo cos 0 = 0,60 e sen 0 = 0,80, o raio da trajetória vale 9,0 m.
(2) Quando duas polias são ligadas por uma correia, as freqüências de rotação são inversamente proporcionais aos respectivos raios.
(3) Dois pontos materiais A e B descrevem uma mesma circunferência com movimentos uniformes e períodos respectivamente iguais a Ta e Tb. O período dos encontros, Te, corresponderá ao módulo da diferença do período Ta com o período Tb, isto é: | Ta – Tb |.

66. (Fuvest-SP) Um carro vai de uma cidade A até a outra cidade B distantes uma da outra 100 km, em 2h. Determine a velocidade escalar média do carro nesse percurso.

67. (UF-SE) A equação horária de um móvel é $s = 2t^2$ (SI). Determine:
a) os espaços nos instantes $t_1 = 2s$ e $t_2 = 3s$;
b) a variação de espaço no intervalo de tempo de $t_1 = 2s$ a $t_2 = 3s$;
c) a velocidade escalar média entre $t_1 = 2s$ a $t_2 = 3s$.

68. (Cesgranrio-RJ) Um carro vai de Fortaleza a Maranguape, distantes entre si 24 km, com velocidade escalar média de 60 km/h. Qual o tempo gasto nesta viagem?

69. Transforme 36 km/h em m/s.

70. Transforme: 1h em min; 1min em s; 1h em s; 1km em m, 1m em cm; 72 km/h em m/s e 5 m/s em km/h.

71. (U. Mackenzie-SP) Um automóvel percorre a distância de 720 km/h entre Porto Alegre e Curitiba com velocidade média de 60 km/h e, a seguir, de Curitiba a São Paulo, distantes 400 km uma da outra, com velocidade média de 50 km/h. Calcule a velocidade média no percurso de Porto Alegre a São Paulo.

72. (Cesesp-PE) As tabelas abaixo fornecem as velocidades de duas partículas em função do tempo.

a)

□(□)	□(□/□)
0	5
1	8
2	11
3	14

b)

□(□)	□(□/□)
0	□6
1	□10
2	□14
3	□18

a) Em cada caso, classifique o movimento dizendo se ele é progressivo ou retrógrado, acelerado ou retardado.
b) Determine para cada movimento a velocidade inicial, isto é velocidade no instante t = 0.

73. (Unifor-CE) Um motorista aumenta a velocidade de seu automóvel de 15 m/s para 20 m/s em 10s. Determine a aceleração escalar média nesse intervalo de tempo.

74. (UF-SE) Um carro com velocidade de 12 m/s freia e após 5s sua velocidade passa a ser 8 m/s. Qual a aceleração escalar média nesse intervalo de tempo?

75. (Fatec-SP) As tabelas abaixo fornecem as velocidades de dois pontos materiais em função do tempo.

a)

□(□)	□(□/□)
0	20
1	16
2	12
3	8

b)

□(□)	□(□/□)
0	□13
1	□11
2	□9
3	□7

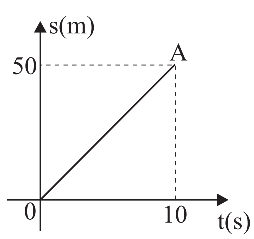
a) Em cada caso, classifique o movimento dizendo se ele é progressivo ou retrógrado, acelerado ou retardado.
b) Determine a velocidade de cada movimento.

MUV

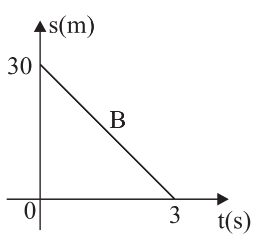
76. (Fatec-SP) A equação horária do movimento de uma partícula é dada por $S = -5 - 4t + t^2$ (SI). Determine:
a) O espaço inicial, a velocidade inicial e a aceleração escalar.
b) A equação da velocidade.

77. (Acafe-SC) Determine a velocidade escalar dos móveis A e B. Cujos gráficos do espaço em função do tempo são dados abaixo.

a)

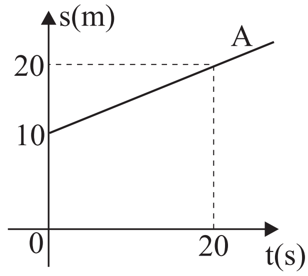


b)

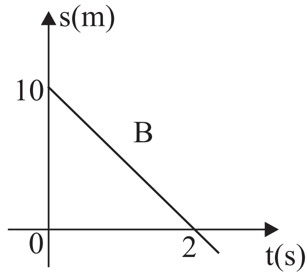


78. (Acafe-SC) Dados os gráficos da velocidade escalar em função do tempo de dois móveis A e B, determine suas acelerações escalares.

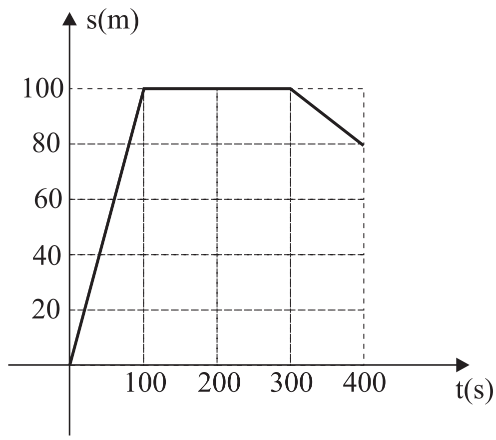
a)



b)



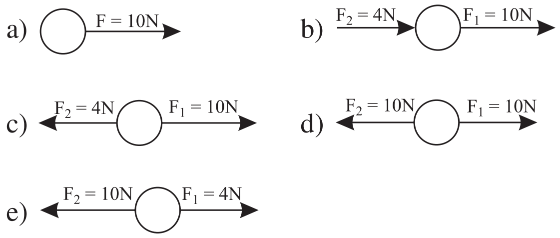
79. (Fuvest-SP) O gráfico ilustra a posição s, em função do tempo t, de uma pessoa caminhando em linha reta durante 400s. Indique a alternativa correta:



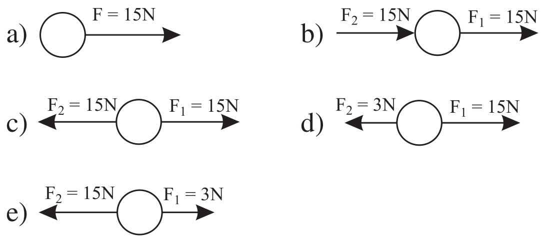
a) A velocidade no instante t = 200s vale 0,5 m/s.
b) Em nenhum instante a pessoa parou.
c) A distância total percorrida durante os 400s foi de 120m.
d) O deslocamento durante os 400s foi de 180m.
e) O valor de sua velocidade no instante t = 50s é menor do que no instante t = 350s.

DINÂMICA E ENERGIA

80. Determine o módulo da aceleração e indique sua direção e sentido nos casos abaixo. Sabe-se que a partícula possui massa m = 2kg.



81. Determine o módulo da aceleração e indique sua direção e sentido nos casos abaixo. A partícula possui massa m = 3kg.



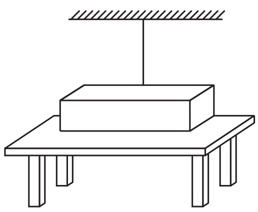
82. Determine o peso de uma pessoa de massa 60 kg num local onde a aceleração da gravidade é 9,8 m/s^2.

83. (PUC-SP) Determine o peso de uma pessoa de massa 50 kg num local onde a aceleração da gravidade é 9,8 m/s^2, e na lua, onde a aceleração da gravidade é 1,6 m/s^2.

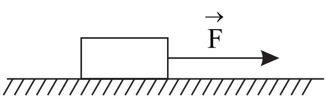
84. Explique por que quando um cavalo, em pleno galope, pára bruscamente, o cavaleiro é projetado para fora da sela.

85. Explique por que, quando um ônibus parte, os passageiros sentem-se atirados para trás.

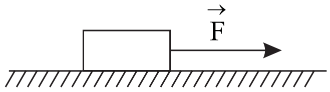
86. A figura representa um bloco suspenso por um fio e apoiado numa mesa.
 a) Desenhe todas as forças que agem no bloco.
 b) Esclareça onde estão aplicados as correspondentes reações.



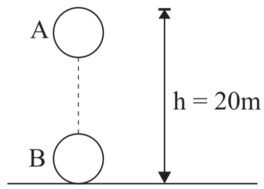
87. Um bloco de massa m = 2kg é puxado por uma força horizontal F, de intensidade 10N, sobre um plano horizontal, conforme a figura. As superfícies de contato são perfeitamente lisas. Determine a aceleração adquirida pelo bloco.



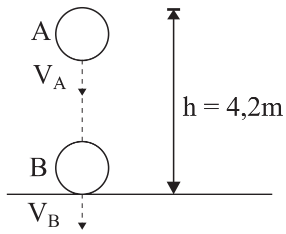
88. (Fuvest-SP) Um bloco de massa m = 2kg é puxado por uma força horizontal $\vec{F}$, de intensidade 10N, sobre um plano horizontal, conforme a figura. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é μ = 0,2 e g = 10m/s^2. Determine a aceleração adquirida pelo bloco.



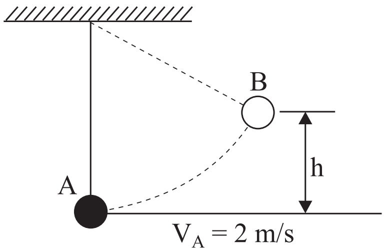
89. Uma pequena esfera é abandonada de um ponto situado a 20 m do solo. Determine a velocidade da esfera ao atingir o solo. É dado g = 10 m/s^2. Despreze a resistência do ar.



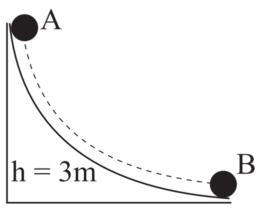
90. Uma esfera é lançada verticalmente para baixo, de um ponto situado a 4,2 m do solo, com velocidade de 4 m/s. Determine a velocidade da esfera ao atingir o solo. Considere g = 10 m/s^2 e despreze a resistência do ar.



91. Uma esfera presa a um fio é lançada com velocidade horizontal igual a 2 m/s do ponto A, conforme a figura. Determine a altura máxima que a esfera atinge. Adote g = 10 m/s^2 e despreze a resistência do ar.

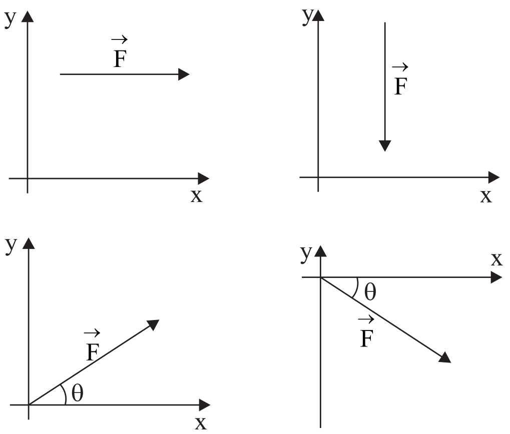


92. Um objeto de massa m = 2kg desliza por uma superfície sem atrito partindo do ponto A do repouso. Determine sua energia cinética ao atingir o ponto B. É dado g = 10 m/s^2.

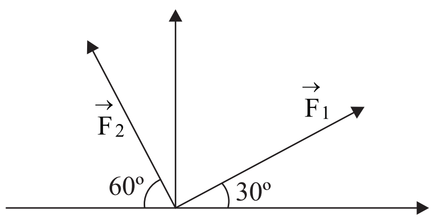


93. Duas esferas A e B de massas $m_A = 2kg$ e $m_B = 3kg$ movem-se na mesma direção e sentido, com velocidades de módulos $V_A = 8$ m/s e $V_B = 6$ m/s, respectivamente. Após o choque, as esferas permanecem unidas. Determine o módulo da velocidade das esferas após o choque.

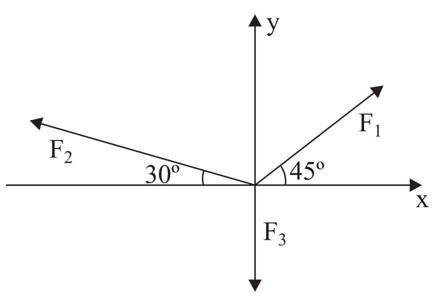
94. Determine as projeções ortogonais F_x e F_y da força $\vec{F}$ de intensidade F = 100N em relação aos eixos 0_x e 0_y, nos casos:



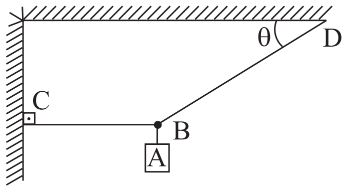
95. Seja $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ duas forças de intensidade $F_1 = 20N$ e $F_2 = 10N$, conforme a figura logo abaixo, e seja $\vec{F}_R$ a resultante dessas forças. Determine as projeções ortogonais de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_R$ em relação aos eixos 0_x e 0_y.



96. (UF-AL) Considere o sistema de forças indicado na figura. As intensidades das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ são respectivamente: $F_1 = 100N$; $F_2 = 50N$ e $F_3 = 10N$. Determine as projeções ortogonais dessas forças e de sua resultante em relação aos eixos 0_x e 0_y.
Dados: sen 45º = cos 45º = 0,71
sen 30º = 0,50 e cos 30º = 0,86.

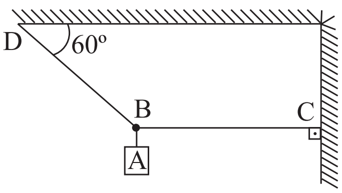


97. (Fuvest-SP) O sistema esquematizado abaixo encontra-se em equilíbrio. O corpo A tem peso P = 160N. Determine as trações nos fios ideais BC e BD. Dados: sen 0 = 0,8 e cos 0 = 0,6.

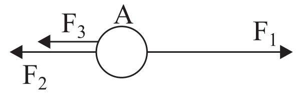


98. (FEI-SP) No sistema da figura, em equilíbrio, a tração no fio horizontal BC tem intensidade 50N. Os fios são ideais. Determine o peso do bloco A e a intensidade da força de tração no fio BD.

Dados: sen 60º = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e cos 60º = $\frac{1}{2}$



99. (UF-AL) Uma partícula A está sujeita a três forças colineares, representadas na figura abaixo pelos vetores F_1, F_2 e F_3. Sendo $F_1 = 10N$, $F_2 = 7N$ e estando a partícula em equilíbrio, a intensidade de F_3 deve ser, em N, igual a:
a) 3
b) 7
c) 13
d) 17



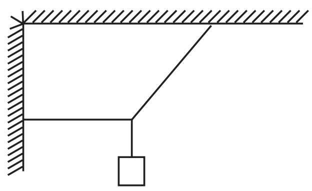
100. (UFSCAR-SP) Uma massa de 2 kg está suspensa por cordas inextensíveis e de massas desprezíveis, conforme a figura ao lado. A tração na corda horizontal é de: (Adote g = 9,8 m/s^2)

a) $\frac{39,2}{\sqrt{3}}$ newtons

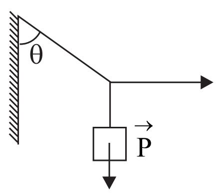
b) $\frac{2,0}{\sqrt{3}}$ newtons

c) $\frac{4,9}{\sqrt{3}}$ newtons

d) $\frac{19,6}{\sqrt{3}}$ newtons

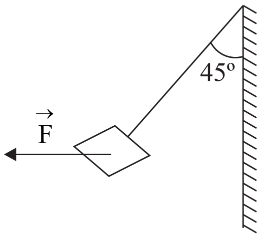


101. (ITA-SP) Um bloco P é sustentado por fios, como indica a figura. Calcule o módulo da força horizontal F.
a) F = P sen θ
b) F = P cos θ
c) F = P sen θ cos θ
d) F = P cotg θ
e) F = P tg θ



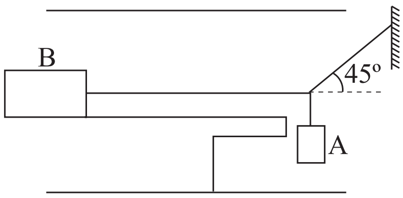
102. (CESESP-PE) Um corpo de massas igual a 2 kg, suspenso por uma corda presa a uma parede, é mantido em equilíbrio por meio de uma força horizontal como mostra a figura. Sendo a 10 m/s², o valor da tração da corda é, em N, igual:

a) 2
b) 20
c) $20\sqrt{20}$
d) $\dfrac{20}{\sqrt{20}}$



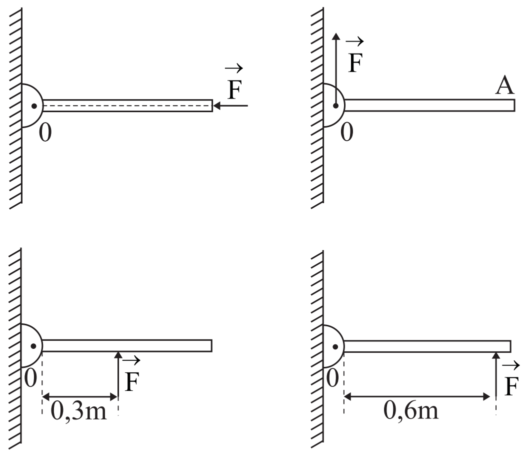
103. (AFA-SP) O bloco B da figura tem massa de 80 kg e o coeficiente de atrito estático entre ele e a mesa é 0,25. Determine, em kg, a massa máxima do bloco A para a qual o sistema ainda se mantém em repouso (dado g = 10 m/s²).

a) 20
b) 40
c) 60
d) 80

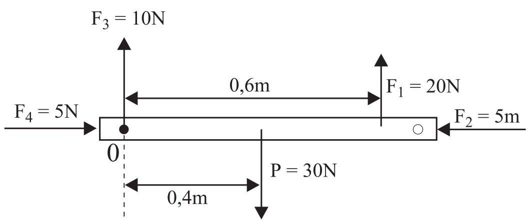


104. Uma barra OA situada num plano vertical pode girar em torno de um ponto 0. Determine o momento da força F de intensidade F = 20N em relação ao ponto 0, nos casos:

a) b)



105. (UF-ES) Considere uma barra 0A situada num plano vertical sob ação de um sistema de forças indicado na figura. Determine o momento de cada força em relação ao ponto 0.



GABARITO

CAPÍTULO 1 – CINEMÁTICA

MRU

1. a) v = 40km/h
   b) d = 200km
   c) t = 3h

2. a) v = 250km/h
   b) d = 125km
   c) t = 2h

3. x = 10m/s e t = 10s

4. a) x = 5m/s
   b) x = 15m/s
   c) x = 16m/s

5. a) v = 2m/s
   b) d = 200m

6. a) x = 1224km/h, logo, a velocidade do avião é menor que a do som.
   b) x = 250m/s

7. a) No intervalo de 2min, o trem percorre sempre 4km (velocidade constante).
   b) 1km/min = 60km/h
   x = 2 x 60 = 120km/h

8. s = 60 – 10t e s = – 90m

9. a) Sim, o móvel percorre deslocamentos iguais em intervalos de tempos iguais a cada 2s.
   b) progressivo
   c) S = – 10 + 5t

10. 450m
11. 1,28s

12. a) ΔS = 50m
    b) S = 3 + 5t
    c) S = 53m

13. a) a = 410km
    b) v = 82km/h

14. e
15. d
16. a
17. d = 10m
18. d = 5km
19. d

20. a) a = 14,4s
    b) ΔS_A = 288m
    ΔS_B = 216m

21. e
22. Δt = 5s
23. 57,5m/s

24. Sim. v = 0,24m/s
25. 90km/h
26. S = 20cm

27. a) O elevador sobe do térreo ao 6º andar, parando no 1º, 4º e 6º. Depois volta ao térreo sem parar.
b) 1º, 4º e 6º
c) térreo

28. a) 20m
b) 15m

29. O movimento é acelerado e a a = 0,65 m/s^2

30. 2,0 . 10^5 m/s^2
31. a) a = – 5m/s^2
b) v = 20m/s

32. 2,2m
33. Se cruzam a 12,5m da posição inicial do caminhão
34. a = 2,5m/s^2 e t = 40s

35. Entre A e B v_m = 2m/s; B e C v_m = 5m/s; C e D v_m = – 3m/s

36. Entre A e B v_m = 5m/s; B e C v_m = 5m/s; C e D v_m = – 10m/s; A e D v_m = 0

37. v = 20m/s
38. v_m = 48 km/h

39. Entre A e B = 5m/s; B e C = 15m/s; C e D = 5m/s; A e E = 2,5m/s

40. Entre A e B = 40m/s; B e C = 0; C e D = – 40m/s; A e D = – 5,7m/s

41. Δ total = 20 km
v_m = 80km/h

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow 80 = \frac{20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{4}\ h = 15\,\text{min.}$$

No 1º trecho gastou 15min. Impossível obter v_m de 80 km/h

42. Entre A e B = 10m/s^2; B e C = 30m/s^2 ; C e D = – 5m/s^2

43. a) a_m = 5,0 m/s^2
b) a_m = 15m/s^2

44. a_m = 3m/s^2
45. b
46. d
47. d
48. c
49. c

MRUV

50. a) d_1 = 80km, d_2 = 70km ⇒d = 150km
b) v_m = 50km/h

51. a) mov. ret. variado
b) v_m = 14m/s
c) v = 100km/h

52. a) d = 12m
b) d = 48m, percorreu uma distância 4 vezes maior.

53. a) entre as posições D e F
b) entre as posições A e D

54. a) t = 10s
b) d = 200m

55. a) v = 20m/s
b) t = 14s

56. a) A = movimento progressivo e uniforme.
B = movimento progressivo uniforme e acelerado
b) a_A = 0
a_B = 4,0m/s^2
c) t = 5,0s

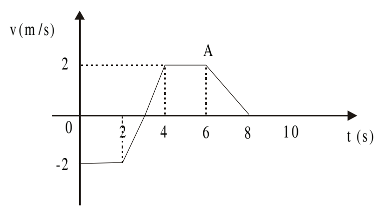
57. v = 5m/s
58. t = 10s

59. a) a = – 5,0m/s^2
b) d = 62,5m
c) d = 20m

60. a) v = 0 (vértice da parábola)
b) retardado
c) progressivo

61. *a*, *c* e *d*
62. b
63. d
64. b
65. *b* e *e*
66. 20s
67. d
68. – 100m
69. 72m
70. Somente a alternativa *e* está incorreta.

71.



72. d
73. e

74. a) ≅ 21m/s; e
b) o movimento não é uniforme

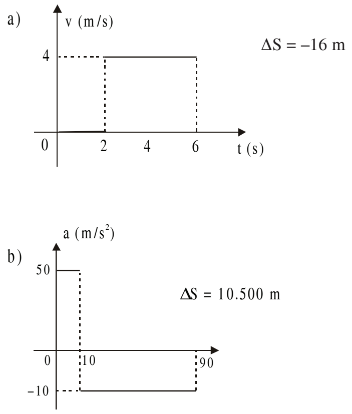
75. a) t = 10s;
b) d = 200m

76. 3h; 180km; 270km

77. a) $S = 6 – 2t + 2t^2$
b) $v = – 2 + 4t$
c) 0,5s; 5,5m

78. t = 2s

79.



80. a) $\Delta S = 40m$
b) $v_m = 10m/s$

81. a) $S_0 = 8m$, $a > 0$
b) t = 3s
c) t = 2s e 4s
d) É retardado de 0 até 3s, quando a velocidade se anula.

82. b

MCU e MCUV

83. $\theta = 5$ rad.

84. $f = \frac{1}{2}$ Hz; ou $f = 0{,}5$Hz

85. a) $\theta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} t$

b) $\theta = \frac{4\pi}{3}$ rad

86. $f = \frac{1}{5}$ Hz; $w = \frac{2\pi}{5}$ rad/s

87. e
88. b
89. a
90. w = 2rad/s
91. b
92. *a* e *f*
93. a) 3; d)2 e f) 1
94. *b* e *d*
95. c
96. a) 2; c) 1 e f) 3
97. c
98. itens certos: *a*, *b*, *c*, *e*, *f*, *g*; errado: *d*
99. a) c; b) b; c) b; d) c; e) b; f) b

100. a) f = 33Hz;
b) t = 0,03s;
c) $w = 66\pi$rad/s;
d) $v = 990\pi$cm/s;
e) $\Delta S = 9900\pi cm = 99\pi m \cong 311m$

101. $w = 6000\pi$rad/min
102. $f_1 R_1 = f_2 R_2 \Rightarrow f_2 = 20$rpm
103. b ou n = 720 voltas
104. a
105. c
106. b
107. d

Grandezas vetoriais

108. b
109. *a*, *b* e *e* são certos.
110. b
111. a
112. certos: *a*, *b*, *e;* errados: *c*, *d*, *f*
113. b
114. b
115. c
116. b
117. c

118. a) $|\vec{S}| = 16$ unidades

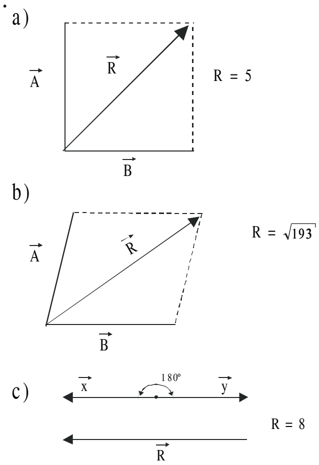
b) $|\vec{S}| = 4$ unidades

119. $\vec{u} = 2v$
módulo: $|\vec{u}| = 4$ unid.
direção: vertical
sentido: ascendente

$\vec{u} = – v$
módulo: $|\vec{u}| = – 2$ unid.
direção: vertical
sentido: descendente

120. b
121. b
122. $F_x = 8{,}0N$ e $F_y = 6{,}0N$
123. $\Delta v = \sqrt{109} = 10{,}4$
124. *a*, *b*, *e* – escalar e *c*, *d* – vetorial

125.



(A direção e sentido é dado pela regra do paralelogramo e o módulo pela lei dos cosenos.)

126. e
127. c
128. b
129. b
130. *a*, *c*, *g* e *h* $\Rightarrow$ vetorial e *b*, *d*, *e*, *f* $\Rightarrow$ escalar
131. $\alpha = 90°$
132. $t_{queda} = 20s$ e $v_0 = 50m/s$

133. $v_{B/A} = \sqrt{4,25}$ km/h $\cong$ 2,06km/h
134. $v_{N/T} = 5,0$km/h
135. S = 215km
136. $A_x = 51$ unidades e $A_y = 30$ unidades
137. 5 e $5\sqrt{3}$
138. a) $5\sqrt{2}$ e $5\sqrt{2}$; b) 50 e 0 e c) 0 e 30
139. e
140. b
141. b
142. e
143. b

Lançamentos
144. 80m
145. a) t = 6s; b) v = 60m/s
146. 20m
147. v = 26,2m/s
148. $\Delta t = 6$s
149. $S_{max} = 103,2$m
150. $t_1 = 1,2$s (subida) e $t_2 = 6,8$s (descida)
151. t = 2s
152. h = 17m
153. C
154. E
155. E
156. C
157. E
158. C
159. C
160. E
161. C
162. C
163. C
164. e, c
165. E
166. C
167. C
168. C
169. c, d
170. c
171. c
172. b
173. a
174. $v_0 = 30$ m/s
175. t = 3s
176. h = 160m
177. h = 280m
178. $x_1 = 45$m, $x_2 = 75$m e t = 3s
179. a) $v_0 = 10\sqrt{30}$ m/s e b) h = 150m
180. x = 160m
181. a) h = 225m; b) $v_0 = 67,1$m/s
182. a = 9,6m/s^2
183. a) v = 12m/s; b) S = 7,2m.
184. 2s
185. a) no ar, a pedra
186. S = 7,2m e v = 12m/s
187. h = 20m
188. a
189. a) 2m/s e b) 14m/s
190. t = 1s e t = 3s
191. a) 30m; b) 4s; c) – 20m/s (descendo)

CAPÍTULO 2 – DINÂMICA E ENERGIA

Leis da Inércia, Lei da Força, Princípio da Ação e Reação e Leis de Kepler
1. a) 4m/s^2, 40N; b) 5m/s^2, 65N; c) 5m/s^2, $F_{AB} = 175$N, $F_{BC} = 125$N; d) 3m/s^2, 75N
2. a) 2m/s^2, 80N; b) 6m/s^2, $T_1 = 30$N e $T_2 = 120$N; c) 5m/s^2, $T_1 = 70$N e $T_2 = 60$N; d) 6m/s^2, 16N
3. a
4. a) $100\sqrt{3}$/3N; b) $50\sqrt{3}$/3N
5. c
6. c
7. a
8. c
9. c
10. c
11. a
12. d
13. d
14. a
15. e
16. c
17. c
18. b
19. b
20. a
21. c
22. c
23. d
24. c
25. d
26. b
27. c
28. $F_r = 20$N
29. $F_r = 4 \cdot 10^4$d
30. $a = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ m/s^2
31. a) 9m/s; b) $F_{AB} = 18$N; c) $F_{BA} = 18$N
32. a) 3m/s^2; b) $F_{AB} = 90$N; c) $F_{BC} = 60$N
33. a) 3m/s^2; b) T = 21N
34. a) 2m/s^2; b) $T_1 = 96$N e $T_2 = 36$N
35. a) a = 1m/s^2; b) $F_{AB} = 6$N
36. $F = 100\sqrt{2}$N
37. $P_n = 50\sqrt{3}$N; $P_t = 50$N; a = 5m/s^2
38. $a = \dfrac{5}{3}$ m/s^2; T = 10N

Leis de Newton
39. E
40. C
41. E
42. C
43. C
44. E
45. C
46. C
47. E

48. E
49. C
50. C
51. C
52. C
53. C
54. C
55. C
56. E
57. C
58. C
59. E

Trabalho, Energia e Potência

60. a) T = 150J; b) T = – 150J; c) T = 0; d) = 75J; e) =75J
61. T_F = 30J; T_p = 0; T_N = 0
62. a) T_{AB} = 300J; c) T_{AC} = 300J;
    b) T_{BC} = 0; d) T_{CA} = – 300J
63. T = 400J
64. T = 30J
65. T = 60J
66. P_m = 30W
67. T = 200Kwh
68. T = 50J
69. d
70. c
71. a
72. Ec = 100J
73. Ep_g = 100J
74. Ep_e = 12,0J
75. Apto = Ep_g = 60J; Rua = Ep_g = 600J
76. x = 0,5m
77. Ep_e = 25J
78. Ec = 500J
79. a) 100J; b) –100J
80. a) 150J; b)1000J; c) 0; d) –1600J
81. 5000J
82. a) –20J; b) 0; c)20J
83. Ec = 48J
84. 40,5J
85. – 8,0J
86. Ep = 3,6J
87. Em = 900J
88. $T_{atrito} = -2.10^4$
89. $h_{máx}$ = 0,45m
90. E
91. C
92. C
93. C
94. E
95. a
96. b
97. c
98. c
99. c

Impulso

100. E
101. C
102. E
103. E
104. C
105. C
106. E
107. E
108. C
109. C
110. C
111. C
112. I = 200N.s
113. 1100N/s
114. 50N.s e 75 N.s
115. Q = 6kg.m/s
116. Q_L = 18kg m/s; Q_A = 6kg m/s; Q_B = 12kg m/s
117. I = 20N.s
118. I = 2mv
119. I = 10N.s
120. 7,5 Ns
121. I = 40 N.s; a = 5m/s^2; v = 20m/s
122. Q = 9,6kg m/s; F = 3,2 x 10^2N
123. $V_1 = \frac{4V}{3}$ e $V_2 = \frac{2V}{3}$
124. Sim, pois o coeficiente de restituição é igual a 1.
125. O choque é parcialmente elástico, pois o coeficiente de restituição é menor que um.

Gravitação

126. b
127. b
128. b
129. b
130. *b* e *c* ⇒ certos; *a*, *c*, *d* ⇒ errados
131. b
132. b
133. c
134. c
135. c
136. b
137. b
138. a
139. F = 3.20^{-7}N
140. x = 342.000 km
141. m = 6,1 x 10^{24} kg

Hidrostática

142. e) 1; c)2 e b)3
143. b
144. b
145. c
146. b
147. C E C C C
148. c
149. b
150. c
151. a
152. a
153. c
154. b
155. a) d = 19,3g/cm^3; d'= 7,8 g/cm^3; b) ouro, maior densidade.

156. $p = 1{,}4 \cdot 10^4$ N/m²; $P = 2{,}8 \cdot 10^4$ N/m²
157. e
158. d
159. a) 16g; b) 400cm³
160. $P = 2{,}5 \cdot 10^5$ N/m²
161. $d = 10^3$ kg/m³; $P = 2{,}5.10^5$ N/m²; $P_{atm} = 10^5$ N/m²

CAPÍTULO 3 – TERMOLOGIA

Termometria

1. $T_F = 104°$ F
2. T = 309 K
3. 30º X
4. d
5. c
6. c
7. a

Dilatação

8. $L_2 = 100{,}012$m
9. d
10. a
11. a
12. $A_2 = 100{,}192$cm²
13. d
14. d
15. c
16. d
17. b
18. a
19. a
20. c

Calor

21. C = 46cal/ºC
22. a) c = 0,2cal/gºC e b) C = 60cal/ºC
23. $c_{ouro} = 0{,}032$cal/gºC
24. c = 0,5cal/gºC
25. d
26. Lv = 202cal/g
27. c

Gases

28. $V_2 = 4{,}5l$
29. b
30. $V_2 = 8{,}0l$
31. $\varnothing_2 = 6$ºC
32. $\cong$ 2atm
33. a) T = 1400J e b) n = 35%
34. n = 21%
35. d
36. $A_v = 10$cal
37. n = 25%

Dilatação, Calor, Gases e Termodinâmica

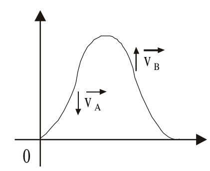
38. $\Delta\ell = 0{,}012$m
39. $\gamma = 3 \times 10^{-5}$ ºC $\alpha = 10^{-5}$ ºC
40. b
41. Q = 600 cal
42. c = 0,6 cal/gºC
43. Q = 250T – 5000 $T_F = 34 – 60$ºC
44. d
45. b
46. a) Te = 50ºC
    b) $T_F = 20$ºC
    c) 10ºC = sólido
       30ºC = líquido
       60ºC = vapor
47. d
48. a
49. e
50. e
51. b

CAPÍTULO 4 – ONDAS

1. a) $E_{mec} = 1{,}0$J
   b) a = 0,40m; T = 0,40πs

2. a) $T \cong 16$s
   b) não se altera

3. a
4. a
5. c
6. a
7. e
8. c
9. a) v = 10cm/s
   b)



10. a) v = 0,42m/s
    b) t = 0,5s; t = 1,5s

11. c
12. a
13. b
14. e
15. e
16. e
17. b
18. d
19. c
20. a
21. d
22. v = 20 cm/s

23. a) λ = 8 cm   d) v = 4 cm/s
    b) 0,5 Hz   e) Q = 2cm
    c) 2s

24. a) $F_A = 2$ Hz   b) T = 0,5s   c) v = 10 cm/s
    $F_B = 2$ Hz

25. a) v = 20 cm/s   c) f = 4 Hz
    b) λ = 5 cm   d) $F = \frac{1}{4} = 0{,}25$s

26. a) 0,5 Hz   b) T = 2s   c) λ = 40 cm
27. b
28. d
29. a

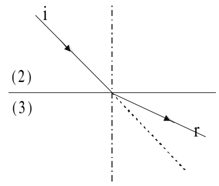
30. d
31. d
32. a
33. c
34. d = 4 v = 25 m/s
35. x = 3 cm v = 10 m/s
36. a = 2 cm λ = 12 cm
37. λ = 60 cm v = 12.000 cm/s
38. λ = 4 cm N = 3
39. c
40. e
41. d
42. λ = 17 m
43. x = 510 m
44. d = 20 m
45. λ_1 = 4,8 m λ_2 = 2,4 m λ_3 = 1,6 m
46. a) f = 10 Hz b) T = 0,1s c) λ = 0,5 m
47. a) v = 2,5 cm/s b) f = 5 Hz
48. λ = 2 m f = 10 Hz
49. A $\rightarrow$ n = 3 B $\rightarrow$ n = 2 C $\rightarrow$ n = 0
50. a
51. b
52. 6,0 m ou letra c
53. d
54. $\lambda = 1{,}7 \times 10^{-2}$ m
55. d = 10 m
56. d = $22{,}50 \cdot 10^2$ m
57. a) V; b) F; c) V; d) V; e) V; f) F; g) F; h) V; i) V

58. f_2 = 200 Hz mais agudo
    f_3 = 50 Hz mais grave

59. b
60. a
61. c
62. b

CAPÍTULO 5 – ÓPTICA

1. 8’20”
2. H = 13,5 m
3. b
4. r = 50º
5. i = 60º
6. d = 40 cm
7. x = 0,4 m
8. b
9. c
10. e
11. p = 40 cm
12. V = 2×10^5
13. a
14. I e III
15. c = 5 di
16. d
17. b
18. a
19. 1,22
20. 30º
21. a) meio a; b) $\sqrt{3}$; c) $\sqrt{6}$
22. a)



    b) meio(3), pois é menos refringente

23. 1,5
24. b
25. a) 0,69cm; b), 0,75
26. 1,27
27. $\sqrt{2}$
28. $\sqrt{2}$

CAPÍTULO 6 – ELETRICIDADE E ELETROMAGNETISMO

1. d
2. d
3. b
4. n = 4×10^{13} elétron
5. F = 6×10^3 N
6. $\frac{F}{F'}=9$

7. O filete é atraído pelo pente que eletrizou ao ser atraído com o tecido.

8. a
9. E = 5×10^7 N/C
10. W = 3×10^{-4} J
11. u = 8V

12. a $\rightarrow$ C = $1{,}77 \times 10^{-11}$ F
    b $\rightarrow$ Q = $8{,}85 \times 10^{-9}$ C
    c $\rightarrow$ W = $2{,}2 \times 10^{-6}$ J

13. a $\rightarrow$ $C_s = 1{,}25 \times 10^{-6}$
    b $\rightarrow$ V = 8V
    c $\rightarrow$ W = 4×10^{-5} J

14. a $\rightarrow$ $C_p = 17 \times 10^{-6}$ F
    b $\rightarrow$ $1{,}36 \times 10^{-4}$
    c $\rightarrow$ W = $5{,}44 \times 10^{-4}$ J

15. U = 10V
16. r = 11Ω
17. i = 4A
18. r = 5Ω $i_2 = \frac{18}{5} = 3{,}6A$
19. r = 2 U_2 = 14V i_2 = 1,5A
20. R = 10Ω; i = 2A; U_1 = 4V; U_2 = 6V; U_3 = 10V
21. R_S = 12Ω
22. i = 10A; i_r = 5A; i_s = 15A; i = 30A; r = 1Ω
23. R_P = 10Ω
24. $3\frac{R}{2}$

25. c) $\frac{1}{3}$

26. U = 8V   i = 1A

27. $I_{CC} = 4A$

28. r = 3Ω

29. r = 5Ω

30. $I_{CC} = 3A$

31. E = 16V

32. V = 36V

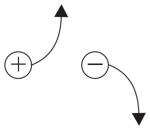
33. V = 4V   V = 16V

34. $F_m = 15N$

35. nula   30N

36. A: MRU;   B: MCU;   C: helicoidal

37. mov. circulares



38. a - retilínea   b - circular   c - helicoidal

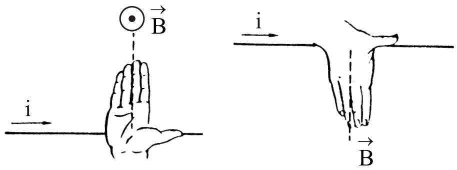
39. a

40. e

41. 2 m

42. Basta aplicar a regra da mão direita, como é indicado a seguir:

a)   b)



43. 2×10^{-6} T

44. $B_1 = 1{,}6 \times 10^{-6}$ T
$B = 3{,}2 \times 10^{-6}$ T

45. 10^{-5} T

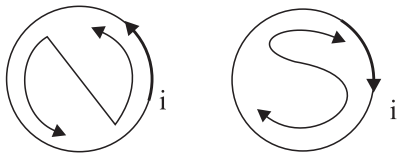
46. a) nula
b) $2 \cdot 10^{-5}$ T

47. $B = 8\pi \times 10^{-6}$ T

48. $\frac{i_1}{R_1} = \frac{i_2}{R_2}$

49. $B = 2\pi \times 10^{-3}$ T

50. a)   b)



51. a) sentido horário
b) sentido anti-horário

52. sentido indicado, percorrendo R de B para A

53. E = 4V

54. a) $\varnothing_1 = 2Wb$ b) E = 20V
$\varnothing_2 = 0$

55. a

57. b

58. b

59. a

60. a

61. b

62. c

63. b

64. d

65. e

66. (resolvido)

67. i = 8A

68. $i \cong 1{,}9 \times 10^{-15}$ A

69. a

70. e

71. (resolvido)

72. (resolvido)

73. (resolvido)

74. d

75. c

76. a

77. c

78. e

79. d

80. a

81. a

82. (resolvido)

83. (resolvido)

84. (resolvido)

85. (resolvido)

86. c

87. a

88. e

89. b

90. a

91. c

92. e

93. b

94. d

95. c

96. c

97. c

98. b

99. c

100. b

101. e

102. a

103. e

104. c

105. d

106. d

107. d

108. b

109. d

110. e

111. (resolvido)

112. (resolvido)

SIMULADO

Dinâmica

1. Certos: (0), (3) e (5)
   Errados: (1), (2) e (4)

2. Certo: (1)
   Errados: (0), (2), (3) e (4)
3. Certo: (2)
   Errados: (0), (1), (3) e (4)

4. Certo: (0)
   Errados: (1) e (2)

5. Certos: (0), (1), (2) e (3)
   Errado: (4)

6. Certos: todos

7. Certos: (1) e (2)
   Errados: (0), (3) e (4)

8. Certos: (0) e (3)
   Errados: (1) e (2)

Mecânica – Cinemática

9. Certos: (0), (2) e (4)
   Errados: (1) e (3)

10. Certos: (2), (3) e (4)
    Errados: (0) e (1)

11. Certo: (0)
    Errados: (1), (2), (3) e (4)

12. Errados: todos

13. Certos: (2) e (3)
    Errados: (0), (1) e (4)

14. Certos: (0), (1) e (4)
    Errados: (2) e (3)

Estática

15. Certos: (0) e (2)
    Errados: (1) e (3)

16. Certo: (2)
    Errados: (0) e (1)

17. Certo: (1)
    Errados: (0) e (2)

18. Certos: (1), (2) e (3)
    Errado: (0)

19. Certos: (0) e (1)
    Errado: (2)

Termologia

20. Certos: (0) e (4)
    Errados: (1), (2) e (3)

21. Certos: (0), (1) e (2)
    Errado: (3)
22. Certos: (1) e (2)
    Errados: (0) e (3)

23. Certos: (0), (1) e (4)
    Errados: (2) e (3)

24. Certos: (0), (2) e (4)
    Errados: (1) e (3)

25. Certos: (1) e (2)
    Errados: (0), (3) e (4)

26. Certos: (2) e (3)
    Errados: (0), (1) e (4)

Ondulatória – Ondas

27. Certo: (3)
    Errados: (0), (1) e (2)

28. Certo: (2)
    Errados: (0) e (1)

29. Certos: (1) e (2)
    Errados: (0) e (3)

Eletricidade – Eletrostática

30. Certos: (0) e (3)
    Errados: (1), (2) e (4)

31. Errados: Todos

32. Certo: (1)
    Errados: (0) e (2)

Eletrodinâmica

33. Certo: (4)
    Errados: (0), (1), (2) e (3)

34. Certos: (1) e (2)
    Errados: (0) e (3)

35. Certo: (2)
    Errados: (0), (1) e (3)

36. Certos: (1) e (2)
    Errados: (0) e (3)

Eletromagnetismo

37. Certo: (0)
    Errados: (1), (2), (3), (4) e (5)

38. Certos: (0), (1) e (3)
Errados: (2) e (4)

39. Certo: (1)
Errados: (0), (2), (3) e (4)

40. Certo: (0)
Errados: (1) e (2)

41. Certo: (0)
Errados: (1) e (2)

42. Certos: (0) e (1)
Errado: (2)

Cinemática

43. a) movimento uniformemente variado
b) $S_0 = 5m$, $v_0 = 3$ m/s, $a = 8$ m/s^2
c) $v = 3 + 8t$

44. $v = -2 + 10t$

45. a) $S = -10 + 3t + 2{,}5t^2$
b) $V = 3 + 5t$

46. $a = 1$ m/s^2

47. $\Delta S = 100$ m

48. a)

□(□)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
□(□/□)	□20	□15	□10	□5	0	5	10	15	20

b) $a = 5$ m/s^2
c) $t > 4$, progressivo e acelerado
$t < 4$, retrógrado e retardado
d) $t = 4s$

49. a) $v_m = 5$ m/s
b) $v_m = -8$ m/s

50. $A \Rightarrow \alpha = 15$ m/s^2
$B \Rightarrow v = 30$ m/s
$C \Rightarrow \alpha = -30$ m/s^2

51. a) $\Delta S = 45$ m
b) $v_m = 7{,}5$ m/s

52. a) 0 a 3s
b) 3s a 5s
c) 0 a 1s e 3s a 4s
d) 2s a 3s e 4s a 5s

53. a) $\Delta S = 3$ m
b) $\Delta S = -1{,}5$ m
c) $v_m = 1{,}5$ m/s

54. a) 0 a 2s
b) 2 a 5s
c) 2 a 3s
d) 1 a 2s e 4 a 5s

55. a) I $\Rightarrow a = 80$ km/h^2
II $\Rightarrow a = -48$ km/h^2
b) $\Delta S = 9{,}6$ m

56. 1A. a
2A. d
3A. c
4A. b

57. a) $S_0 = 3$ m
b) $S = 12$ m
c) $\Delta S = 15$ m

58. a) $S_0 = 5$ m
b) $S = 7$ m
c) $\Delta S = 2$ m

59. a) $S_0 = 5$ m
b) $S = 1$ m e $S = -2$ m
c) $\Delta S = -9$ m e $\Delta S = -21$ m

60. a) $S_0 = 2$ m
b) $S = 5$ m, $S = 8$ m e $S = 11$ m
c) $\Delta S = 6$ m

61. a) $\Delta S = 4$ m
b) $v_m = 1$ m/s

62. a) $S = 10$ m e $S = 74$ m
b) $\Delta S = 64$ m
c) $v_m = 32$ m/s

63. $v_m = 47{,}5$ km/h

64. $v_m = 60$ km/h

65. V, V, V, F

66. $v_m = 50$ km/h

67. a) $S = 8$ m e $S = 18$ m
b) $\Delta S = 10$ m
c) $v_m = 10$ m/s

68. t = 24 min

69. 10 m/s

70. 1 h = 60 min   1 km = 1.000 m
$$5\,\frac{m}{s} = 18\,\frac{km}{h}$$
1 min = 60 seg 1 m = 100 cm
1 h = 3.600 seg $72\,\frac{km}{h} = 20\,\frac{m}{s}$

71. $v_m = 56$ km/h

72. a) Tabela A $\rightarrow$ movimento progressivo e acelerado
Tabela B $\rightarrow$ movimento retrógrado e acelerado
b) Tabela A $\rightarrow v_0 = 5$ m/seg
Tabela B $\rightarrow v_0 = -6$ m/seg

73. 0,5 m/seg^2

74. – 0,8 m/seg^2

75. a) Tabela A → movimento progressivo e retardado
Tabela B → movimento retrógrado e retardado
b) Tabela A → v = 20 m/seg
Tabela B → v = –13 m/seg

MUV

76. a) $S_0 = -5$m, $v_0 = -4$ m/seg
e aceleração escalar = 2 m/seg^2
b) v = – 4 + 2t

77. a) A = 5 m/seg
b) B = –10 m/seg

78. a) A = 0,5 m/seg^2
b) B = –5 m/seg^2

79. c

Dinâmica e Energia

80. a) a = 5 m/s^2
b) a = 7 m/s^2
c) a = 3 m/s^2
d) a = 0
e) a = 3 m/s^2

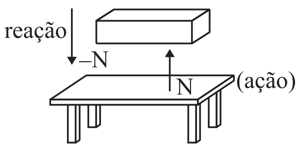
81. a) a = 5 m/s^2
b) a = 10 m/s^2
c) a = 0
d) a = 4 m/s^2
e) a = 4 m/s^2

82. P = 588N
83. P = 490N P = 80N

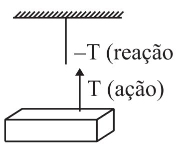
84. Devido à inércia, pois o corpo tende a manter a velocidade do corpo.

85. Devido à inércia, pois em relação ao ônibus o corpo entra em movimento e, em relação ao solo, o corpo está em repouso.

86. a)



b)



87. a = 5 m/s^2
88. N = 20 Fat = 4N a = 3 m/s^2
89. V = 20 m/s
90. V = 10 m/s
91. h = 0,2 m
92. $E_{C_B} = 60J$
93. V = 6,8 m/s

94. a) $F_x = 100N$
$F_y = 0$
b) $F_y = -100N$
$F_x = 0$
c) $F_x = 80N$
$F_y = 60N$
d) $F_x = 80N$
$F_y = -60N$

95. $F_{1x} = 17,20N$ $F_{1y} = 10N$

96. $F_{1x} = 71N$ $F_{2x} = -43N$ $F_{3y} = -10N$
$F_{1y} = 71N$ $F_{2y} = 25N$
$Fr_x = 28N$
$Fr_y = 86N$
97. $T_1 = 120N$
$T_2 = 200N$

98. $T_2 = 100N$ $P = 50\sqrt{3}$

99. a = F_3 = 3
100. d
101. e
102. b
103. a
104. $M_0 = 6N \times m$ $M_0 = 12N \times m$
105. $\mu F_1 = 12$ N . m
$\mu F_2 = 0$
$\mu F_3 = 0$
$\mu F_4 = 0$
$\mu F_P = -12N \times m$